

# 高層ラーメンの終局耐力に関する研究 (柱弹性型ラーメンのエネルギー復元力特性)

京都大学教授

棚橋 諒

同 助教授

中村恒善

立命館大学助教授 ○ 石田修三

## 序

強震に対する高層建築の動的応答解析は、構造物の非線形挙動と地震外乱の非予測性・不確定性のため極めて複雑であり、今後長期にわたる観測に基づいて確率統計的な手法をもつてしなければ真に明確にならない。この様な状況にあって高層建築の全体的な耐震性能を表わす本質的な尺度を今一度追求する事は意義のある事であり現実的に重要な事である。既に1935年に著者の一人棚橋が「速度一ポテンシャルエネルギー説」<sup>[1]</sup>を提唱し、その様な尺度について述べている。地震の破壊力は地動の最大速度の二乗に比例し、構造物の耐震力はその構造物が破壊するまでに蓄え得るポテンシャルエネルギーに依存するという事がその論旨である。それ以後も棚橋はこのエネルギー吸收能力が構造物の全体的な耐震性を表わす最も重要な尺度の一として注目するに値する事を強調しつづけてきた。1953年の論文では1自由度系をもつてその理論を説明しているが、その後これとは別に他の研究者によつても同様な方法でより詳細に研究がなされ、その結果は棚橋の理論が正しかった事を示している<sup>[2]</sup>。又最近小堀・南井教授によつて多自由度非線形系について<sup>[3]</sup>が成立し得る事が証明されている<sup>[3]</sup>。即ち強震を受ける bilinear な履歴特性を有する多自由度系は履歴 cycle 消費エネルギーの存在のため複雑な挙動を示すが、変形を或許容限度内に收めるためにその系が必要とする単位重量当りの吸収エネルギーは地震外乱の或等価な速度の最大値の二乗に比例し、階数にも系の周期特性にも依存しない事が示されている。以上の研究経過から構造物の耐震性と準静的エネルギー吸收能力との間に密接な関係がある事が明らかになってきている。これは言いかえれば準静的エネルギー吸收能力が耐震性の尺度に取り入れ得る事を意味する。

一般に韌性材料をもつて韌性的に構成された高次不静定構造物は外乱によって崩壊するまでに大きなエネルギーを吸収し得るものである。しかし高層ラーメンのエネルギー吸收能力に関する定量的な研究はあまりなされていない。文献[4]に於て我々は柱弹性型高層ラーメンのエネルギー吸收能力に関する研究を行つた。即ち一定の鉛直荷重の下において比例水平荷重をうける10階及び5階の完全弾塑性型矩形ラーメンについて、梁の強度・剛性分布、柱の剛性分布をパラメーターとする39ケースの静的弾塑性解析を行ない次の様な結論を得ている。

- (1) 梁に比して充分に強い柱をもつラーメンではその復元力特性は負の勾配の小さい bilinear な完全弾塑性型となる。(2) 塑性関節の回転角は剛塑性崩壊機構における構造回転角(頂部水平変位を建物高さで除した値)に比例する。即ち構造回転角の限界は塑性関節の回転限界に制約される。
- (3) 梁の塑性モーメントの総和が一定であっても梁の剛性・強度分布(上階から下階へかけての梁断面の変化率)が大きければ、エネルギー吸收能力は大きくなる。(4) 梁の塑性モーメントはエネルギー吸收能力に大きく貢献する。(5) 水平力分布はエネルギー吸收能力にあまり影響しない。

(6) 5層ラーメンと10層ラーメンとでは復元力特性の負勾配が5層ラーメンの方が小さくなる他は殆んど同じ傾向を呈する。

今回の研究においては§1にのべる理由から再び柱弾性型高層ラーメンを取り扱う事とし、階数・柱剛性・梁剛性・荷重分布をパラメーターとして静的弾塑性応答解析を行なった。復元力特性及びエネルギー吸収の性質を調べる手段として§2-2に提唱する復元力特性図を利用する事とした。なお今回の解析は次の仮定に基づいている。

(1) 平面構造物の構面内の静的挙動の解析で通常仮定されている事はすべてこゝでも仮定する。又フランジの座屈の様な断面内の局部変形は考慮しない。(2) 水平力は各階床位置に作用するものとし、その大きさは荷重係数又は水平力による転倒モーメントで表わす。鉛直荷重はFig.1に示す様な4つの集中力におけるものとする。その大きさ・分布は全ての梁について等しく且つ水平荷重の増大に無関係に一定値を保つものとする。(3) 剪断変形及び軸方向変形は無視するが、P-Δ効果は考慮する。(5) 梁断面のモーメント-曲率関係は完全弾塑性とし正硬化の影響は考慮しない。

### §1 構造物モデル及び荷重

一般に構造物の崩壊型式は不完全崩壊・完全崩壊・過完全崩壊に分類されている。不確定不規則な地震外乱に対する静的応答解析に際しては後二者の形式を考慮する事は現実的ではない。なぜならばその様な崩壊は確定外乱に対してその様な崩壊機構で崩壊する様に設計された構造物に対して正確にその確定外乱が作用した時にのみ実現するからである。不完全崩壊を容認した上でエネルギー的にみて効率のよい崩壊型を設計条件に選ぶ事は現実的な意味をもつ。即ち、崩壊に際しエネルギー消費が構造物の局部に集中しない様な型の不完全崩壊が存在するならば、それはエネルギー効率が高いと言えよう。その様な構造物は現実的な設計対象とし得る。以後この様な意味での不完全崩壊型を仮に全体崩壊型、そうでない不完全崩壊型を部分崩壊型と呼ぶことにする。高層ラーメンにおける全体崩壊型の一例を柱弾性型構造物に見出す事ができる。既往の研究から柱弾性型構造物に関して次の事柄が明らかになっている。文献[4]で柱弾性型といふ前提に基づいて弾塑性解析を行って結果、構造全体の復元力特性が比較的広い構造回転角の範囲に渡って完全弾塑性型で且つ大略全ての梁がエネルギー消費に貢献する様な静的応答が得られている。(Fig.1参照)又同じ解析の結果荷重分布の相異が応答にあまり敏感に影響しない事も示されている。これは柱弾性型の構造物が不規則外乱に対する動的応答を或程度安定化し得る事を暗示する。

構造物の弾塑性応答が問題となる様な地震応答に於て柱が現実に弾性を保ち得るかという疑問が残る。意図して柱を弾性に收めようとすれば非現実的に過大な柱断面を要する事が予想される。しかしながら例えば文献[5]に於ては動的応答解析によって地震時に柱が塑性化してもその塑性変形の進行とそれに伴うエネルギー消費が梁のそれらに比して小さい様

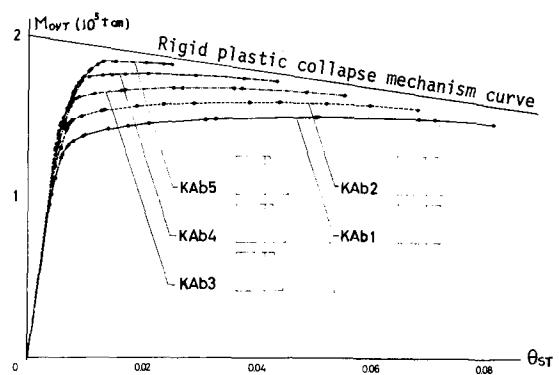


Fig.1  $M_{ovr}$ - $\theta_{st}$  curves for KAb series.  
From reference (4)

な設計パラメーター範囲が現実的な次元で存在する事が示されている。その様な場合にはエネルギー消費の大部分は梁に於てのみ行なわれ、柱弹性の場合のエネルギー吸収機構に類似しているとみられる。即ち柱が完全な弾性を保ち得ずとも、上記の様な場合をも含めて柱弹性型と称するならば柱弹性型構造物は充分実現し得るのである。たゞ軸力の相違からいわゆる風下側の柱が塑性化しても風上側の柱ではなく弾性域にある可能性は大きく、この場合崩壊 mode は自由度的であって風下側の柱におけるエネルギー消費は風下梁端におけるそれに比して、あまり大きくなり得ないと予想される。以上の考察の結果より、今回の研究素材として、全体崩壊型の典型である柱弹性型構造物を選ぶことは充分意義のある事と考えた。

数値解析の対象とする構造物は次の様に設定した。(Fig.1) 鉛直荷重は各階共梁端及び梁三等分点に集中力として作用させ、水平荷重は各層の質量に比例する置換水平力として作用させた。まず Base shear が 0.2 になる様な水平力だけが作用したときに各柱の反曲点がほど柱中央に生じる様な柱梁のモーメント分布を求めた。次に梁はその量に鉛直荷重による風下側の常時モーメントを加算したものとし全塑性モーメントとした。柱については予想される最大軸力と上記の柱曲モーメントを 1.2 倍したものとし求めたとき、この様な軸力と曲げの相関降伏曲線を満足する様に最小限必要な塑性モーメントを求めた。これは鉛直荷重と Base shear 0.2 の水平力が作用したときに風下側梁端がほど一齊に全塑性モーメントに達することになる。

柱梁の断面は全てワンドイッチ断面と仮定し、さきに求めた全塑性モーメントをもとにそのフランジ断面積と梁背を決定した。<sup>[6][7]</sup> 25 層のラーメンについて上記の計算で断面を定め、階数毎のラーメンの断面については、25 層ラーメンの上から 5 層分の値をそのまま用いる事にした。但し各ラーメン共最下層梁は修正している。

今回の数値解析には三通りのパラメーター即ち、  
 $n$  : 階数パラメーター  
 $k_c$  : 柱剛性パラメーター  
 $k_b$  : 梁剛性パラメーター

を採用しそれぞれ Fig.3 ~

Fig.5 に示す様に 5 通りの数値

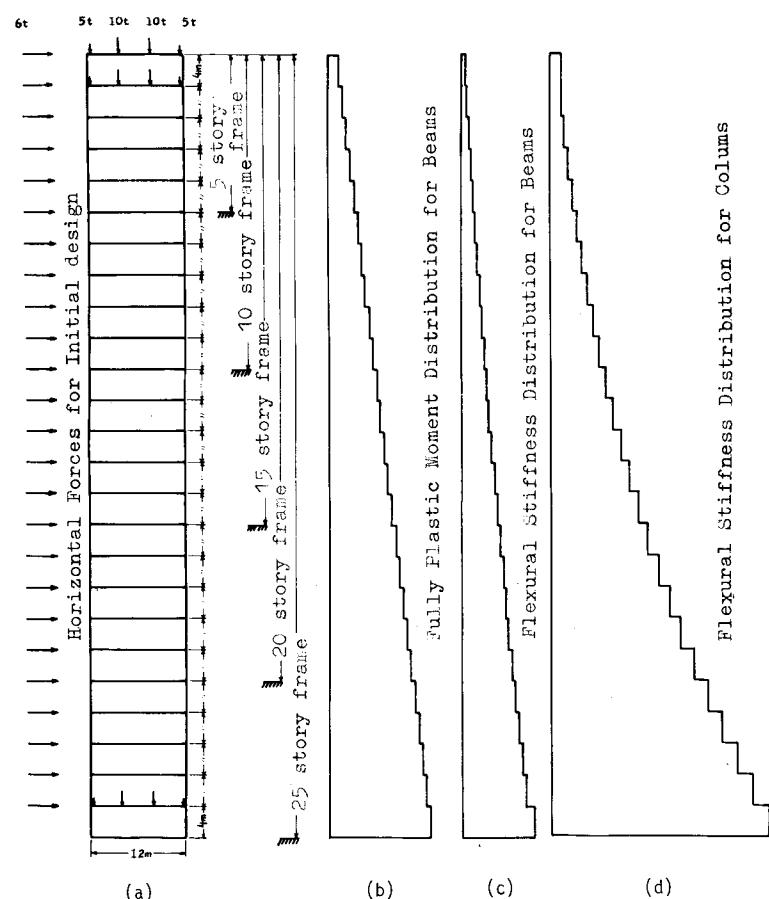


Fig.2-1 Structural data

を与えた。又静的応答解析に用いる水平荷重の分布は初期設計に用いた等分布の他に逆三角分布を採用した。

## § 2 解析方法

### 2-1 数値解析方法

数値解析には二次理論に基づく剛性行列法を用いた。この場合系剛性行列は柱軸力と塑性関節生成の状況によって変化していく。そこで弾塑性応答解析は必然的に増分形式となる事になる。例えば軸圧縮力を受ける柱の非線型弾性部材剛性行列は次の様になる。<sup>[8]</sup>

$$\begin{bmatrix} \frac{12\psi}{EI} & \frac{EI}{\ell} & -\frac{6}{EI} & \frac{EI}{\ell^2} \\ \frac{4\psi^2 - \phi^2}{EI} & \frac{\ell}{EI} & -\frac{2\psi - \phi}{EI} & \frac{\ell^2}{EI} \\ \frac{6\phi}{EI} & \frac{12\psi}{EI} & -\frac{6}{EI} & \frac{\ell^2}{EI} \\ \frac{4\psi^2 - \phi^2}{EI} & \frac{\ell}{EI} & -\frac{2\psi - \phi}{EI} & \frac{\ell^2}{EI} \\ \frac{6}{EI} & -\frac{6}{2\psi - \phi} & \left[ \frac{12}{2\psi - \phi} - \frac{\eta^2}{\ell^2} \right] & \frac{EI}{\ell^3} \end{bmatrix} \quad \eta = \sqrt{\frac{N\ell^2}{EI}} \quad \psi(\eta) = \frac{3}{\eta} \left( \frac{1}{\eta} - \frac{1}{\tan \eta} \right) \\ \phi(\eta) = \frac{6}{\eta} \left( \frac{1}{\sin \eta} - \frac{1}{\eta} \right)$$

柱軸圧縮力による付加モーメントが水平移動剛性に与える影響は上式の最後の項に入っている。水平力が増すに従って柱軸圧縮力が変化するので、この剛性行列の要素は増分毎に再計算される事になる。水平変位が大きくなつた際には引張力を受ける柱が出現し、その時も双曲線関数を含む同様な剛性行列を用いる事ができる。柱梁の軸方向変形を微小と仮定しているので梁端の回転角を独立座標にとる事ができる。梁が弾性域にある限りは通常の弾性部材剛性マトリックスを用いればよいが、梁断面に塑性関節ができると、その塑性関節の回転方向のモーメント増分に対する曲剛性は可成り低下するため剛性行列は新しく作りなおす必要がある。その後塑性回転角方向が逆になると弾性剛性行列にもどうすればならない。梁にかかる集中荷重の位置が定められているので塑性関節ができる危険点は一つの梁に対して4ヶ所考えられる。Fig. 2-2 は塑性関節の形成の可能性が6種類に限ることを示している。Fig. 1 の水平荷重状況から梁のモーメント分布は Fig. 2-2 (a) の様になるため、これ以外の塑性関節形成状況は考えられない。Fig. 2-2 (b) (c) (d) のいずれかの型で塑性回転が進行する限り、部材剛性行列は簡単に下の様に表わせる。ここで (b) (c) (d) に対する  $\psi$  の値はそれぞれ  $0, \frac{1}{3}, 1$  である。

$$\begin{bmatrix} \frac{3EI}{\ell} \frac{r^2}{3r^2 - 3r + 1} & \frac{3EI}{\ell} \frac{r(1-r)}{3r^2 - 3r + 1} \\ \frac{3EI}{\ell} \frac{r(1-r)}{3r^2 - 3r + 1} & \frac{3EI}{\ell} \frac{(1-r)^2}{3r^2 - 3r + 1} \end{bmatrix}$$

止まるか、弾性剛性行列或は (a) (b) (c) のいずれかに変化する。すべての部材剛性行列が確定すると、その構造物全体の座標にしたがって系剛性行列を組立てることができる。ここでは変換行列の代りにコードシステム<sup>[9]</sup>を改良したもの用いた。これら部材剛性行列・系剛性行列・そして変換行列に代るコードシステムを用いてまず常時荷重時の応答を求め、次に水平力に対して数段にわけて非線型弾性応答を求め、どこかの梁が全塑性モーメントに達する時点からは或る単位変位増分に対応する線形応答の何倍で新しい塑性関節が発生するかを計算して荷重倍数を求め、それと先の線形応答に乘じる事により、その段階の弾塑性応答増分を求めた。この様が増分形式をくり返す事により応答解析を進めていった。二次理論に基づく弾塑

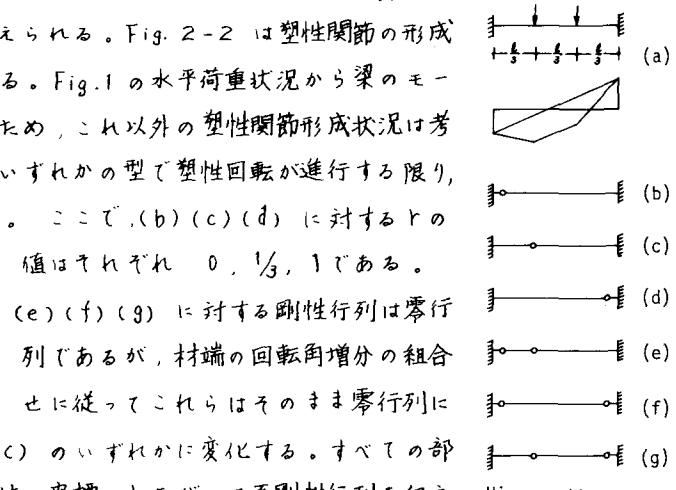


Fig. 2-2 Hinge patterns

性応答解析ではその変形の進行と共に荷重変形曲線が負勾配になるため、独立変数として荷重増分を採用すると荷重係数が最大に達した状態で解が得られなくなるので変位増分をもって独立変数とした。以上に述べた方法で § 1 に述べた入力データーとともに静的応答解析を行ない、各増分段階ご次節に示す諸量を出力データーとして取り出した。

## 2-2 応答量の選定方法

応答量についてのべる前に今回の応答量選定の基本になる考え方について述べる。現在我々が最も関心を抱いているのは、耐震に寄与する準静的エネルギー量と構造物の全体的な復元力特性との関係である。そこでまず耐震に寄与する準静的エネルギー量について説明する。静的応答解析におけるエネルギー諸量は後で定義する有効構造回転角の関数であり、それらの相互間に次の関係が成立する。

$$E_T = E_S + D_P = W_V + W_H \quad (1)$$

ここに於て  $E_T$  は全入力エネルギー、 $E_S$  は構造物に蓄えられた弾性エネルギー、 $D_P$  は塑性変形により消費されたエネルギー、 $W_V$  は鉛直荷重（自重）が行った仕事、 $W_H$  は水平力がなした仕事である。これらのエネルギー諸量のうち  $W_H$  は構造物が吸収したエネルギーのうち構造物の耐震性能に寄与するエネルギー量であり、文献[1]で言う「ポテンシャルエネルギー」に相当するものである。次に構造物の全体的復元力特性なる概念について説明する。単一のカーブ変形曲線が正しく  $W_H$  量をその曲線下に面積として示し得る様にカーブ変形座標を設定できたらすると、そのカーブ変形曲線はエネルギー的に矛盾のない形で構造物の全体的な復元力特性を示す事になる。その様な復元力特性を全体的復元力特性とよぶことにする。1自由度系の場合には従来用いたカーブ変形曲線がそのままその系の全体的復元力特性を表わす。しかし多自由度系の場合には、特定のカーブ変形曲線が同時に構造物全体のエネルギーを定量的にも定性的にも正しく表わすとは限らない。文献[4]に於ては構造物の全体の復元力特性を表わすのに  $M_{ovr} - \theta_{st}$  曲線を用いたが、これは近似的にエネルギー条件を満足しているにすぎない。（ $M_{ovr}$  は基礎に関する水平力のモーメント、 $\theta_{st}$  は構造回転角とよばれるものであり頂部水平変位を建物高さで除したものである。）今回は先に定義した全体的復元力特性を得るために変形座標とし有効構造回転角  $\theta_{ef}$  を用い

$$\Delta \theta_{ef} = \Delta W_H / M_{ovr} \quad \theta_{ef} = \sum \Delta \theta_{ef} \quad W_H = \sum \Delta W_H \quad (2)$$

と規定した。この様な  $\theta_{ef}$  は 各柱部材角の或種の平均値と解釈でき、 $M_{ovr} - \theta_{ef}$  曲線下の面積は正しくエネルギー  $W_H$  を画くよう規定した事を意味する。これはいかなる多自由度系に対してもその系全体の復元力特性を单一の曲線で画くことができる。又カ座標を無次元量に選ぶと便利である、そこで無次元転倒モーメント  $M_{ovrn}$  を次の様に定義する。

$$M_{ovrn} = M_{ovr} / (M_{ovr} \text{ at Rigid plastic collapse}) = M_{ovr} / \sum M_p \quad (3)$$

以上の考察により応答量としては  $M_{ovr}$ 、 $\theta_{ef}$  を選んだ。又これをもとにして画いた全体的復元力特性図は、これも一つの応答量でこれは  $W_H$  として視覚的に認識する事ができ、各パラメーター変化に対して比較する事もできる。

### § 3 結果

#### 機構曲線

$M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$  座標で復元力特性を表わせば、階数の異なるラーナンについてその機構曲線を比較する事ができる。これを比較すると、機構曲線の負勾配及び、10層ラーナンを基準としたときの負勾配比は次の様になる。[Fig. 3]

層 数	負勾配(%)	負勾配比
5	2.3	0.72
10	3.2	1.00
15	3.7	1.14
20	3.9	1.22
25	4.1	1.28

負勾配比が大きくなるにつれて 4% 前後におさまることが明らかになつた。

#### 機構曲線に対する応答曲線の関係

ここで対象とした程度の  $\theta_{EF}$  の範囲では、 $M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$  曲線は、層数にかかわらず、それぞれの機構曲線の 85% 程度の高さに達する。[Fig. 3]

#### $M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$ 曲線の形状

それが小さい程第二分枝即ち初期塑性域が  $M_{OVTN}$  の低い値で生ずる。又第二分枝の領域は、それが大きくなるにつれて小さくなる。[Fig. 3]

一部計算の都合で最終開節点まで追跡するに至っていないが、得られた応答の最終勾配ならびに機構曲線の勾配からみて、大局的には完全弾塑性の傾向が強い事が観察される。[Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5]

初期設計に依存するが、 $M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$  曲線上で塑性開節生成が比較的集中的に連続して起る部分がはっきりみられた。その集中度は高層の場合程著らし

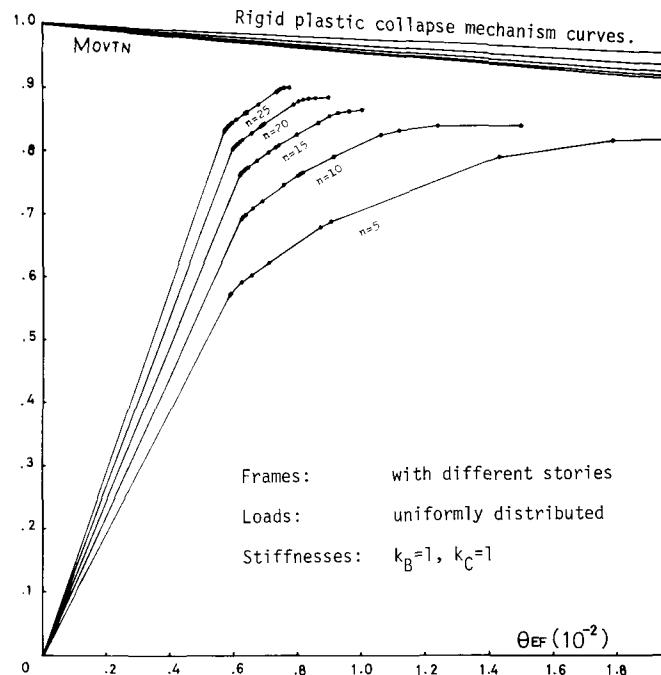


Fig. 3-1 M<sub>OVTN</sub>-θ<sub>EF</sub> curves-1

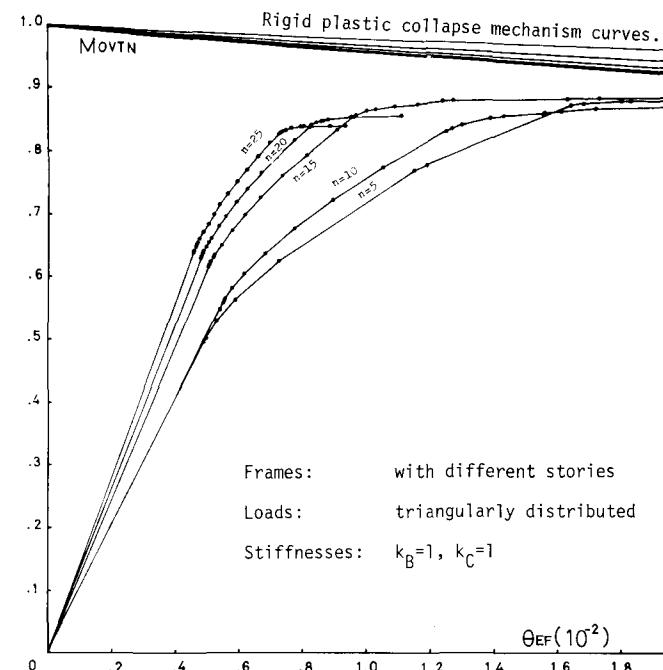


Fig. 3-2 M<sub>OVTN</sub>-θ<sub>EF</sub> curves-2

い。[Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5]

Fig. 4 と Fig. 5 を比較すると、 $k_B$  の変化に対する初期剛性及ぶ第二分枝剛性は著しい変化を示すが、 $k_C$  の変化に対するあまり敏感には変化しない。[Fig. 4, Fig. 5]

#### § 4 結論

(1) ここで調べた範囲の高層ラーメンでは ( $M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$ ) に関する剛塑性崩壊曲線の負勾配は 4 % 以内に収まる。又 10 層に比べて 25 層では負勾配の大きさは 30 % 増程度でとどまる。

(2)  $M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$  曲線は、第二分枝の様相に多少の差はあるが大局的にみて完全弾塑性型に近い。特に高層に限る程、又梁の剛性が大きい程、平坦部分が、有効構造回転角の小、大の値で表れる。これは現実的な  $\theta_{EF}$  領域において充分完全弾塑性とみなしうる様な構造物が実現可能であるといふ事を示している。

(3) 完全弾塑性型に近いといふ事は単位有効構造回転角に対するエネルギー消費率がほぼ一定になることを意味している。

(4)  $M_{OVTN}$  の最大値は同じ有効構造回転角における剛塑性崩壊機構曲線の高さの 85 % 程度以上である。これは今後の構造物のエネルギー消費率が、剛塑性型のエネルギー消費率の 85 % 程度以上である事を示すものである。

(5) 荷重分布の影響は第二分枝に若干現われるが全体としては大きな差はない。

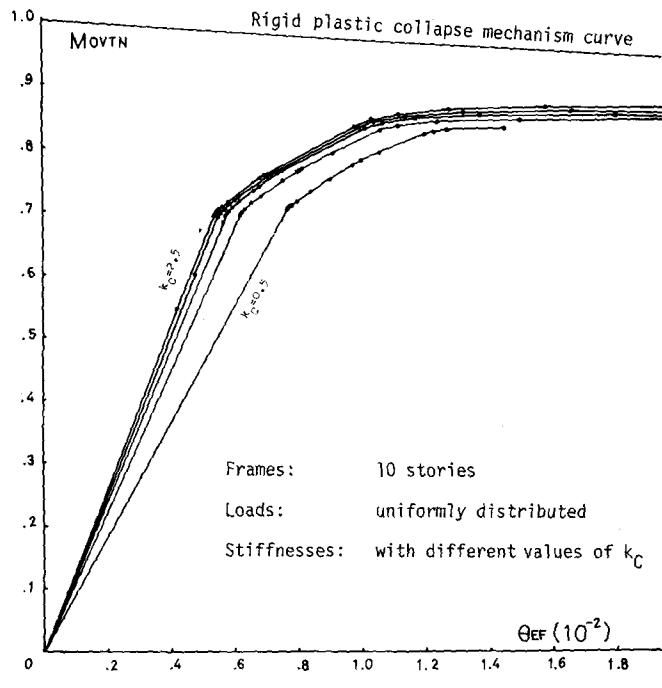


Fig.4-1  $M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$  curves-3

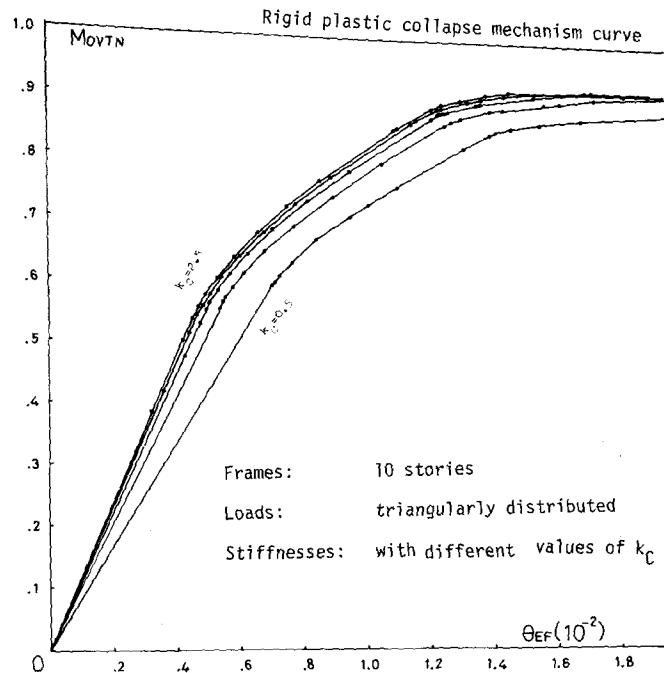


Fig.4-2  $M_{OVTN}$ - $\theta_{EF}$  curves-4

## 参考文献

[1] 棚橋 謙「地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見」建築学会誌 第49巻 599号

1955年 5月

[2] See for instance, G.W.Housner, "Behavior of Structures during Earthquakes" J. Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.85, No.EM 4, pp109-129, Oct. 1959

[3] T.Kobori and R.Minai, "Aseismic Design Method of Elasto-Plastic Building Structures" Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Bulletin No.68, March 1964

[4] R.Tanabashi, K.Kaneta, T.Nakamura and S.Ishida, "To the Final State of Rectangular Frames", Proc. 4th World Conference on Earthquake Engineering Santiago, Chile, Jan. 1969

[5] 小堀・南林・藤原, 「弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答」 京都大学防災研究所年報 第27号A  
1969年 3月

[6] R.Tanabashi and T.Nakamura: "The Minimum Weight Design of a Class of Tall Multi-Story Frames Subjected to Large Lateral Forces I, II," Trans. A.I.J., No.118, Dec. 1965

[7] R.Tanabashi and T.Nakamura: "An Approach to the Last Hinge Point Design of Tall Multi-Story Frames", Proc. Symposium on the External Forces and Structural Design of High-rise and Long-span Structures, Sept. 1965, Japan Society for the Promotion of Sciences, Tokyo.

[8] Ping-Chun Wang, "Numerical and Matrix Methods in Structural Mechanics", John Wiley & Sons, Inc., 1966

[9] M.F.Rubinstein, "Matrix Computer Analysis of Structures", Prentice-Hall, 1966

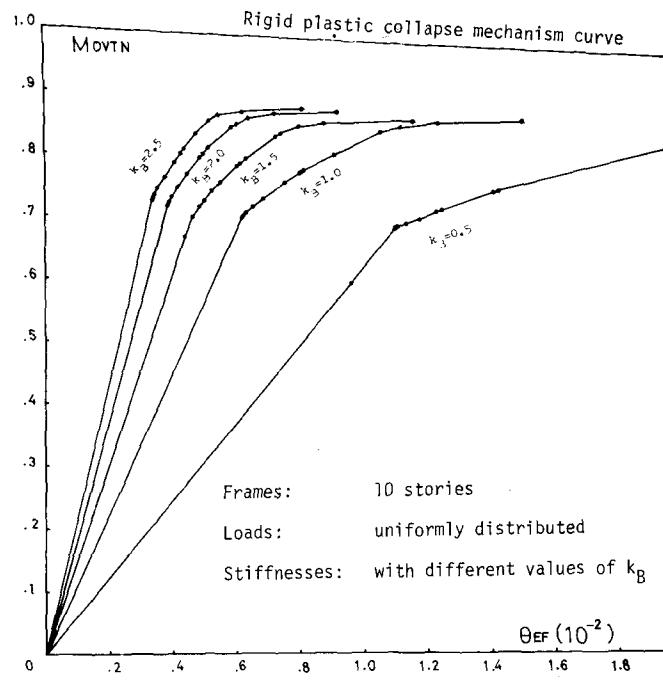


Fig.5-1 M<sub>OVTN</sub>- $\theta_{EF}$  curves-5

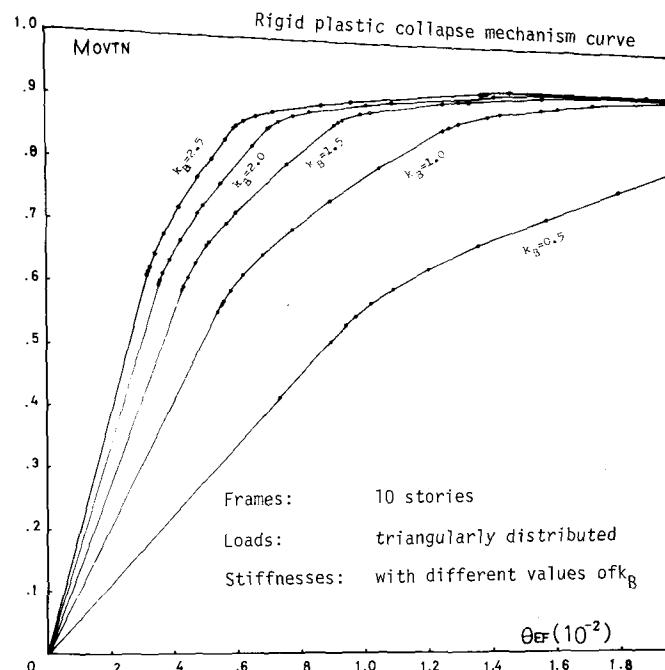


Fig.5-2 M<sub>OVTN</sub>- $\theta_{EF}$  curves-6