

十字形接合部の極限解析

東大 生研 田 中 尚

§1 はしかる

柱はり接合部の終局強度は、接合部ウェブのせん断降伏によって定まることは、各種の実験によって確かめられており、解析に際しては、接合部ウェブのせん断力は均等分布で、曲げモーメントと柱の軸力はフランジのみによって伝達されると仮定して、良好な結果が得られることが報告されている。

しかしながらフランジの断面積とウェブのそれとの比、はりせいと柱巾の比などから、接合部の終局強度に影響し、必ずしもフランジは曲げモーメントと軸力のみを伝達すると考えてよいとは限らない。この研究は十字形接合部が、送対称曲げと、柱に軸力を受ける場合の降伏荷重の値を解析し、接合部の形状が、曲げモーメントと軸力の相互作用に如何なる影響を及ぼすかを考察しようとするものである。取扱う接合部はH形はりとしH形柱からなるものと、H形はりとし箱形柱からなるものである。

§2 強軸曲げを受けるH形部材の接合部

図1に示す場合を解析するため、次のパラメーターを用いる。

$$\alpha = \frac{h_b}{h_c} = \frac{A_{fb}}{A_{fc}}, \quad \beta = \frac{A_{fc}}{2h_c t} \quad (2.1)$$

$$\lambda = \frac{t_p}{t}, \quad \beta \geq 0, \quad \lambda \geq 1$$

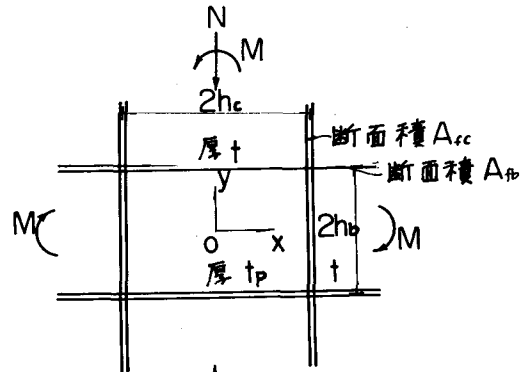


図 1

また次の仮定を設ける。

1. 材料は Tresca の降伏条件に従う。
2. ウェブは平面応力状態で、フランジは巾と厚みをわたない "線材" とする。

2.1 静的解析

静的許容応力場は荷重状態と接合部の形状によって、いろいろの場合を考える必要があるが、ここではその中の1例を示す。

まずウェブおよびフランジを図2に示す領域に分け、パラメーター μ を用いて各領域におけるウェブの応力度は一定で、表1に示すように仮定し、フランジの軸力 F は各領域で線形に変化するとし、次のように仮定する。

(F の下添字 b, c ははり柱の区別を示し、上添字は位置を示す。)

$$F_c^{(A)} = -F_c^{(A)} = F_b^{(E)} = 0 \quad (2.2)$$

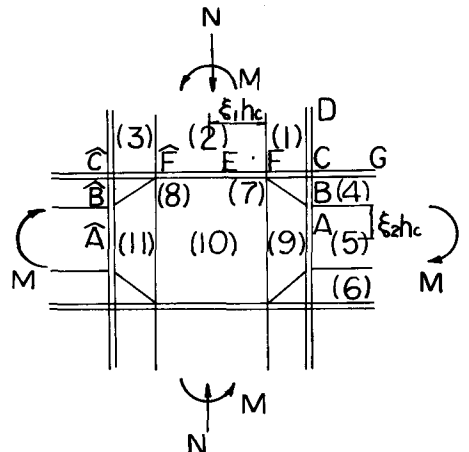


図 2

$$F_c^{(B)} = -F_c^{(\hat{B})} = \frac{\lambda\mu}{2} (\alpha + 2\beta - \frac{\alpha\lambda\mu}{2})$$

$$F_c^{(C)} = F_c^{(D)} = -F_c^{(\hat{C})} = -F_c^{(\hat{D})} = 2\beta$$

$$F_b^{(F)} = -F_b^{(\hat{F})} = \frac{\lambda\mu}{2} (1 + 2\beta - \frac{\alpha\lambda\mu}{2})$$

$$F_b^{(G)} = F_b^{(H)} = -F_b^{(\hat{G})} = -F_b^{(\hat{H})} = \frac{\lambda\mu}{2} (1 - \alpha) + 2\beta$$

(2.2)

上述の応力場は

$$\varepsilon_1 = 1 + 2\beta - \frac{\alpha\lambda\mu}{2}, \quad \varepsilon_2 = \alpha + 2\beta - \frac{\alpha\lambda\mu}{2} \quad (2.3)$$

とすれば、つり合条件を満足し、次の条件のもとに降伏条件を満足する静的許容状態となる。

$$\alpha \geq 1, \quad \mu\lambda \geq \frac{4\beta}{\alpha}, \quad \mu\lambda \leq \frac{2(1+2\beta)}{\alpha}, \quad \mu\lambda \geq 2, \quad \lambda\sqrt{1-\mu^2} \leq 1 \quad (2.4)$$

曲げモーメントMと軸力Nを求めると、

$$M = [4\beta + 1 - (1 + 2\beta - \frac{\alpha\lambda\mu}{2})^2] \sigma_0 h c^2 t, \quad N = [2\lambda\sqrt{1-\mu^2} (1 + 2\beta - \frac{\alpha\lambda\mu}{2})] \sigma_0 h c t \quad (2.5)$$

となり、パラメーター μ ($1 \leq \mu \leq 2$) を与えることにより、M, Nを求めることができる。

2.2 運動的解析

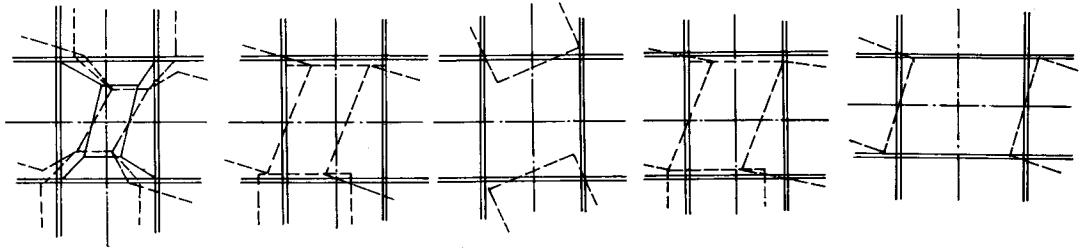


図 3

運動的許容速度場は図3に示す場合を考えなければならないが、その中で図4の場合を例にとり上げて説明する。図に示す速度場から、M, Nの仕事率Wとエネルギー散逸率Dは、

$$W = 2N\varepsilon_1 h c \dot{\theta} + 2M\dot{\theta}, \quad D = [\varepsilon_2 \alpha \lambda \sqrt{4(\frac{\varepsilon_1}{\alpha})^2 + 1 + \varepsilon_1^2 + (1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_2 + 4\beta)}] \dot{\theta} \sigma_0 h c^2 t \quad (2.6)$$

である。WとDを等置してMの最小値を求めると、

$$M = \left[\frac{\varepsilon_2 \lambda (2\varepsilon_1^2 + \alpha^2)}{\sqrt{4\varepsilon_1^2 + \alpha^2}} - \varepsilon_1^2 + (1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_2 + 4\beta) \right] \sigma_0 h c^2 t \quad (2.7)$$

$$N = \left[\frac{\xi_1}{2} + \frac{\lambda \xi_1 \xi_2}{\sqrt{4\xi_1^2 + \alpha^2}} \right] \sigma_0 h c t \quad (2.7)$$

$$\xi_2 = 1 + 2\beta - \frac{\lambda}{2} \sqrt{4\xi_1^2 + \alpha^2}$$

か得られる。パラメーター ξ_1 を

$$0 \leq \xi_1 \leq 1, 0 \leq \xi_2 \leq 1 \quad (2.8)$$

$$0 \leq \xi_1 + \xi_2 \leq 1$$

の範囲に与えらる。MとNが求まる。

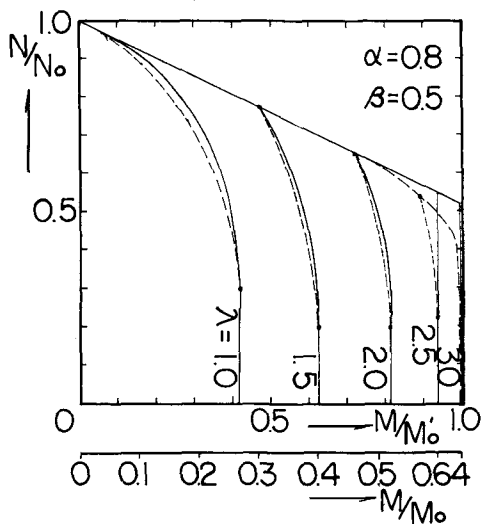


図 5 (a)

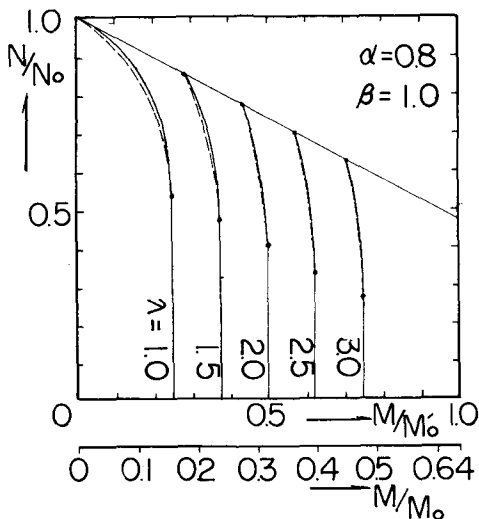


図 5 (b)

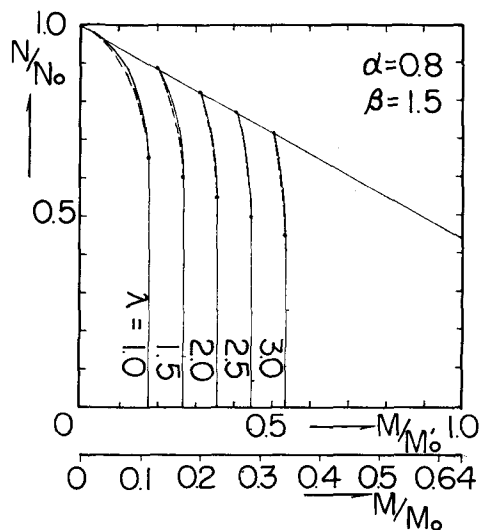


図 5 (c)

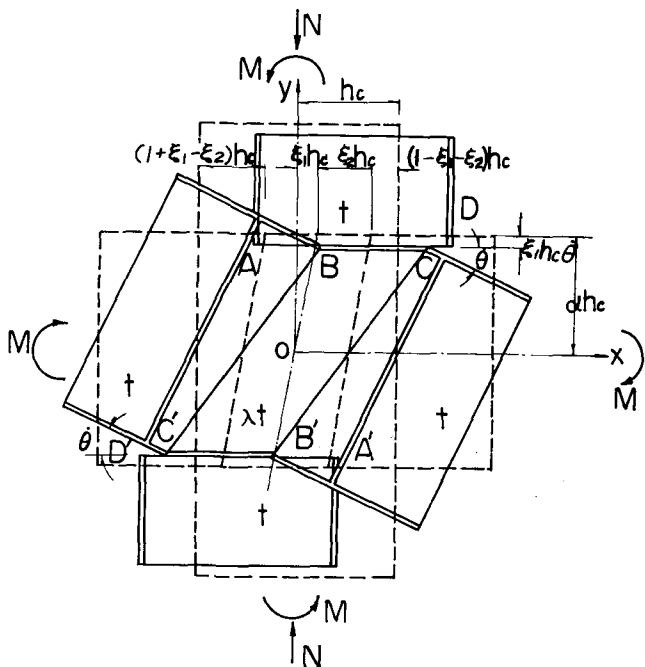


図 4

2.3 結果

上述の解析の数値計算結果を図5に示す。

§3 弱軸曲げを受けるH形部材の接合部

図6に示す場合を解析する。このような場合には柱の曲げモーメントは、柱のフランジを伝わり、柱の軸力の1部は直接柱のウェブを伝わり、はりの曲げモーメントは、はりのフランジに集中するので、図7に示す場合を解析すればよい。M、Nと

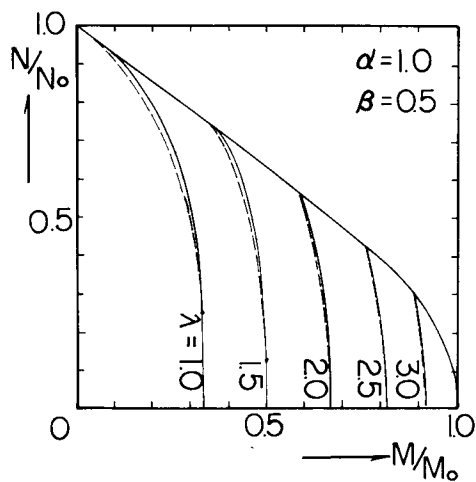


图 5 (d)

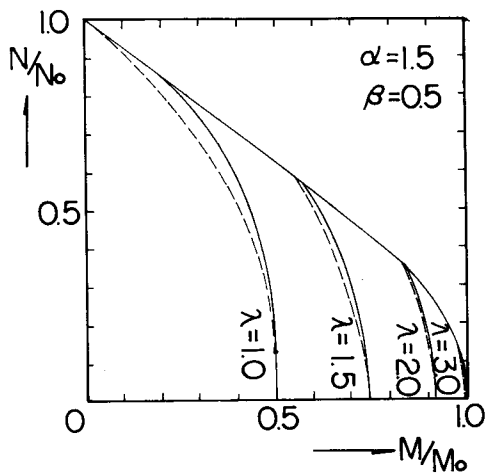


图 5 (g)

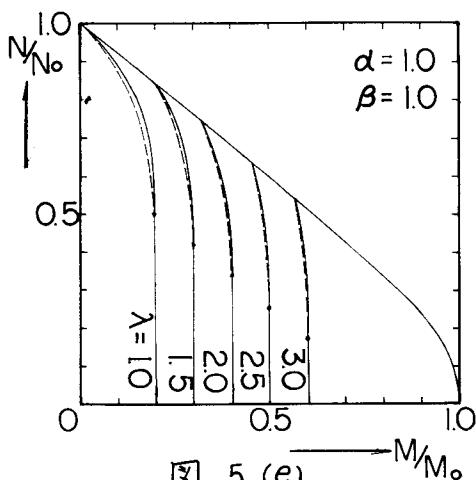


图 5 (e)

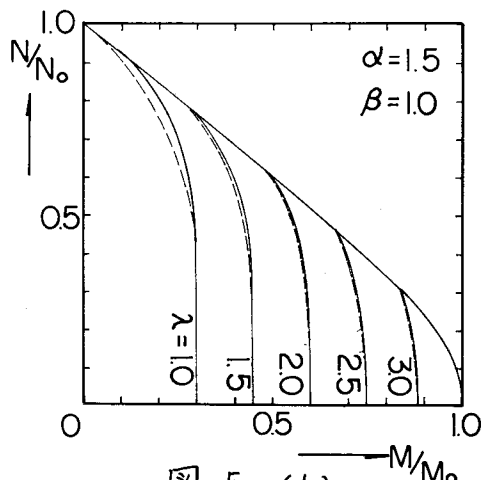


图 5 (h)

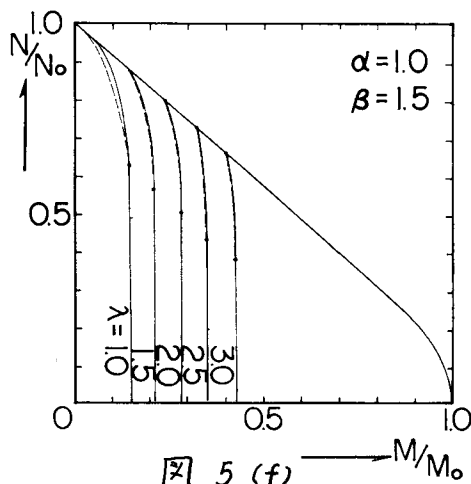


图 5 (f)

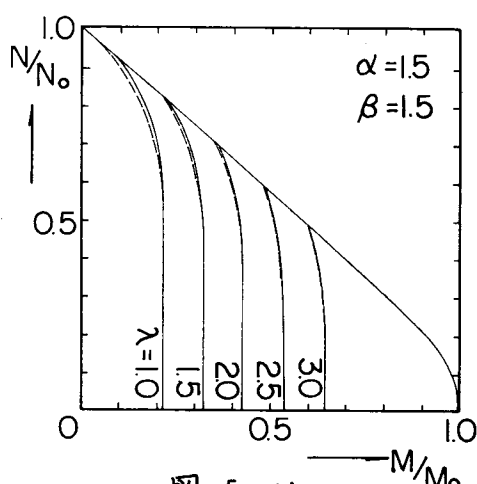


图 5 (i)

m, n の関係は

$$M = m/2$$

$$N = (n - \sigma_0 A_w) / 2 \quad (n > \sigma_0 A_w)$$

$$N = 0 \quad (n \leq \sigma_0 A_w)$$

である。ここに σ_0 は降伏応力度、 A_w は柱ウェブの断面積である。

解析は次の仮定に従う。

1. 材料は von mises の降伏条件に従う。

2. 平面応力を仮定し、 $\sigma_z = 0$ とする。

3. 1 静的解析

図7に示すような領域に分け、表2に示す応力場を仮定すると、つりあい条件を満足する。この応力場より

$$M = \frac{2\alpha^2}{3} \left[1 - \frac{\sqrt{3}}{\alpha} \xi \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \xi) - \cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \xi) \right] \sigma_0 b^2 t$$

$$N = 2\xi \cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \xi) \sigma_0 b t \quad (3.2)$$

となり、 ξ を与えらば M, N が求まる。上式中

$$\left. \begin{aligned} \alpha \geq \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \text{ のとき } 1 \geq \xi \geq 0 \\ \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \geq \alpha \geq 0 \text{ のとき } 1 \geq \xi \geq 1 - \frac{\alpha\pi}{2\sqrt{3}} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

3.2 運動的解析

運動的許容速度場は図8(a)(b)に示すように、はりフランジのすぐ内側にせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ と垂直ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_y$ が同時に起る場合と、図9に示す場合が考えられる。ここでは図8の場合について説明する。柱の角速度を $\dot{\kappa}$ とすると応力とひずみ速度の関係から、応力は

$$\sigma_y = \frac{(\chi - \xi b)}{\sqrt{(\chi - \xi b)^2 + (\dot{\gamma}/\sqrt{3}\dot{\kappa})^2}} \sigma_0$$

$$\tau = \frac{(\dot{\gamma}/\sqrt{3})(\dot{\gamma}/\sqrt{3}\dot{\kappa})}{\sqrt{(\chi - \xi b)^2 + (\dot{\gamma}/\sqrt{3}\dot{\kappa})^2}} \sigma_0$$

となり、これらの応力から

$$M = \frac{2[\sinh(\omega_1 + \omega_2) - (\omega_1 + \omega_2)]}{(\sinh \omega_1 + \sinh \omega_2)^2} \sigma_0 b^2 t$$

$$N = 2 \tanh\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) \sigma_0 b t$$

$$F = \frac{2(\omega_1 + \omega_2)}{\sqrt{3}(\sinh \omega_1 + \sinh \omega_2)} \sigma_0 b t \quad (3.6)$$

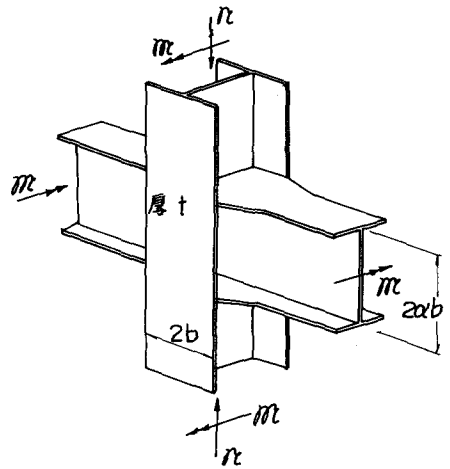


図 6

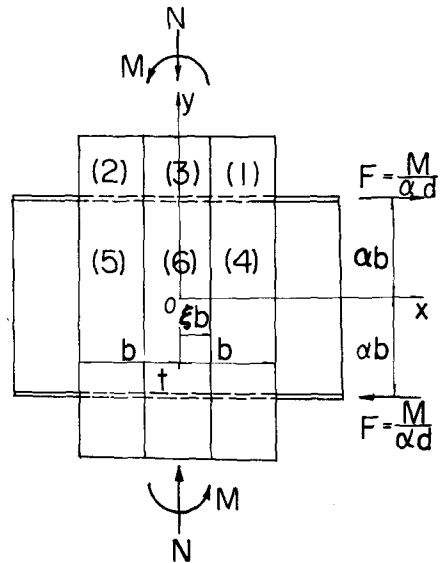
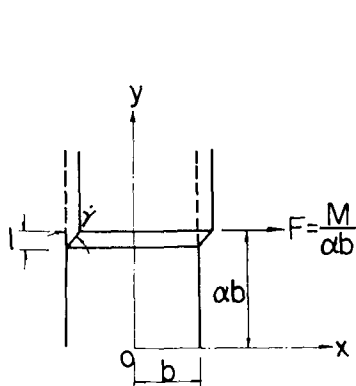


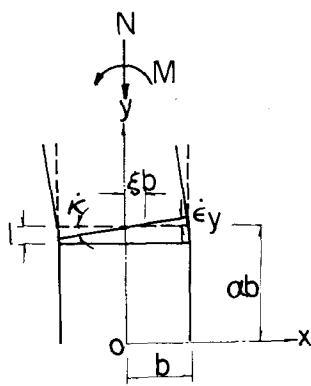
図 7

表 2

	σ_y/σ_0	τ/σ_0
(1)	$\cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \frac{\chi}{b})$	0
(2)	$-\cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 + \frac{\chi}{b})$	0
(3)	$-\cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \xi)$	0
(4)	$\frac{1}{\alpha b} \cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \frac{\chi}{b})$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \frac{\chi}{b})$
(5)	$-\frac{1}{\alpha b} \cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 + \frac{\chi}{b})$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 + \frac{\chi}{b})$
(6)	$-\cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \xi)$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \xi)$



(a)



(b)

図 8

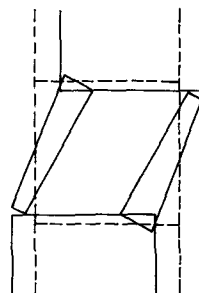


図 9

が得られる。ここに

$$\omega_1 = \sinh^{-1}[b(1-\xi)/(\delta/\sqrt{3}k)], \quad \omega_2 = \sinh^{-1}[b(1+\xi)/(\delta/\sqrt{3}k)] \quad (3.7)$$

である。また $F = M/ab$ の関係があるから

$$\alpha = \frac{\sqrt{3}[\sinh(\omega_1 + \omega_2) - (\omega_1 + \omega_2)]}{(\omega_1 + \omega_2)(\sinh \omega_1 + \sinh \omega_2)} \quad (3.8)$$

となる。式 (3.5) (3.8) においてパラメーター ω_1, ω_2 を与えて M, N, α を求めることができる。

3.3 結果 数値計算の結果を図 10 に示す。

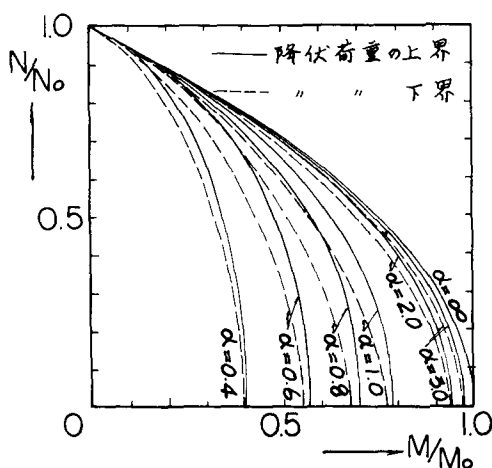


図 10 (a)

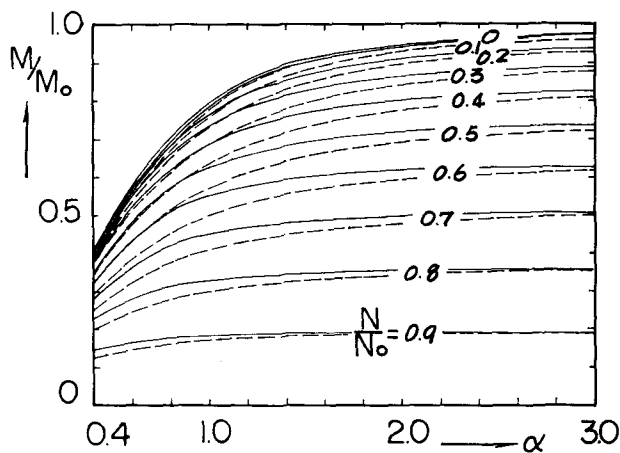


図 10 (b)

§4 箱形柱とH形はりの接合部

図 11 に示す場合を解析する。解析のために図 12 (a) に示すようなモデルにあきかえ、図 (b) のようにこれを展開する。解析上の仮定は§3 と同じである。

4.1 静的解析

静的許容応力場は、荷重状態と接合部の形状によっていろいろな場合を考えなければならないが、ここではその中の 1 例を示す。図 13 に示すような領域に分け、各領域に表 3 に示す応力を仮定する。

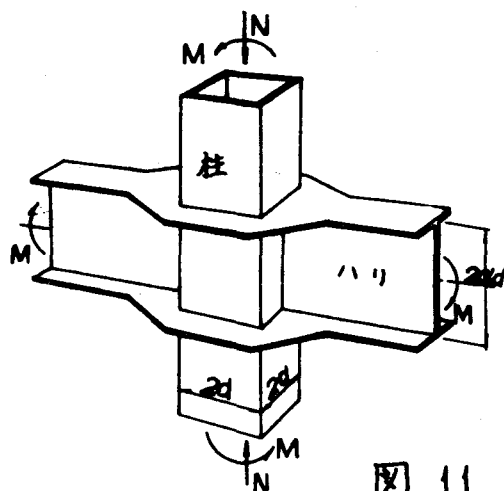


図 11

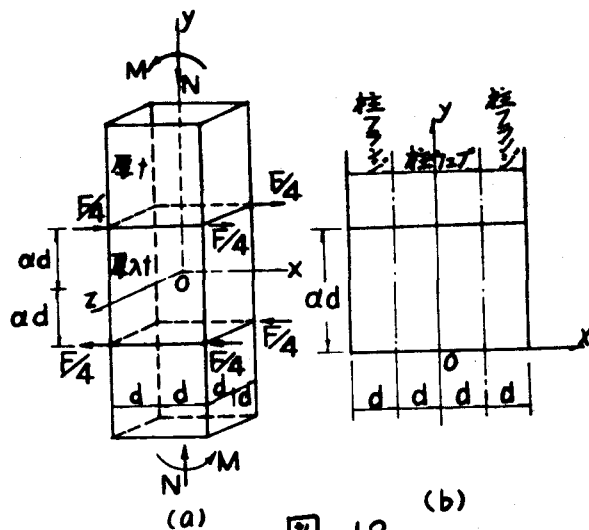


図 12 (a) (b)

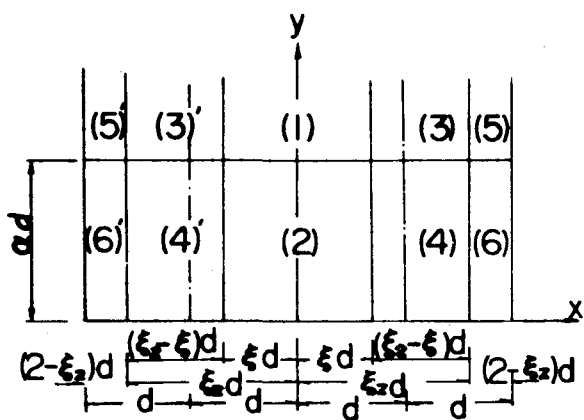


図 13

(応力分布は図 14 に示してある。) パラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= 2 - \frac{\alpha}{\sqrt{3}} (\sqrt{\lambda^2 - 1} + \sin^{-1} \frac{1}{\lambda}) \\ \varepsilon_2 &= 2 - \frac{\alpha}{\sqrt{3}} \sqrt{\lambda^2 - 1} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

ここで、この場合 $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ は

$$\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1, \quad 1 < \varepsilon_2 \leq 2 \quad (4.2)$$

の条件を満足しなければならない。上述の応力は、この条件を満足し、かつ降伏条件を満足しており、この応力場から M, N は

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{4\alpha d^2}{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{\alpha} \varepsilon \cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\varepsilon - \varepsilon_1) - \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\varepsilon - \varepsilon_1) + \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (1 - \varepsilon_1) \right] \sigma_0 d^2 t \\ N &= 4\lambda \varepsilon \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\varepsilon - \varepsilon_1) \sigma_0 d t \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

表 3

	σ_r / σ_0	τ / σ_0
(1)	$-\lambda \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\varepsilon - \varepsilon_1)$	0
(2)	$-\lambda \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\varepsilon - \varepsilon_1)$	$\frac{1}{\alpha} \cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\varepsilon - \varepsilon_1)$
(3)	$\lambda \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\frac{\gamma}{2} + \varepsilon_1)$	0
(4)	$\frac{\gamma}{\alpha d} \sin \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\frac{\gamma}{2} + \varepsilon_1)$	$\frac{1}{\alpha} \cos \frac{\sqrt{3}}{\alpha} (\frac{\gamma}{2} + \varepsilon_1)$
(5)	± 1	0
(6)	$\pm \frac{\gamma}{\alpha d}$	$\frac{1}{\alpha} (2 + \frac{\gamma}{d})$

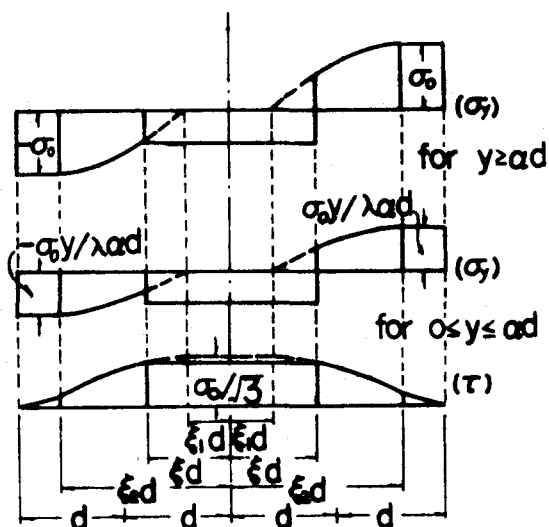


図 14

となり、パラメーター ε を与えることによって M , N を計算できる。

4.2 運動的解析 図15に示す速度場を用いるが、解析の詳細は省略する。

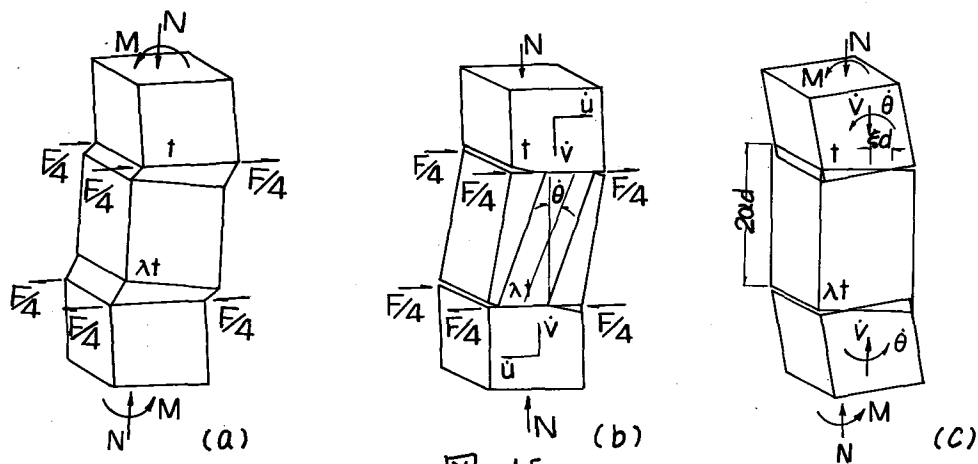


図 15

4.3 結果 図16に数値計算の結果を示す。

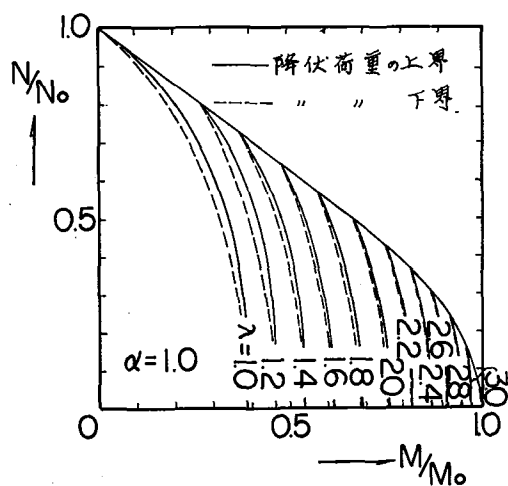


図 16 (a)

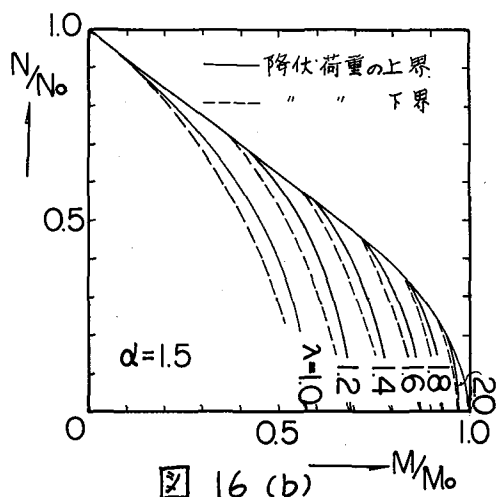


図 16 (b)

[付 記] この論文は下記の3篇を総括したものである。

H. Tanaka et al.; Limit Analysis of Beam - Column Connections (Ⅱ)(Ⅲ)(Ⅳ), Tran. of A.I.J., 発表予定。

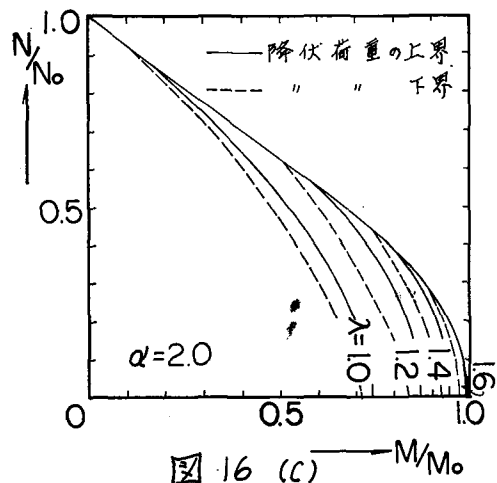


図 16 (c)