

全合成および半合成PC桁のクリープについて

九州大学工学部 彦坂 照

1. 緒言

本論で取り扱うPC合成桁は、プレキャストPC桁に現場打ちのコンクリートスラブを組み合わせた構造形式と持ち、工事用地、工期および維持費を含めた建設工事費などの点で他工法に優る経済性を有するところから、近年高速道路における橋梁形式として盛んに用いられるようになってきた。

周知のごとく、コンクリートにはクリープおよび乾燥収縮の現象があり、たとえばPC桁では導入初期のプレストレスが時間的に減少するが、特に本題のPC合成桁では、プレストレス、死荷重および活荷重による応力のほか、(1) プレストレスによるフリース応力、(2) コンクリートの乾燥収縮による応力、(3) 死荷重によるクリープ応力、が時間的に変化する付加応力として作用し、断面の応力分布に大きな影響をおよぼすことが考えられる。本論文は、PC合成単純桁を対象として、かかる付加応力の時間的変化を厳密に追跡し、その合理的かつ経済的設計に資せんとするものである。

PC合成桁は、施工法により、すべての死荷重および活荷重を合成断面で受けもたせる全合成(死活荷重合成)のもの、死荷重はプレキャスト桁だけで受け、活荷重を合成断面で受けもたせる半合成(活荷重合成)のものが考えられ、上記(3)のクリープの影響は両者において異なるゆえ、解析はまず(1)、(2)の影響を同時に考えて行い、次いで半合成、全合成の各々について(3)の問題を取り扱うことにする。

2. コンクリートのクリープ関数および自由収縮ひずみ

プレキャストPC桁に現場打ちスラブを打ち継いで合成断面にすると、現場打ちコンクリートの弾性係数、クリープ特性、乾燥収縮などはプレキャスト部分のそれらとは一般に一致しない。この影響はPC合成桁ではかなり大きく、設計上注意しなければならないが、この影響をすべて考慮した理論式の誘導は極めて複雑でかつ解析も困難となり、従来種々の近似解法が試みられてきた。

本論では、プレキャスト部と現場打ち部のコンクリートの弾性係数と材令の違いを厳密に考慮し、両者のクリープ特性および乾燥収縮についても以下の諸式を用いてその違いを考慮することにする。

まずクリープ特性については、クリープ関数すなわち“材令 τ のコンクリートが単位の持続応力を受けるときの、時刻 t におけるクリープひずみ”を

$$\text{プレキャスト部: } C_1(t, \tau) = \varphi_1(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] \quad (1)$$

$$\text{現場打ち部: } C_2(t, \tau) = \varphi_2(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] \quad (2)$$

で表わす¹⁾。ここに、 γ は定数、 $\varphi_1(\tau)$ 、 $\varphi_2(\tau)$ は材令 τ のみの関数で、たとえば $\varphi_1(\tau) = \alpha e^{\beta\tau}$ または $\varphi_1(\tau) = \alpha/\tau + \beta$ (α, β は定数)の形をとる。なお、引張応力によるクリープに対しても、Davis-Glanvilleの法則により式(1)、(2)のクリープ関数がそのまま用いられるものとする。

次に、両コンクリートの自由乾燥収縮ひずみの時間変化を表わす関数を次式で与えることにする。

$$\text{プレキャスト部: } S_1(t) = S_0 [1 - e^{-\gamma t}] \quad (3)$$

$$\text{現場打ち部: } S_2(t) = S_{20} [1 - e^{-\gamma(t-t')}] \quad (4)$$

ここに、 S_{10} , S_{20} は定数、また式(4)の $(t-t')$ は現場打ちコンクリートの材令を与えることになる。

3. プレストレスによるクリープおよび乾燥収縮応力

プレキャストPC桁のコンクリート打設時を時間 t の原点にする。この桁を架設後、時刻 $t = t_1$ において現場でスラブのコンクリートを打ち継ぐものとし、さらに時刻 $t = t_2$ 以降はプレキャスト部と現場打ち部が完全に一体となって働くものと仮定する。

いま図-1のごときPC合成桁断面を考え、プレキャスト桁の桁高、断面積および断面2次モーメントをそれぞれ h_1 , A_1 , I_1 、その図心を G_1 とし、現場打ちスラブの厚さ、断面積および断面2次モーメントをそれぞれ $2h_2$, A_2 , I_2 、その図心を G_2 とする。プレキャスト桁は、図心 G_1 から桁上縁および桁下縁までの距離をそれぞれ z_1 , z_2 とし、軸方向有効圧縮力 P が図心 G_1 の下方 f の距離に作用してプレストレスが導入されている。

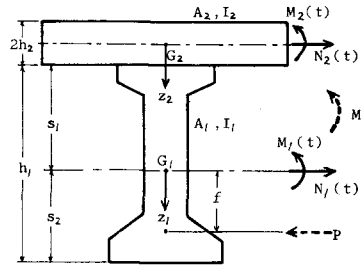


図 - 1

プレキャスト桁のプレストレスおよび乾燥収縮による変形が現場打ちスラブに新たに誘起する断面力を図心 G_2 に働く軸力 N_2 と曲げモーメント M_2 とに分解し、同様にプレキャスト桁に新たに作用する断面力を図心 G_1 に働く軸力 N_1 と曲げモーメント M_1 とに分解して考えれば、これら諸力は何れも時間 t の関数であり、軸力および G_2 に関するモーメントの釣り合い条件から次式を満足しなければならぬ。

$$N_2(t) = -N_1(t) \quad (5)$$

$$M_2(t) = -M_1(t) - N_1(t) \cdot (s_1 + s_2) \quad (6)$$

また、 $t = t_2$ においては

$$N_1(t_2) = N_2(t_2) = 0, \quad M_1(t_2) = M_2(t_2) = 0 \quad (7)$$

さて、 G_1 および G_2 より鉛直下方にそれぞれ z_1 軸, z_2 軸をとれば、プレキャスト桁およびスラブの任意点の応力 σ_1 , σ_2 が次式で求められる。

$$\sigma_1(t) = \sigma_1(t_2) + \frac{N_1(t)}{A_1} + \frac{M_1(t)}{I_1} z_1 \quad (8)$$

$$\sigma_2(t) = \frac{N_2(t)}{A_2} + \frac{M_2(t)}{I_2} z_2 \quad (9)$$

$$\text{ただし } \sigma_1(t_2) = -(P/A_1 + Pfz_1/I_1)$$

プレキャスト桁のクリープ関数および自由乾燥収縮ひずみをそれぞれ式(1), (3)で与えれば、時間的に変化する応力 $\sigma_1(t)$ を受けるプレキャストPC桁の任意時刻 t における総ひずみ $\epsilon_1(t)$ が次式で表わされる。

$$\epsilon_1(t) = \frac{\sigma_1(t)}{E_1} - \int_{t_2}^t \sigma_1(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_1(t, \tau) d\tau - S_1(t) \quad (10)$$

ここに E_1 : PC桁のコンクリートの弾性係数

スラブでは、材令 $t_2 - t_1$ のコンクリートが同じく時間的に変化する応力 $\sigma_2(t)$ を受けるゆえ、そのクリープ関数および自由乾燥収縮ひずみをそれぞれ式(2), (4)で与えれば任意時刻 t における総ひずみは

$$\epsilon_2(t) = \frac{\sigma_2(t)}{E_2} - \int_{t_2}^t \sigma_2(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_2(t - \tau_1, \tau - t_1) d\tau - S_2(t) \quad (11)$$

ここに E_2 : コンクリートスラブの弾性係数

平面保持を仮定すれば、変形の適合条件として次の2式が成立しなければならない。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} [\varepsilon_1(t) - \varepsilon_1(\tau_2)]_{z_1 = -(a_1 + h_2)} &= [\varepsilon_2(t)]_{z_2 = 0} \\ \frac{1}{h_1} [\varepsilon_1(t) - \varepsilon_1(\tau_2)]_{z_1 = a_2} - \frac{1}{h_1} [\varepsilon_1(t) - \varepsilon_1(\tau_2)]_{z_1 = -a_1} &= \frac{1}{2h_2} [\varepsilon_2(t)]_{z_2 = h_2} - \frac{1}{2h_2} [\varepsilon_2(t)]_{z_2 = -h_2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式(10), (11)を式(12)に代入し、かつ式(5), (6)を用いて $N_2(t)$, $M_2(t)$ を消去のうえ整理すれば次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta(t)}{E_1} - \int_{\tau_2}^t \delta(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_1(t, \tau) d\tau + \sigma_{p1} C_1(t, \tau_2) - \{ S_1(t) - S_1(\tau_2) \} &= -\frac{N_1(t)}{E_2 A_2} + \int_{\tau_2}^t \frac{N_1(\tau)}{A_2} \frac{\partial}{\partial \tau} C_2(t - \tau_1, \tau - \tau_1) d\tau - S_2(t) \\ \frac{M_1(t)}{E_1 I_1} - \int_{\tau_2}^t \frac{M_1(\tau)}{I_1} \frac{\partial}{\partial \tau} C_1(t, \tau) d\tau - \frac{P f}{I_1} C_1(t, \tau_2) &= -\frac{R(t)}{E_2 I_2} + \int_{\tau_2}^t \frac{R(\tau)}{I_2} \frac{\partial}{\partial \tau} C_2(t - \tau_1, \tau - \tau_1) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\text{ただし } \delta(t) = N_1(t)/A_1 - M_1(t) \cdot (a_1 + h_2)/I_1, \quad R(t) = M_1(t) + N_1(t) \cdot (a_1 + h_2), \quad \sigma_{p1} = -P/A_1 + P f \cdot (a_1 + h_2)/I_1$$

式(13)の両辺をそれぞれ一回微分のうえ整理すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\delta}(t)}{E_1} + r \varphi_1(t) \delta(t) - r \int_{\tau_2}^t \delta(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_1(\tau) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau + r \varphi_1(\tau_2) \sigma_{p1} \bar{e}^{r(t-\tau_2)} - \dot{S}_1(t) \\ = -\frac{\dot{N}_1(t)}{E_2 A_2} - r \varphi_2(t - \tau_1) \frac{N_1(t)}{A_2} + r \int_{\tau_2}^t \frac{N_1(\tau)}{A_2} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_2(\tau - \tau_1) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau - \dot{S}_2(t) \end{aligned} \quad (14)_a$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{M}_1(t)}{E_1 I_1} + r \varphi_1(t) \frac{M_1(t)}{I_1} - r \int_{\tau_2}^t \frac{M_1(\tau)}{I_1} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_1(\tau) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau - r \varphi_1(\tau_2) \frac{P f}{I_1} \bar{e}^{r(t-\tau_2)} \\ = -\frac{\dot{R}(t)}{E_2 I_2} - r \varphi_2(t - \tau_1) \frac{R(t)}{I_2} + r \int_{\tau_2}^t \frac{R(\tau)}{I_2} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_2(\tau - \tau_1) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau \end{aligned} \quad (14)_b$$

式(14)の両辺をそれぞれ一回微分のうえ整理すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{\delta}(t)}{E_1} + r \varphi_1(t) \dot{\delta}(t) - r^2 \varphi_1(t) \delta(t) + r^2 \int_{\tau_2}^t \delta(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_1(\tau) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau - r^2 \varphi_1(\tau_2) \sigma_{p1} \bar{e}^{r(t-\tau_2)} + r \dot{S}_1(t) \\ = -\frac{\ddot{N}_1(t)}{E_2 A_2} - r \varphi_2(t - \tau_1) \frac{\dot{N}_1(t)}{A_2} + r^2 \varphi_2(t - \tau_1) \frac{N_1(t)}{A_2} - r^2 \int_{\tau_2}^t \frac{N_1(\tau)}{A_2} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_2(\tau - \tau_1) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau + r \dot{S}_2(t) \end{aligned} \quad (15)_a$$

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{M}_1(t)}{E_1 I_1} + r \varphi_1(t) \frac{\dot{M}_1(t)}{I_1} - r^2 \varphi_1(t) \frac{M_1(t)}{I_1} + r^2 \int_{\tau_2}^t \frac{M_1(\tau)}{I_1} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_1(\tau) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau + r^2 \varphi_1(\tau_2) \frac{P f}{I_1} \bar{e}^{r(t-\tau_2)} \\ = -\frac{\ddot{R}(t)}{E_2 I_2} - r \varphi_2(t - \tau_1) \frac{\dot{R}(t)}{I_2} + r^2 \varphi_2(t - \tau_1) \frac{R(t)}{I_2} - r^2 \int_{\tau_2}^t \frac{R(\tau)}{I_2} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_2(\tau - \tau_1) \bar{e}^{r(t-\tau)}] d\tau \end{aligned} \quad (15)_b$$

$r \times (14)_a + (15)_a$ を作り両辺に $E_1 A_1$ を掛けて整理すれば、

$$(1 + n a) \ddot{N}_1(t) - \frac{A_1(a_1 + h_2)}{I_1} \ddot{M}_1(t) = -r \{ 1 + E_1 \varphi_1(t) + n a \{ 1 + E_2 \varphi_2(t - \tau_1) \} \} \dot{N}_1(t) - r \frac{A_1(a_1 + h_2)}{I_1} \{ 1 + E_1 \varphi_1(t) \} \dot{M}_1(t) \quad (16)_a$$

$$\text{ただし } n = E_1/E_2, \quad a = A_1/A_2$$

同様にして、 $r \times (14)_b + (15)_b$ を作り両辺に $E_1 I_1$ を掛けて整理すれば、

$$n b (a_1 + h_2) \ddot{N}_1(t) + (1 + n b) \ddot{M}_1(t) = -r n b (a_1 + h_2) \{ 1 + E_2 \varphi_2(t - \tau_1) \} \dot{N}_1(t) - r \{ 1 + E_1 \varphi_1(t) + n b \{ 1 + E_2 \varphi_2(t - \tau_1) \} \} \dot{M}_1(t) \quad (16)_b$$

$$\text{ただし } b = I_1/I_2$$

式(16)_a, (16)_bの連立2階常微分方程式は、まず $\dot{N}_1(t) = y_1(t)$, $\dot{M}_1(t) = y_2(t)$ とおくことにより、階数を1階下げることができる。次いで、同式を $\dot{y}_1(t)$, $\dot{y}_2(t)$ に関する2元連立一次方程式と見て解けば、次の連立1階常微分方程式がえられる。

$$C \dot{y}_1(t) + P_1(t) y_1(t) + Q_1(t) y_2(t) = 0 \quad (17)_a$$

$$C \ddot{y}_2(t) + P_2(t) \cdot y_1(t) + Q_2(t) \cdot y_2(t) = 0 \quad (17)_b$$

$$\text{ただし } C = (1 + n\alpha)(1 + n\beta) + n\beta A_1(\alpha + \alpha_2)^2 / I_1$$

$$P_1(t) = \gamma [C + (1 + n\beta) E_1 \varphi_1(t) + \{C - (1 + n\beta)\} E_2 \varphi_2(t - \tau_1)]$$

$$Q_1(t) = -\gamma n\beta \frac{A_1(\alpha + \alpha_2)}{I_1} \{E_1 \varphi_1(t) - E_2 \varphi_2(t - \tau_1)\}$$

$$P_2(t) = -\gamma n\beta(\alpha_1 + \alpha_2) \{E_1 \varphi_1(t) - E_2 \varphi_2(t - \tau_1)\}$$

$$Q_2(t) = \gamma [C + \{C - n\beta(1 + n\alpha)\} E_1 \varphi_1(t) + n\beta(1 + n\alpha) E_2 \varphi_2(t - \tau_1)]$$

式(17)_bに後に適宜に定めおいた関数 $\lambda(t)$ を掛け、式(17)_aに加えれば、

$$C \{ \ddot{y}_1(t) + \lambda(t) \ddot{y}_2(t) \} + \{ P_1(t) + \lambda(t) P_2(t) \} y_1(t) + \{ Q_1(t) + \lambda(t) Q_2(t) \} y_2(t) = 0 \quad (18)$$

ここで $y_1(t) + \lambda(t) y_2(t) = u(t)$ とおけば、式(18)は

$$C \{ \ddot{u}(t) - \dot{\lambda}(t) y_2(t) \} + \{ P_1(t) + \lambda(t) P_2(t) \} \{ u(t) - \lambda(t) y_2(t) \} + \{ Q_1(t) + \lambda(t) Q_2(t) \} y_2(t) = 0$$

上式を書きなおせば

$$C \ddot{u}(t) + \{ P_1(t) + \lambda(t) P_2(t) \} u(t) - y_2(t) [C \dot{\lambda}(t) + \{ P_1(t) + \lambda(t) P_2(t) \} \lambda(t) - \{ Q_1(t) + \lambda(t) Q_2(t) \}] = 0 \quad (19)$$

式(19)において $y_2(t)$ は第3項のみに含まれるゆえ、第3項が零になるように $\lambda(t)$ を定めることにする。

$$C \dot{\lambda}(t) + \{ P_1(t) + \lambda(t) P_2(t) \} \lambda(t) - \{ Q_1(t) + \lambda(t) Q_2(t) \} = 0$$

$$= C \dot{\lambda}(t) + P_2(t) \lambda^2(t) + \{ P_1(t) - Q_2(t) \} \lambda(t) - Q_1(t)$$

$$= C \dot{\lambda}(t) - \gamma \{ E_1 \varphi_1(t) - E_2 \varphi_2(t - \tau_1) \} \left[n\beta(\alpha_1 + \alpha_2) \lambda^2(t) + \left\{ n(\alpha - \beta) + \frac{A_1(\alpha + \alpha_2)^2}{I_1} n\beta \right\} \lambda(t) - \frac{A_1(\alpha_1 + \alpha_2)}{I_1} n\beta \right] = 0 \quad (20)$$

$$\lambda \text{ の 2 次方程式 } n\beta(\alpha_1 + \alpha_2) \lambda^2 + \left\{ n(\alpha - \beta) + \frac{A_1(\alpha + \alpha_2)^2}{I_1} n\beta \right\} \lambda - \frac{A_1(\alpha_1 + \alpha_2)}{I_1} n\beta = 0$$

の2実根を λ_1, λ_2 とすれば、 $\lambda(t) = \lambda_1$ 、および $\lambda(t) = \lambda_2$ は式(20)の微分方程式の2つの特殊解である。

したがって、式(19)より次式がえられることになる。

$$\left. \begin{aligned} C \ddot{u}_1(t) + \{ P_1(t) + \lambda_1 P_2(t) \} u_1(t) &= 0 \\ C \ddot{u}_2(t) + \{ P_1(t) + \lambda_2 P_2(t) \} u_2(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\text{式(21)を解いて } u_1(t) = u_1(\tau_2) e^{-\eta_1(t)}, \quad u_2(t) = u_2(\tau_2) e^{-\eta_2(t)}$$

$$\text{ただし } u_1(\tau_2) = y_1(\tau_2) + \lambda_1 y_2(\tau_2), \quad u_2(\tau_2) = y_1(\tau_2) + \lambda_2 y_2(\tau_2)$$

$$\eta_1(t) = \frac{1}{C} \int_{\tau_2}^t \{ P_1(\tau) + \lambda_1 P_2(\tau) \} d\tau, \quad \eta_2(t) = \frac{1}{C} \int_{\tau_2}^t \{ P_1(\tau) + \lambda_2 P_2(\tau) \} d\tau$$

しかるに $y_1(t) + \lambda_1 y_2(t) = u_1(t)$, $y_1(t) + \lambda_2 y_2(t) = u_2(t)$ とあるから、これを連立に解いて

$$y_1(t) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \{ \lambda_1 u_1(t) - \lambda_2 u_2(t) \}, \quad y_2(t) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \{ u_1(t) - u_2(t) \}$$

$$\text{すなわち } \dot{N}_1(t) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [\lambda_1 \{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_2 \dot{M}_1(\tau_2) \} e^{-\eta_1(t)} - \lambda_2 \{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_1 \dot{M}_1(\tau_2) \} e^{-\eta_2(t)}]$$

$$\dot{M}_1(t) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [\{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_1 \dot{M}_1(\tau_2) \} e^{-\eta_1(t)} - \{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_2 \dot{M}_1(\tau_2) \} e^{-\eta_2(t)}]$$

上式を t で積分すれば、結局所要のプレキャスト桁の断面力 $N_1(t)$, $M_1(t)$ が次式で求められることになる。

$$\left. \begin{aligned} N_1(t) &= N_1(\tau_2) + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [\lambda_1 \{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_2 \dot{M}_1(\tau_2) \} \int_{\tau_2}^t e^{-\eta_1(\tau)} d\tau - \lambda_2 \{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_1 \dot{M}_1(\tau_2) \} \int_{\tau_2}^t e^{-\eta_2(\tau)} d\tau] \\ M_1(t) &= M_1(\tau_2) + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [\{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_1 \dot{M}_1(\tau_2) \} \int_{\tau_2}^t e^{-\eta_1(\tau)} d\tau - \{ \dot{N}_1(\tau_2) + \lambda_2 \dot{M}_1(\tau_2) \} \int_{\tau_2}^t e^{-\eta_2(\tau)} d\tau] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

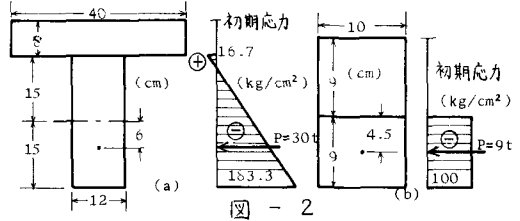
上式の初期値 $N_1(\tau_2)$, $M_1(\tau_2)$ は式(7)より零であり、また $\dot{N}_1(\tau_2)$, $\dot{M}_1(\tau_2)$ は式(14)で $t = \tau_2$ において導かれる連立方程式を解くことにより次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{N}_1(\tau_2) &= \frac{1}{C} \left[r E_1 \varphi_1(\tau_2) P \left\{ (1+n\beta) - \frac{A_1(a_1+h_2)f}{I_1} n\beta \right\} + (1+n\beta) E_1 A_1 \{ \dot{S}_1(\tau_2) - \dot{S}_2(\tau_2) \} \right] \\ \dot{M}_1(\tau_2) &= \frac{1}{C} \left[r E_1 \varphi_1(\tau_2) P \left\{ (1+na)f - n\beta(a_1+h_2) + \frac{A_1(a_1+h_2)^2 f}{I_1} n\beta \right\} - n\beta(a_1+h_2) E_1 A_1 \{ \dot{S}_1(\tau_2) - \dot{S}_2(\tau_2) \} \right] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式(22)より $N(t)$, $M(t)$ が求まれば、スラブの断面力 $N_2(t)$, $M_2(t)$ は式(5), (6)よりえられ、またコンクリートの応力は式(8), (9)より算定されることになる。

計算例

図-2のごとく、プレキャスト部がマッシュンな断面(図(a))と、逆に現場打ち部がマッシュンな断面(図(b))をもつ2種のPC合成桁を対象に、 τ_1 , τ_2 の種々の組み合わせについて、プレストレスによるクリープおよび乾燥収縮応力の計算を行った。ただし、コンクリートの弾



性係数は $E_1 = 3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $E_2 = 2.1 \times 10^5$

kg/cm^2 , クリープ関数の諸量は $\gamma = 0.026$, $\varphi_1(\tau) = (3.37/\tau + 0.63) \times 10^{-5}$, $\varphi_2(\tau) = (4.82/\tau + 0.9) \times 10^{-5}$, さらに自由乾燥収縮ひずみは $S_{10} = S_{20} = 2.5 \times 10^{-4}$ の諸値を用いた。

まず図(a)の断面について、 $\tau_1 = 60$

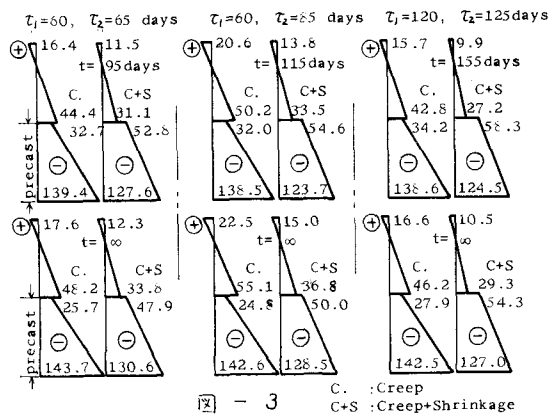
表-1 単位 kg/cm^2 , 引張応力正

τ_1	τ_2	PC桁下縁		PC桁上縁		スラブ下縁		スラブ上縁	
		クリープ	クリープ+乾燥	クリープ	クリープ+乾燥	クリープ	クリープ+乾燥	クリープ	クリープ+乾燥
60日	65日	-182.2 (1.1)	-181.6 (1.7)	14.9 (-1.8)	13.7 (-3.0)	-0.4	0.04	1.1	1.3
	85日	-182.2 (1.1)	-181.4 (1.9)	14.9 (-1.8)	13.5 (-3.2)	-0.5	0.02	1.2	1.4
120日	125日	-182.3 (1.0)	-181.5 (1.8)	15.0 (-1.7)	13.6 (-3.1)	-0.4	0.1	1.1	1.3
	145日	-182.3 (1.0)	-181.6 (1.7)	15.1 (-1.6)	13.8 (-2.9)	-0.4	0.1	1.1	1.2

日, 120日, $\tau_2 = (\tau_1 + 5)$ 日, $(\tau_1 + 25)$ 日 の諸値に

対し、PC桁およびスラブの上下縁応力の最終値($t \rightarrow \infty$)を算定し、結果を表-1にまとめて示した。ただし()内はクリープ、乾燥収縮の影響を全く受けていない $t = \tau_2$ における初期値との差である。スラブ上縁に新たに引張応力が生ずるが、その値は極めて小さく、死荷重による圧縮応力に相殺されるので問題はなし。

次に図(b)の断面について、前と同じ τ_1 , τ_2 の値に対し断面の応力分布の時間的変化を追跡し、結果の一部を図-3に示した。現場打ち部



がマッシュンなこの断面においてはクリープおよび乾燥収縮の影響が著しく表われているが、必ずしも危険側に作用してはおらず、むしろ桁下縁の圧縮応力を増加させる利点も見受けられる。プレストレスのみによるクリープは τ_1 が小さいほど、乾燥収縮の影響は逆に τ_1 が大きいほど顕著であり、また一般に $\tau_2 - \tau_1$ が大きくなるほど両者の影響が大きく表われるが、応力の増減に対し両者が全く逆の作用を及ぼし合っているのは興味深い。

4. 半合成PC桁の死荷重のみによるクリープ

半合成桁においては、全死荷重モーメント M を当初プレキャストPC桁だけで受けもつが、これによって生じるプレキャスト桁のクリープが現場打ちスラブに誘起する断面力 N_2, M_2 と、その反作用としてプレキャスト桁に新たに作用する断面力 N_1, M_1 と、上記3.と同様に図-1のごとく与えるものとする。この場合のクリープは、3.で取り扱ったプレストレスによるクリープと類似のもので、式(5)、(6)、(7)がそのまま成立し、式(8)~(11)の誘式において $S_1(t) = S_2(t) = 0$ 、 $Q_1(t_2) = M z_1 / I_1$ とおくだけで以後3.の演算を踏襲すればよい。この結果、基礎微分方程式は式(16)となり、プレキャストPC桁の断面力の一般解も式(22)に合致する。初期値 $N_1(t_2), M_1(t_2)$ は零であり、また $\dot{N}_1(t_2), \dot{M}_1(t_2)$ を求めるため式(14)で $t = t_2$ とおけば次の2元連立1次方程式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} (1 + \alpha_Q) \dot{N}_1(t_2) - \frac{A_1(\alpha_1 + \alpha_2)}{I_1} \dot{M}_1(t_2) &= \gamma E_1 \varphi_1(t_2) \frac{A_1(\alpha_1 + \alpha_2)}{I_1} M \\ \alpha_2(\alpha_1 + \alpha_2) \dot{N}_1(t_2) + (1 + \alpha_Q) \dot{M}_1(t_2) &= -\gamma E_1 \varphi_1(t_2) M \end{aligned} \right\}$$

これを解いて

$$\left. \begin{aligned} \dot{N}_1(t_2) &= \frac{1}{C} \gamma E_1 \varphi_1(t_2) \alpha_2 \frac{A_1(\alpha_1 + \alpha_2)}{I_1} M \\ \dot{M}_1(t_2) &= -\frac{1}{C} \gamma E_1 \varphi_1(t_2) \left\{ 1 + \alpha_Q + \frac{A_1(\alpha_1 + \alpha_2)^2}{I_1} \right\} M \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

計算例

再び図-2の断面をもつ半合成PC桁を考える。まず図(a)の断面に死荷重モーメント $M = 1.62 \text{ tm}$ が作用する場合、 $t = t_2$ における初期応力分布は図-4(a)のごとくである。この応力分布がクリープにより変化し、各 t_1, t_2 の値に対し表-2に示す最終値をとる。前例と同じく、この断面に対するクリープの影響は極めて小さいといえるが、死荷重によるクリープは3.で取り扱った乾燥収縮と全く逆の働きをし、スラブにおいては両者による応力がほぼ相殺される効果が見られる。

次に、図-2(b)の断面に作用する死荷重モーメントを $M = 0.54 \text{ tm}$ とすれば、これによる初期応力分布は図-4(b)のごとくであり、図-3にならって応力分布のクリープによる変化を示せば図-5の結果がえられる。PC桁下縁の引張応力が著しく減少する反面、現場打ち部上縁には約 25 kg/cm^2 の圧縮応力が生ずることが認められる。

なお半合成PC桁の死荷重によるクリープの影響は、プレストレスによるクリープの場合と同じく、一般に t_1 が小さいほど、また $t_2 - t_1$ が大きいほど顕著である。

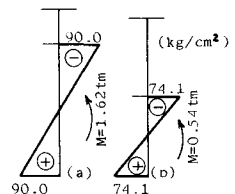


図-4

表-2 (kg/cm²)

t_1	t_2	PC桁下縁	PC桁上縁	スラブ下縁	スラブ上縁
60日	65日 ^a	87.3 (-2.7)	-85.5 (4.5)	-0.7	-1.4
	85日 ^a	87.3 (-2.7)	-85.4 (4.6)	-0.7	-1.4
120日	125日 ^a	87.4 (-2.6)	-85.6 (4.4)	-0.7	-1.3
	145日 ^a	87.6 (-2.4)	-85.9 (4.1)	-0.6	-1.3

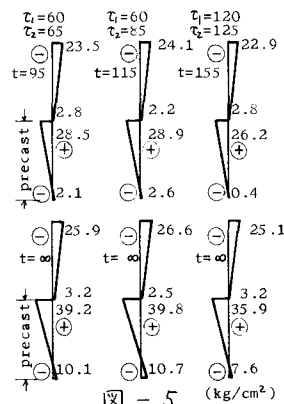


図-5 (kg/cm²)

5. 全合成PC桁の死荷重のみによるクリープ

3.および4.と同じく、図-1のごとき全合成PC桁断面を考える。全合成PC桁では、プレキャスト

ト部と現場打ち部が完全に一体となって働く時刻 $t = \tau_2$ 以降は、全死荷重モーメント M を桁とスラブがともに受けもつゆえ、任意断面における軸力とモーメントの釣り合い式は次のごとくである。

$$N_2(t) = -N_1(t) \quad (25)$$

$$M_2(t) = M - M_1(t) - N_1(t) \cdot (a_1 + h_2) \quad (26)$$

また、これらの断面力によるプレキャスト桁およびスラブの応力とひずみが次式で与えられる。

$$\text{プレキャスト桁} \quad \begin{cases} \sigma_1(t) = \frac{N_1(t)}{A_1} + \frac{M_1(t)}{I_1} \bar{z}_1 \\ \varepsilon_1(t) = \frac{\sigma_1(t)}{E_1} - \int_{\tau_2}^t \sigma_1(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_1(t, \tau) d\tau \end{cases} \quad (27)$$

$$(28)$$

$$\text{スラブ} \quad \begin{cases} \sigma_2(t) = \frac{N_2(t)}{A_2} + \frac{M_2(t)}{I_2} \bar{z}_2 \\ \varepsilon_2(t) = \frac{\sigma_2(t)}{E_2} - \int_{\tau_2}^t \sigma_2(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_2(t - \tau_1, \tau - \tau_1) d\tau \end{cases} \quad (29)$$

$$(30)$$

平面保持の仮定に基づく変形の適合条件式は、

$$\left. \begin{aligned} [\varepsilon_1(t)]_{\bar{z}_1 = -(a_1 + h_2)} &= [\varepsilon_2(t)]_{\bar{z}_2 = 0} \\ \frac{1}{R_1} [\varepsilon_1(t)]_{\bar{z}_1 = a_2} - \frac{1}{R_1} [\varepsilon_1(t)]_{\bar{z}_1 = -a_1} &= \frac{1}{2R_2} [\varepsilon_2(t)]_{\bar{z}_2 = h_2} - \frac{1}{2R_2} [\varepsilon_2(t)]_{\bar{z}_2 = -h_2} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式(28), (30)を式(31)に代入し、かつ式(25), (26)を用いて $N_2(t)$, $M_2(t)$ を消去のうえ整理すれば次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta(t)}{E_1} - \int_{\tau_2}^t \delta(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} C_1(t, \tau) d\tau &= -\frac{N_1(t)}{E_2 A_2} + \int_{\tau_2}^t \frac{N_1(\tau)}{A_2} \frac{\partial}{\partial \tau} C_2(t - \tau_1, \tau - \tau_1) d\tau \\ \frac{M_1(t)}{E_1 I_1} - \int_{\tau_2}^t \frac{M_1(\tau)}{I_1} \frac{\partial}{\partial \tau} C_1(t, \tau) d\tau &= -\frac{R(t)}{E_2 I_2} + \int_{\tau_2}^t \frac{R(\tau)}{I_2} \frac{\partial}{\partial \tau} C_2(t - \tau_1, \tau - \tau_1) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\text{ここに} \quad \delta(t) = N_1(t)/A_1 - M_1(t)(a_1 + h_2)/I_1, \quad R(t) = M_1(t) + N_1(t)(a_1 + h_2)$$

上式の両辺をそれぞれ回微分のうえ整理すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{\delta}(t)}{E_1} + \delta \varphi_1(t) \delta(t) - \delta \int_{\tau_2}^t \delta(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_1(\tau) e^{-\delta(t-\tau)}] d\tau &= -\frac{\dot{N}_1(t)}{E_2 A_2} - \delta \varphi_2(t - \tau_1) \frac{N_1(t)}{A_2} + \delta \int_{\tau_2}^t \frac{N_1(\tau)}{A_2} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_2(\tau - \tau_1) e^{-\delta(t-\tau)}] d\tau \\ \frac{\dot{M}_1(t)}{E_1 I_1} + \delta \varphi_1(t) \frac{M_1(t)}{I_1} - \delta \int_{\tau_2}^t \frac{M_1(\tau)}{I_1} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_1(\tau) e^{-\delta(t-\tau)}] d\tau &= -\frac{\dot{R}(t)}{E_2 I_2} - \delta \varphi_2(t - \tau_1) \frac{R(t)}{I_2} + \delta \int_{\tau_2}^t \frac{R(\tau)}{I_2} \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi_2(\tau - \tau_1) e^{-\delta(t-\tau)}] d\tau \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式(33)の両辺をそれぞれ回微分してえられる式と式(33)との間で、3.に述べたと同様の操作を施せば、式(16)と全く同じ連立微分方程式が導かれ、 $N_1(t)$, $M_1(t)$ の一般解が再び式(22)で与えられる。初期値 $N_1(\tau_2)$, $M_1(\tau_2)$ は、式(32)で $t = \tau_2$ において導かれる方程式を連立に解くことにより、それぞれ次のごとく求められる。

$$\begin{aligned} N_1(\tau_2) &= \frac{1}{C} \frac{A_1(a_1 + h_2)}{I_1} \pi b M, & M_1(\tau_2) &= \frac{1}{C} (1 + \pi a) \pi b M \\ \dot{N}_1(\tau_2) &= \frac{1}{C} \delta \frac{A_1(a_1 + h_2)}{I_1} \pi b (\pi^2 a b - 1) \{E_1 \varphi_1(\tau_2) - E_2 \varphi_2(\tau_2 - \tau_1)\} M \\ \dot{M}_1(\tau_2) &= -\frac{1}{C} \delta \pi b \{ (1 + \pi a)^2 + \frac{A_1(a_1 + h_2)^2}{I_1} \pi^2 a b \} \{E_1 \varphi_1(\tau_2) - E_2 \varphi_2(\tau_2 - \tau_1)\} M \end{aligned}$$

計算例

図-2の断面をもつ全合成PC桁が前例と同じ死荷重モーメント、すなわち図(a)については $M = 1.62 \text{ tm}$, 図(b)については $M = 0.54 \text{ tm}$ を受ける場合の初期応力分布は図-6のごとくである。

全合成の場合、死荷重によるクリープの影響は比較的小さく、特に図-2(a)の断面では全く無視して差し支えな。図-2(b)の断面について、 σ_1 , σ_2 の値に対する応力の最終値を求めれば表-3の結果がえられ、本题のクリープがPC桁下縁および現場打ち部上縁に対しては引張、桁と現場打ち部の接合部には圧縮の作用を及ぼしていることが認められる。なお、半合成桁とは逆に、 $\sigma_2 - \sigma_1$ が小さいほどクリープの影響が大きくなる表れている。

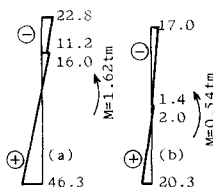


図 - 6

6. 考察および結語

図-2の断面について、プレストレスおよび死荷重による応力を加えて求めた初期応力の分布は、半合成、全合成のそれぞれに対し、図-7のごとくである。この応力分布は、上記3.4.5.で求めたクリープおよび乾燥収縮の影響をそれぞれ受けて時間的に変化する。まず図-2(a)の断面について考えれば、最終的に表-4の結果となる。同表より、プレキャスト部がマッシュブなPC合成単純桁では、クリープおよび乾燥収縮の影響は小さいことが明らかである。

次に現場打ち部がマッシュブで厚い図-2(b)の断面について、同じくプレストレスおよび死荷重によるクリープと乾燥収縮の影響を受け、最終の応力分布を求めれば図-8の結果がえられ、特に半合成桁の場合に応力の時間的変化が大きくなる。半合成、全合成とも、クリープによる応力変化は σ_1 が小さいほど顕著であり、また半合成桁のスラブ下縁と全合成桁のプレキャスト部の応力は $\sigma_2 - \sigma_1$ の値が大きくなるほど、その他の応力は $\sigma_2 - \sigma_1$ の値が小さいほどクリープの影響を強く受けている。

終わりに、本研究を行うにあたり有益なる御助言と懇切なる御指導を賜った九州大学山崎徳也教授に深く感謝致します。

表-3 (kg/cm²)

σ_1	σ_2	PC桁下縁	PC桁上縁	現場打ち下縁	現場打ち上縁
60	65	28.3 (8.0)	-11.3 (-9.3)	-5.0 (-3.6)	-12.0 (5.0)
	85	21.6 (1.3)	-3.4 (-1.4)	-2.0 (-0.6)	-16.1 (0.9)
120	125	28.6 (8.3)	-11.8 (-9.8)	-5.1 (-3.7)	-11.8 (5.2)
	145	21.7 (1.4)	-3.5 (-1.5)	-2.1 (-0.7)	-16.1 (0.9)

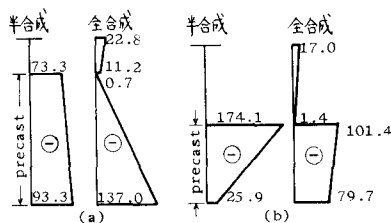


図 - 7 (kg/cm²)

表-4 (kg/cm²)

σ_1	σ_2	半 合 成				全 合 成			
		PC桁下縁	PC桁上縁	スラブ下縁	スラブ上縁	PC桁下縁	PC桁上縁	スラブ下縁	スラブ上縁
60	65	-94.3 (-1.0)	-71.8 (1.5)	-0.7	-0.1	-134.8 (2.2)	-3.2 (-3.9)	-11.2 (0.0)	-21.2 (1.6)
	85	-94.1 (-0.8)	-71.9 (1.4)	-0.7	0.0	-135.0 (2.0)	-2.7 (-3.4)	-11.2 (0.0)	-21.4 (1.4)
120	125	-94.1 (-0.8)	-72.0 (1.3)	-0.6	0.0	-134.7 (2.3)	-3.3 (-4.0)	-11.1 (0.1)	-21.2 (1.6)
	145	-94.0 (-0.7)	-72.1 (1.2)	-0.5	-0.1	-135.2 (1.8)	-2.5 (-3.2)	-11.1 (0.1)	-21.5 (1.3)

[参考文献]

- 1) N.Kh.Arutyunyan: Some Problems in the Theory of Creep in Concrete Structures. Pergamon Press, 1966.

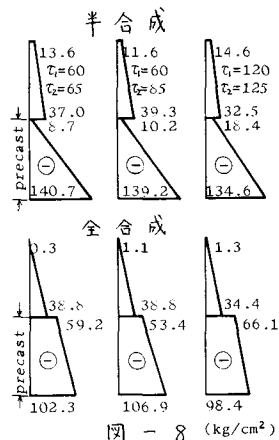


図 - 8 (kg/cm²)