

プレフレックス杭の施工における横座屈安定性について

金沢大学 吉田 博
金沢大学 ○西田 雄
川田工業 渡辺 滉

1. 緒言

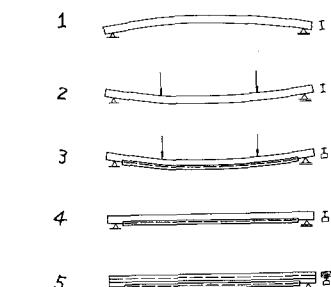
プレフレックス工法^{(1), (2)}は、従来のプレストレス工法にタケアイディアは似ていますが、ベルギーの技術者 A. Lipski がブリュッセル大学の L. Baes 教授と共に開発し、1951 年にベルギーで紹介されたものであり、ベルギーをはじめ、欧洲でより普及しておらず、最近は北アメリカでも使用されるようになつた。

このプレフレックス杭は、H 型鋼に特別のプレストレス工法を用い、全断面をコンクリートで包んだ合成杭の一種であり、その工法は以下の通りである。

あらかじめ H 型鋼にキャンバーをつけ、2 点集中荷重を作用させて鋼杭に曲げ応力を賦与する。この状態のまま、下フランジを包むように下部コンクリートを打設する。コンクリートの硬化後荷重を除去することにより、コンクリートにプレストレスが導入される。その後床板コンクリートを打設してプレフレックス杭を完成する。(図-1 参照)

このようにして製作されたプレフレックス杭の持長は

(1)他の型式の杭に比して、杭の剛性を非常に大きくすることができるので、杭高を制限された場合に有利で、たわみを小さくすることができます。



1. キャンバーをつける。2. 2点荷重をかける。
3. 下部コンクリートを打設する。

4. 荷重をとりのぞく。5. 床板を打設

(2)杭の高さの低い場合に、曲げ剛性、ねじり剛性が大きく、止めに振動云々にくくすることができます。

(3)鋼杭とコンクリートで覆っているので、耐久構造として有利であり、また、化学作用に対する抵抗性も大きく、水上や海岸の構造物に有利に利用できる。

(4)杭の規格化が容易であり、塗装の必要がなく、維持、管理が容易である。

プレフレックス杭の製作工程には、図-2 に示すように、2 本の鋼杭を重ね合せ、スパンの左右 4 分の 1 点に支承を置いて、スパンの両端に荷重を作用させて、2 本の杭と一緒に製作する工法が用いられることが多い。

2 点集中荷重を作用させて、鋼杭に応力を賦与する際に、杭の横座屈安定の問題が起る。

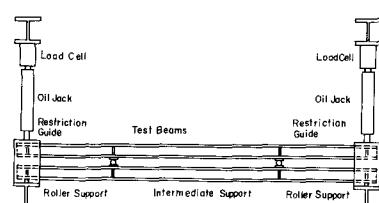


図-2 プレフレックス杭製作工法

横倒れ座屈を防ぐ方法としては、スパンの中間に、数箇所横方向の変位を拘束すればよいが、現場に於いて、その反力をとるためのアンカーを作ることが困難な場合が多い。したがって、最も簡単な方法として、重ね合つた2本の橋の数箇所で、各々の航行のねじりを拘束することにより、座屈荷重を高めることが可能である。

この問題は、一般的な桁橋の橋全体の横座屈の問題とも類似している。近年、高張力鋼を使用したスレンダーな橋歩道橋や長径間のプレートガーダー等が多く架設されている。これらは橋脚は、中員に比してスパン長の大半のものがなく、橋軸と直角方向の安定性について検討することが必要であると思われる。

横方向の安定性を保つためには、一般的な桁橋においては、横桁や対傾構、横構が用いられるが、理論的には、横構、対傾構および横桁等はねじり拘束材として作用するものと考えられ、これらが橋全体としての横座屈に対する、どれほどの効果を有するか、また、どれほどの強度が要求されるかについて調べることは興味のあるところである。

本研究では、これら両面から、スパン中間にねじりに対する拘束ばねを有するばかりにつけ、その横座屈強度と、理論的および実験的に考察した。

2 理論計算

アフレックスばかりの施工時および一般的な桁橋の両端にみられる境界条件は、ねじりおよび水平度位に関するものは単純支持である。ばかりに対する座標軸を図-3のようして仮定する。荷重は2点集中荷重を考慮し、両支点より左LのEよりのCおよびD点のフランジ上に作用し、ねじり拘束ばねは、両支点より左LのEよりのEおよび下点のせん断中心におかれているものとする。ここに、Lはスパン長である。

ねじり拘束ばね定数をkとすると、ばかりが横倒れ座屈をする際につくねじりエネルギーおよびバネがつくねじりエネルギーは

$$V = \frac{EI_x}{Z} \int_0^L \left(\frac{d^2U}{dz^2} \right)^2 dz + \frac{EI_y}{Z} \int_0^L \left(\frac{d^2U}{dz^2} \right)^2 dz + \frac{GK_T}{Z} \int_0^L \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 dz + \frac{EI_w}{Z} \int_0^L \left(\frac{d^2\varphi}{dz^2} \right)^2 dz + \frac{1}{2} k\varphi_{el}^2 + \frac{1}{2} k\varphi_{(1-\varphi)l}^2 \quad (1)$$

となる。ここに、 EI_x はばかり断面のX軸まわりの曲げ剛度、 EI_y はY軸まわりの曲げ剛度、 GK_T はSt. Venantのねじり剛度、 EI_w はばかり断面の曲げねじり剛度、 φ はばかりのねじり角、 φ_{el} および $\varphi_{(1-\varphi)l}$ はねじり拘束ばねのあるEおよび下点のばかりのねじり角である。外力Pはせん断中心より上方の点に作用するものとすると外力のたす仕事量は

$$T = - \int_0^L M_z \frac{d^2U}{dz^2} dz - \int_0^L M_z \frac{d^2U}{dz^2} \varphi dz - \frac{1}{2} Pa\varphi_{el}^2 - \frac{1}{2} Pa\varphi_{(1-\varphi)l}^2 \quad (2)$$

である。ここで、 M_z は支点EのばかりのX軸まわりの曲げモーメント、 φ_{el} および $\varphi_{(1-\varphi)l}$ は荷重作用点Eのばかりのねじり角である。全エネルギーは $W = V + T$ である。これで、

$$\frac{EI_x}{Z} \int_0^L \left(\frac{d^2U}{dz^2} \right)^2 dz = \int_0^L M_z \frac{d^2U}{dz^2} dz \quad (3)$$

を用いてWを求めると。

$$W = \frac{EI_y}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 U}{dz^2} \right)^2 dz + \frac{GK_I}{2} \int_0^L \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 dz + \frac{EI_w}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 \varphi}{dz^2} \right)^2 dz + \frac{1}{2} k \varphi_{yL}^2 + \frac{1}{2} k \varphi_{(1-y)L}^2 - \int_0^L M_z \frac{d^2 \varphi}{dz^2} \varphi dz - \frac{1}{2} Pa \varphi_{yL}^2 - \frac{1}{2} Pa \varphi_{(1-y)L}^2 \quad (4)$$

となる。

$z=0$ 境界条件を満足する横変位 U およびねじり角 φ を次のようす三角級数と仮定する。

$$U = \sum_{i=1}^{\infty} A_i l \sin \frac{i\pi}{l} z$$

$$\varphi = \sum_{j=1}^{\infty} B_j \sin \frac{j\pi}{l} z \quad (5)$$

変分法において、境界条件を満足する線形試験関数を仮定し、それを汎関数に代入し、その任意係数の微分をゼロにすることにより近似解を求めた Ritz の方法、線形試験関数より求めた固有値は、真の固有値と等しいが、それより大きなといふ Rayleigh の原理よりなる Rayleigh-Ritz の方法を用いる。

式(5)を式(4)に代入すると

$$W = V + T = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{EI_y}{4l} (i\pi)^4 A_i^2 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{EI_w}{4l^2} (j\pi)^4 B_j^2 + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{GK_I}{4l} (j\pi)^2 B_j^2 + \frac{1}{2} k \left(\sum_{j=1}^{\infty} B_j \sin j\pi \right)^2 + \frac{1}{2} k \left(\sum_{j=1}^{\infty} B_j \sin (1-j)\pi \right)^2 + Pl\pi^2 \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} A_i B_j \left[\{1 + (-1)^{i+j}\} K_{1(ij)} + \bar{K}_{2(ij)} \right] i^2 - \frac{1}{2} Pa \left(\sum_{j=1}^{\infty} B_j \sin \frac{j\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} Pa \left(B_j \sin (1-\frac{j}{l})\pi \right)^2 \quad (6)$$

が得られる。ここで、

$$K_{1(ij)} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\sin((1-j)\frac{j}{l}\pi)}{(1-j)\frac{j}{l}\pi} - \frac{\sin((i+j)\frac{j}{l}\pi)}{(i+j)\frac{j}{l}\pi} \right\} + \frac{1}{2\pi^2} \left\{ \frac{\cos((1-j)\frac{j}{l}\pi)}{(1-j)^2} - \frac{\cos((i+j)\frac{j}{l}\pi)}{(i+j)^2} \right\} - \frac{1}{(i-j)^2} + \frac{1}{(i+j)^2} \quad i \neq j$$

$$= \frac{1}{4i^2\pi^2} \left\{ \sin^2 \frac{j\pi}{l} - i \frac{j\pi}{l} \sin 2i \frac{j\pi}{l} + (i \frac{j\pi}{l})^2 \right\} \quad i = j$$

$$K_{2(ij)} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\sin((1-j)(1-\frac{j}{l})\pi) - \sin((1-j)\frac{j}{l}\pi)}{(1-j)^2} - \frac{\sin((i+j)(1-\frac{j}{l})\pi) - \sin((i+j)\frac{j}{l}\pi)}{(i+j)^2} \right\} \quad i \neq j$$

$$= \frac{i\pi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2(1-\frac{j}{l})i\pi + \frac{1}{4} \sin 2i\frac{j\pi}{l} \quad i = j$$

式(6)を A_i および B_j における偏微分すると

$$\frac{\partial W}{\partial A_i} = \frac{EI_y}{2l} \pi^4 i^4 A_i + \frac{Pl\pi^2 i^2}{2} \sum_{j=1}^{\infty} B_j \left[\{1 + (-1)^{i+j}\} K_{1(ij)} + \bar{K}_{2(ij)} \right]$$

$$\frac{\partial W}{\partial B_j} = \frac{Pl\pi^2}{2} \sum_{i=1}^{\infty} A_i \left[\left\{ 1 + (-1)^{i+j} \right\} K_{1(ij)} + \frac{3}{2} K_{2(ij)} \right] i^2 + \left\{ \frac{EI_w}{2l^2} \pi^2 j^4 + \frac{GK_I}{2l} \pi^2 j^2 \right\} B_j$$

$$+ k \sin j \gamma \pi \sum_{i=1}^{\infty} B_i \sin i \gamma \pi + k \sin j (1-\gamma) \pi \sum_{i=1}^{\infty} B_i \sin i (1-\gamma) \pi$$

$$- P_a \sin j \frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^{\infty} B_i \sin i \frac{\pi}{2} - P_a \sin j (1-\frac{\pi}{2}) \sum_{i=1}^{\infty} B_i \sin i (1-\frac{\pi}{2})$$

が得られます。

2次正マトリクス表示すると、

$$\begin{bmatrix} \frac{EI_d}{2l} \pi^4 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [2K_{1(1,1)} + \frac{3}{2} K_{2(1,1)}] & \frac{Pl^2}{2} [\frac{3}{2} K_{2(2,1)}] & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,1)} + \frac{3}{2} K_{2(m,1)}] \\ 0 & \frac{EI_d}{2l} \pi^4 & \cdots & 0 & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [\frac{3}{2} K_{2(1,2)}] & \frac{Pl^2}{2} [2K_{1(2,2)} + \frac{3}{2} K_{2(2,2)}] & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,2)} + \frac{3}{2} K_{2(m,2)}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{EI_d}{2l} \pi^4 & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,1)} + \frac{3}{2} K_{2(m,1)}] & \frac{Pl^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,2)} + \frac{3}{2} K_{2(m,2)}] & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [2K_{1(m,m)} + \frac{3}{2} K_{2(m,m)}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{Pl\pi^2}{2} [2K_{1(1,1)} + \frac{3}{2} K_{2(1,1)}] & \frac{Pl\pi^2}{2} [\frac{3}{2} K_{2(2,1)}] & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,1)} + \frac{3}{2} K_{2(m,1)}] & - \frac{EI_w}{2l^2} \pi^4 + \frac{GK_I}{2l} \pi^2 f_{(1,1)} & f_{(2,1)} & \cdots & f_{(m,1)} & \cdots \\ \frac{Pl\pi^2}{2} [\frac{3}{2} K_{2(1,2)}] & \frac{Pl^2}{2} [2K_{1(2,2)} + \frac{3}{2} K_{2(2,2)}] & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,2)} + \frac{3}{2} K_{2(m,2)}] & \cdots & f_{(1,2)} & \frac{8EI_w}{l^3} \pi^4 + \frac{2GK_I}{l} f_{(2,2)} & \cdots & f_{(m,2)} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{Pl\pi^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,1)} + \frac{3}{2} K_{2(m,1)}] & \frac{Pl^2}{2} [(-1)^m K_{1(m,2)} + \frac{3}{2} K_{2(m,2)}] & \cdots & \frac{Pl^2}{2} [2K_{1(m,m)} + \frac{3}{2} K_{2(m,m)}] & \cdots & f_{(1,m)} & f_{(2,m)} & \cdots & \frac{EI_w}{2l^2} \pi^4 + \frac{GK_I}{2l} f_{(m,m)} & \cdots \end{bmatrix}$$

$$x \{ A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m \} = 0$$

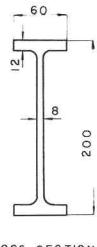
$\geq z^2$, A_i ($i = 1, 2, \dots$) および B_j ($j = 1, 2, \dots$) がゼロ以外の解を持つためには、その係数が⁽⁷⁾ 3×2+1×2×9 Determinant が² "2×2" 行かねばならぬ。これより座屈荷重を決定することができる。
すなはち、 $f_{(ij)} = k^2 (\sin i \gamma \pi \sin j \gamma \pi + \sin i (1-\gamma) \pi + \sin j (1-\gamma) \pi)$ である。

3 実験用いた断面と材料の引張試験

実験用いたのは、 $200 \times 200 \times 8 \times 12$ の H 型鋼をガス切断により $200 \times 60 \times 8 \times 12$ の断面とした、比較的大きい入弦 $2''$ で、弹性限界近くまで屈曲するようにならん。この断面の H 型鋼から、上下フランジより各一枚 ウエブより二枚の計 6 本の引張試験片を製作し、引張試験を行った。この結果を表-1 および図-5 に示す。これより、ヤング係数 $E = 2.13 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、降伏応力 $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ および $\nu = 0.288$ を得た。

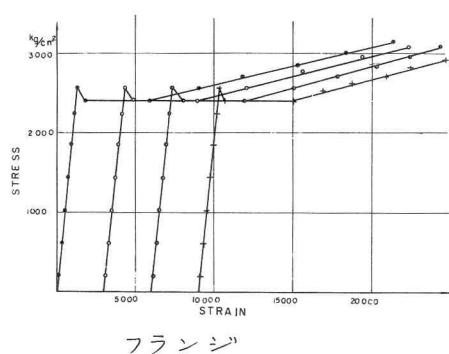
表-1 マング保数、降伏応力、ポアソン比

試験片	E (kg/cm^2)	σ_y (kg/cm^2)	ν	試験片断面積 (cm^2)
Flange	2.01×10^5	2,500	0.282	4.876
	2.33×10^5	2,460	0.305	4.970
	2.14×10^5	2,460	0.276	4.995
	2.07×10^5	2,400	0.263	4.684
平均	2.13×10^5	2,450	0.280	
Web	2.13×10^5	2,900	0.298	3.822
	2.12×10^5	2,740	0.274	2.921
平均	2.13×10^5	2,820	0.286	

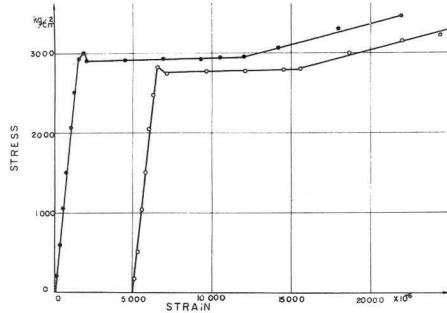


CROSS SECTION

図-4 断面



フランジ



ウェブ

図-5 引張試験結果

4曲げ試験

座屈実験の予備実験として、座屈実験に用ひるのと同じ断面(スパン3,25m のはりの両支点よりスパン長の4分の1点と2点集中荷重)を作用させ、曲げ試験を行った。なお、この際、はりが横座屈をおこさないよう図-6に示すよろずゲージングを数箇所にとりつけ、横変位を拘束し、鉛直変位のみを自由とした。図-7に実験結果を、縦軸に荷重、横軸に中央点のたわみをとつて示す。引張試験より得られた単純塑性強度による値とほぼ一致しているが、弹性限界の近くでたわみが大きくなる。これはフランジのガス切削による表面応力の影響と考えられる。

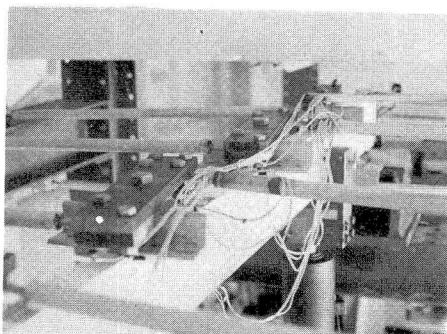


図-6 ブレーシング

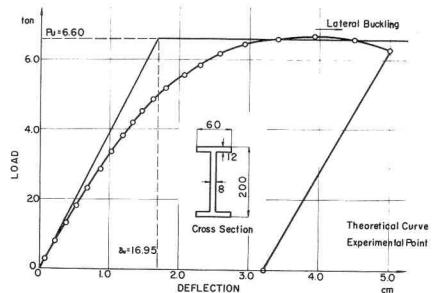


図-7 曲げ試験結果

5 座屈実験

構座屈実験用はりとして、スパン4.5m, 5.5mおよび6.5mの3種類についてそれぞれ6本の試験用はりを作製した。実験は同一スパン長のものを図-2のよう二組とし、ねじり拘束材をとりつけない無拘束のもの、中央点2点拘束だけねじり拘束材をとりつけた拘束したもの、両端拘束スパン長の4分の1点拘束材をとりつけたねじり拘束したものとの3組とつて、合計9組、18本の橋ひづり実験を行った。

実験は図-2に示すように、まずLower Beamを単純はりとして、両端をローラー支承上に設置し、その上フランジ上に両支点よりスパン長の4分の1点に中間支承としてローラーを置き、その上にUpper Beamをのせた。荷重はUpper Beamの両端に作用させることにより、Upper BeamおよびLower Beamに2点集中荷重を作用させることになる。また、はりのスパン中間に横変位しても、上下両Beamとも同じ方向に横変位し、ローラー支承が荷重を伝えるので、荷重の方向は変わらない。

また、はりの両端とみ合いは、横変位およびねじりに対する単純支持とするように、図-8のようにはりの側面にローラーを取りつけ、鉛直変位は可能であるが、ねじりと横変位を拘束し、単純支持の条件を満すように兩側から板がはさんだ。スパン中間にねじりの拘束の方法もこれにならった。

荷重は理研精機製作所のオイルポンプ付2箇の複動ラム（容量50ton、ストローク30mm）を用いて載荷した。荷重の測定にはBALDWIN社製の高感度ロードセルを用いた。ストレーンゲージは図-9に示すように、2箇面の上下両フランジの突出部のはじき近い部分に取りつけた。また、図-10に示すロータリーショーンゲージを無拘束の場合と4分の1点拘束の場合にはスパン中央断面の上フランジ上に、中央点拘束の場合は4分の1点の上フランジ上に設置し、高精度で挙げねじりを測定した。橋の鉛直たわみは、橋の断面形状ととりつけられた物體とレベルで、水平変位はトランシットで

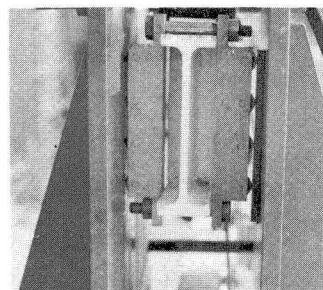


図-8 ねじり拘束のためのローラー

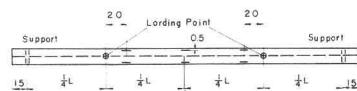


図-9 ストレーンゲージ接着位置

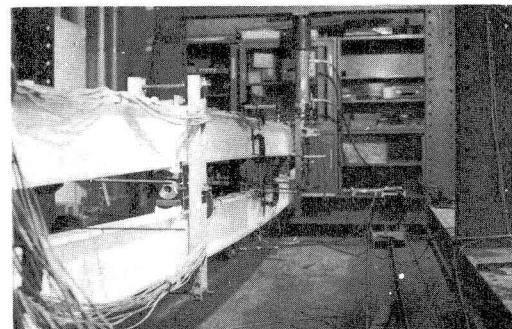
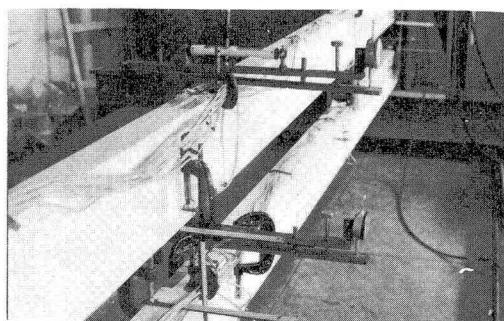


図-10 ロータリーショーンゲージと座屈実験（スパン6.5m, 4分の1点ねじり拘束）

0.2mmの精度で読みとった。

図-11, 12および13はスパン長4.5m, 5.5mおよび6.5mの弦とつり, わじり拘束の3つの場合, スパン中央わじりを拘束した場合, スパン4分の1点の左右2箇所わじりを拘束した場合について, 縦軸比をわせた, 橫軸に水平変位をとったものである。

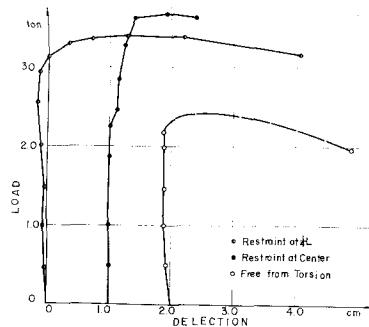


図-11 荷重横たわみ曲線(スパン6.5m)

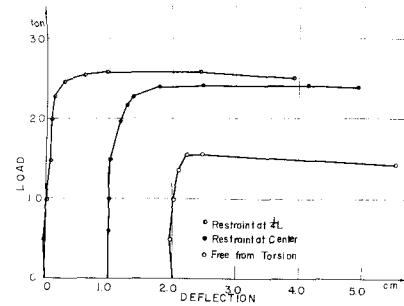


図-12 荷重横たわみ曲線(スパン5.5m)

図-14および15は, スパン長6.5mのはりで, 4分の1点拘束の場合の断面中央の左右のストレーンゲージのひずみの差を荷重に対するプロットしたものと, 銛直変位と水平変位を同時にプロットしたものと表示している。

図11~15よりわかるように, はりの水平変位, ストレーンゲージ, ローテーションゲージにより容易に横たわみ現象をあくすることができた。

これらの荷重の最大値を座屈荷重とし, 縦軸に座屈荷重を降伏荷重 P_y で無次元化し, 橫軸に細長比をとったものが図-17である。

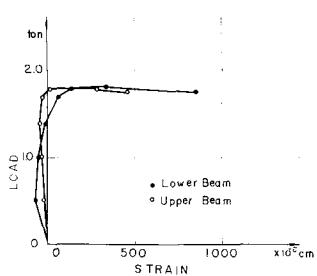


図-14 左右のストレーンゲージのひずみの差
(スパン6.5m, 4分の1点拘束)

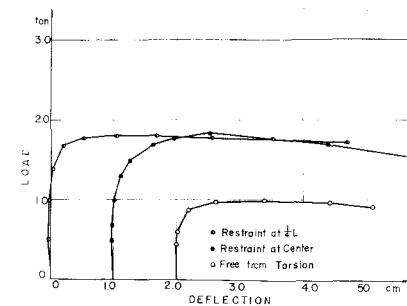


図-15 銛直たわみおよび水平たわみ
(スパン6.5m, 4分の1点拘束)

6 数値計算および考察

ねじり拘束材の剛性(ばね定数)と座屈荷重の関係を知るために、実験と用いた断面2¹、スパン6.5m、スパン中央点がねじり拘束E3+3場合につき2種類を行った。図-16は縦軸に座屈荷重を、横軸にばね定数を、折のねじり剛度を単位としてある。この図からわかるように、ねじり剛度が急激に荷重が上昇し、以後ほとんど変化しない。図-17の実線は、ばね定数が無限大の場合につき2の、3つの拘束条件につき2の計算値を示している。これより、無拘束、中央1点拘束、4分の1点の2点拘束の順に座屈荷重が大きくなる、である。このことは実験結果からも見えていた。

実験におけるのは、無拘束の場合にだけは弾性範囲内に座屈したが、拘束のある場合はすべての場合に部分的に塑性域に入るものと考えられる。特に、残留応力の影響が大きいと思われるが、この点につき、より検討が必要だと思われる。

7 結論

スパンの中間に、ねじりに対する拘束を有するばかりの横座屈強度につき理論的、実験的に考察を行った。その結果、横座屈強度を高めると同時に、比較的弱い拘束材でも、間隔をこまかく配置することにより、その効果を高めることができることがわかった。

8 参考文献

- 1) 三品吉彦、清水永策：プレフレックス梁、橋梁、No. 10, pp. 57~61 昭和41年10月
- 2) 喜久、小堀、吉田、清水：プレフレックス梁に関する研究、土木学会第22回学術講演会、IV-35, 昭和42年
- 3) 喜久、石川、小堀、吉田、川村：プレフレックス試験4の破壊荷重について、金沢大学工学部紀要、大5巻大3号、昭和44年2月
- 4) S. P. Timoshenko, J. M. Gere: Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, 1961
- 5) T. V. Galambos: Structural Members and Frames, Prentice-Hall, Englewood, 1968
- 6) F. Bleich: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, New York, 1952
- 7) 寺澤寅一：自然科学者のための数学概論、岩波書店

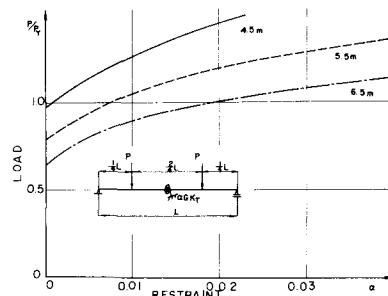


図-16 ねじり拘束係数と座屈荷重
(スパン 6.5m, 中央点拘束)

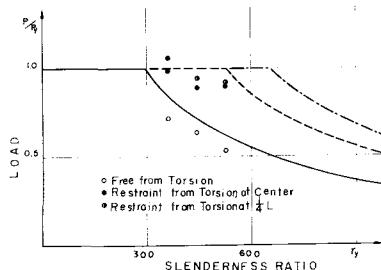


図-17 座屈曲線と実験結果