

1. 概 要

近年、各種の経済的あるいは工学的要因のために、高橋脚あるいは長径間の橋りょうの建設が各地で計画、実現されるに至った。それと共に鉄道橋、道路橋のいずれにあっても、これらの設計にあたっては、従来の規定にある静的震度法による設計以外に、地震その他の動的な強制力に対する検討が必要であることが各方面から指摘されてきたが、その具体例はまだ多いとは言えない。これは不確定非定常な地震力をどのように考えるべきかという根本問題の他に、複雑な橋りょう構造物をいかに解析するかという解析モデルの設定や、その数値計算技術等といったことが研究の幅を狭めてきたことにあると思われる。

ところが最近の電子計算機の発達、この難点を極めて容易なものとし、また強震計の発達と普及は日本全国の殆どどの場所の地震動を記録して、地震波の特性を解明するに至った。その成果をもとに建築の面では既に30階、40階といった超高層ビルが従来の静的な震度規定を越えて動的設計によって実現しており、その発達は著しいものがある。

本論文は筆者らが、こゝ2年の間に動的解析した各種の高橋脚、長径間橋りょうに例をとりその解析法、振動系の設定、地盤条件の導入、あるいは解析結果の評価等につき論述したものである。

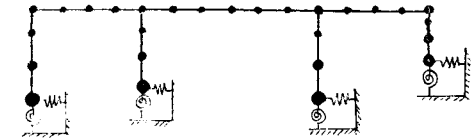
2. 理論解析

○橋軸直角方向振動

変断面性を有する橋げた、橋脚の各部材に曲げ変形を考慮すると、任意の部材に関する内部

応力と変形量との関係は次のように表わされる。

橋軸直角方向モデル (×)



$$\begin{Bmatrix} Q_i^{i+1} \\ Q_{i+1}^i \\ M_i^{i+1} \\ M_{i+1}^i \end{Bmatrix} = 2Ek \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_i \\ y_{i+1} \\ \theta_i \\ \theta_{i+1} \end{Bmatrix} \dots (1)$$

ここに K_{ij} は変断面撓角係数を意味する。

上記の関係は、構造体系で次のように表現することができる。すなわち

$$\begin{Bmatrix} Q_1^i \\ \vdots \\ Q_n^i \\ M_1^i \\ \vdots \\ M_n^i \end{Bmatrix} = 2Ek \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{Bmatrix} \dots (2)$$

上式の×印の場所に(1)式の要素が対応する個所にそれぞれ入る。(2)式を記号化すると

$$f^i = s^i u$$

この関係は構造物の全部材について成立する。したがって構造物に働らく外力を F_s とすれば、構造物系のつりあい式は下式となる。

$$F_s = \Sigma f^i = \Sigma s^i u$$

これを記号化すると(3)式となる。

$$F_s = K_s Y \dots (3)$$

次に任意の基礎への地盤反力として働く水平力 f_B^k 、回転モーメントを m_B^k は、地盤の復元力係数を a_{ij}^k ($i, j=1, 2$) とする。

$$\begin{Bmatrix} f_B^k \\ m_B^k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_B^k \\ \theta_B^k \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

これを記号化すると

$$F_B^k = K_B^k Y_B^k$$

したがって、任意の基礎点でのつりあい式は、外力の水平力を f_s^k 、回転モーメントを m_s^k とすると、次のようになる。

$$f_0^k = f_s^k + f_B^k$$

$$m_0^k = m_s^k + m_B^k$$

上記の関係はすべての基礎点で成立する。よって全体系のつりあい式は下式となる。

$$F = K Y \dots\dots\dots (5)$$

ただし

$$K = K_s + \Sigma K_B^k$$

(5)式の F 、 K 、 Y の各成分は、次のように配置されている。すなわち

$$\begin{Bmatrix} f^s \\ \vdots \\ M^R \\ \vdots \\ M^s \end{Bmatrix} = 2Ek \begin{bmatrix} K_{11} & & K_{12} \\ & \vdots & \\ K_{21} & & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y^s \\ \vdots \\ \theta^R \\ \vdots \\ \theta^s \end{Bmatrix} \dots\dots (5f)$$

次に自由振動では、外力は加速度に比例した慣性力となるが、ここでは回転慣性としては、基礎の回転慣性力だけを考慮する。したがって

$$f_i^s = -m_i^s \ddot{y}_i^s \quad (i=1, \dots\dots m-1)$$

$$M_i^R = -j_i^R \theta_i^R \quad (i=1, \dots\dots m)$$

$$M_i^s = 0 \quad (i=m+1 \dots\dots n)$$

$M_i^s = 0$ なる事より、(5f)式より θ^s を消去すると

$$\begin{Bmatrix} f^s \\ \vdots \\ M^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{K} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y^s \\ \vdots \\ \theta^R \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

ここに

$$K = K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21}$$

(6)式の f^s, M^R を慣性力、 $-M^s \ddot{y}^s, -J^R \ddot{\theta}^R$ でおきかえると、自由振動が得られる。

$$\begin{Bmatrix} -M^s \ddot{y}^s \\ \vdots \\ -J^R \ddot{\theta}^R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{K} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y^s \\ \vdots \\ \theta^R \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

これを記号化すると

$$-M \ddot{Y} = K Y \dots\dots\dots (8)$$

次に地動 y_0 があるとき、基礎に対する相対変位を Y 、絶対変位を y とすると運動方程式は、

$$M \ddot{Y} + K Y + M \ddot{y}_0 = 0 \dots\dots\dots (9)$$

また、地盤および構造物の内部減衰を考慮すると

$$M \ddot{Y} + C \dot{Y} + K Y + M \ddot{y}_0 = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに

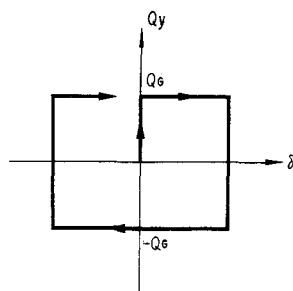
$$C = r \cdot K$$

r : 内部減衰係数

○橋軸方向振動

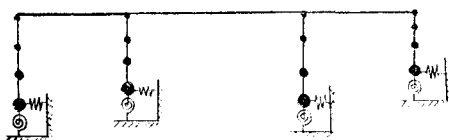
橋軸方向の動的解析において支承部での反力はクーロン形の摩擦力とし、支承部でこの摩擦力を上回る力が作用したとき、けたが滑りだす現象を採用している。

解析に当り支承部での応力-変形曲線は下図のように完全剛塑性体と仮定した。



また解析モデルを下图に示す。

橋軸方向モデル (y)



解析条件

支承部のせん断力、降伏せん断力、全塑性変形量を $Q_y, Q_G, \delta, \Delta\delta$ とすると、

$$\text{I、 } |Q_y| \leq |Q_G|$$

なる条件を満たす時、支承部は塑性状態に入る。

$$\text{II、 } \Delta\delta, \delta \geq 0$$

なる条件を満たす時、支承部は弾性状態に復活する。

解析

橋軸直角方向の場合に用いたと同様の方法で、弾性時における各部材の剛性行列を求めて、全体系の弾力係数行列を作る。しかし支承部が応答過程で塑性状態に入った時、その部材の剛性行列は零行列となるので、全体系の弾力係数行列を作りなおす。

そこで (10) 式を用いて運動方程式を増分形で書き表わすと

$$IM\Delta\ddot{u} + IK(r\Delta\dot{u} + \Delta u) + IM\Delta\ddot{y}_0 = 0 \quad \dots\dots (11)$$

各時刻で支承部が弾性状態の時、上式より Δu 、 $\Delta\dot{u}$ 、 $\Delta\ddot{u}$ を求め、これを用いて各点での応力変形量を次の関係より求める。

$$\left. \begin{aligned} \Delta f &= IK \cdot \Delta u \\ f &= f + \Delta f \\ u &= u + \Delta u \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (12)$$

次に支承部の Q_G を用いて $|Q_y| \geq |Q_G|$ ならば支承部が弾性状態なので、次の時刻に計算を

進める。

$|Q_y| \leq |Q_G|$ ならば、支承部は塑性に入る。

したがって、全体系の弾力係数を作りなおして次の時刻に計算を進める。また前の時刻で支承部の部材応力の増分

$$\Delta M_i = \Delta M_{i-1} = \Delta Q_i = \Delta Q_{i-1} = 0$$

なることより

$$\Delta\theta_i - \Delta R_i = 0$$

$$\Delta\theta_{i-1} - \Delta R_i = 0$$

となり、支承部の弾性変形 Δu は次のようにして求める。

$$\Delta u_i = \Delta\theta_i \ell_i$$

また、この時の塑性変形量は

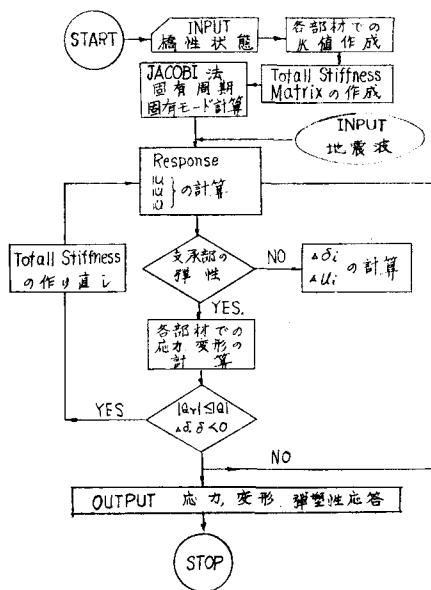
$$\Delta\delta_i = \Delta u_i - \Delta u_{i-1}$$

したがって、

$$\delta_i = \delta_{i-1} + \Delta\delta_i$$

ここで $\Delta\delta_i, \delta_i \geq 0$ ならば支承部は塑性状態を続け、 $\Delta\delta_i, \delta_i < 0$ になった場合は弾性復活するので全体系の弾力係数を作りなおし、次の時刻に計算を進める。

ブロック フローチャート

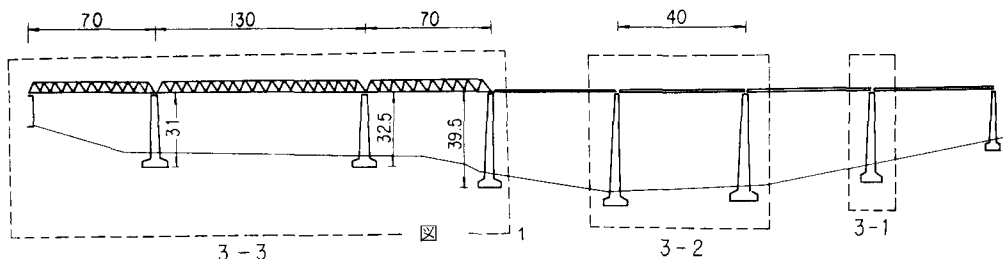


3. 解析例

3-1 概要

解析を行なったものは図-1に示すような鉄筋コンクリート橋脚およびこれにかかる単純けた、ならびに連続けたからなる橋りよう構造物である。幸わいにして私達はこれらの動的解析を数つが行っており、中でも連続けたの橋軸方向振動では、静的計算にて予想できないけたの滑り現象などを採り入れた解析なども行っている。

ここにこれら数多くの資料をもとに、設計者



3-2 単独橋脚系

図-1のようにけたと橋脚との連成体である構造物を橋脚のみ単独に取り出して解析することは実情に適していない、しかしながら1径間の単純けたからなる構造物などでは、けたが充分剛な構造物である場合、この方法である程度近似されるものとする。これらの点を考慮しけた質量を全て橋脚頂部に質量とした単独橋脚として解析した。

解析に当り3つの高さの異なる橋脚（橋体長37、28、19 m）を主体とし、その応力状態の相異について比較検討したものを以下に述べる。

(a) 動的倍率

入力最大加速度（100 gal）に対して応答最大加速度の示す割合を、橋脚の高さ別に現わしたものを図-2に示す。図中に比較のため土木学会耐震構造設計に関する研究報告書（昭39年）に示されている高さに対する設計震度の割増しは10m以上の部分に対して、高さ1mを増すと

の立場から見た地震時の応力状態などを、従来行なわれている静的震度法による計算値と動的応答値とを比較し、設計上の問題点について検討するとともに、構造物の動的性状について若干の考察をくわえた。

なお本解析に用いられた地震波は、地盤の相異により種々あるが、本論文では主に標準地震波とされている次の地震波についてのみ報告致します。

EL CENTRO 1940 NS (u.s.A)

$h=0.05$ $\alpha_{max}=100gal$

とに震度を1%増加させるとある。そこでこの震度法の割増を図中に書き前者と比較すると、震度の割増しは絶対高さに関係なく同一橋脚では高さの高いほど倍率が大きく、増加の割合は震度法よりはるかに大きいことなどがわかる。

次に橋脚底部での曲げモーメントの動的倍率（ α_M ）を基準化し、高さ 方向への増分の割合を示したものを図-3に示す。これより上部に行くほど動的には α_M が大きくなっている。したがって煙突などと同様塔状構造物などでは従来の震度法による設計に対し、上部、中部を補強することが要求される。

(b) スペクトル曲線による比較

エルセントロ地震の1質点系応答せん断力係数スペクトル図に各ケースの1次固有周期に対応した応答ベースシャー係数（ Q_{BD}/Q_{BS} ）、応答曲げモーメント係数（ M_{BD}/M_{BS} ）を書き入れたものを図-5に示す。これより両者ともス

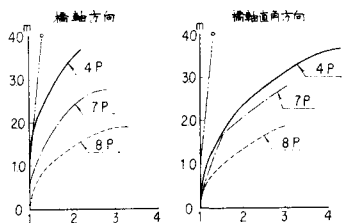


図-2 加速度倍率

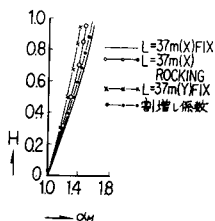


図-3 割増し係数

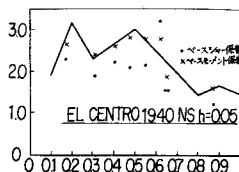


図-4

ベクトル値とほぼ同じ傾向をもっており、ベースシェー係数は、スペクトル値の0.7~0.9倍、ベースモーメントはスペクトル値とほぼ一致した結果となっている。

(c) 個々の橋脚の動きによる影響

橋脚の長さの異なる橋脚からなる単純ばかりにおいて、橋脚が橋軸方向に何等拘制を受けずに自由に動くとなると、個々の橋脚の振動性状が異なり、図-5にみるように個々の橋脚天端の動きはいちどしく異なった動きを示す。実際には可動支承の摩擦および連結している軌条などにより、この相対変位は幾分妨げられよう。しかしながらこのような相対変位を生じると、けた端相互が衝突することもあると考えられる。特に高橋脚については相対変位の量も大きくなる。したがってけた支承部はこのようなシヨックを受けた場合破壊しないように、またけたが落下しないように設計すべきである。

3-3 橋脚とけたからなる1径間連成系

前節3-2にて述べた単独橋脚より1歩前進し、ここでは橋脚とけたからなる1径間連成系

として解析し、連成系の脚の長さおよびけたの剛性を変化させて解析した結果について主に述べる。(表-1参照)

表-1

ROCKING			
	橋 けた 条 件		
1P - 1P	∞	Double	Single
1P - 2P			Single
3P - 3P	∞	Double	Single

但し 1P : 37m Double : 複線
2P : 28m Single : 単線
3P : 19m ∞ : 剛体

表-2

PIER	∞	Double	Single
1P(F)	0.395	0.421	0.543
3P(R)	0.348	0.380	0.525

(a) 固有周期の延び

けたの剛性を変えて求めた同一連成系での固有周期の関係をみると(表-2参照)、脚の短いものほど固有周期は短く、同一構造体ではけたの剛性が高いものほど周期は短くなっている

(b) 変形曲線とモードの関係

脚の長さの異なる連成系の橋脚頂部、けた中央部での各時刻における動きをみると、脚の長さが異なっていることより両橋脚頂部に位相差

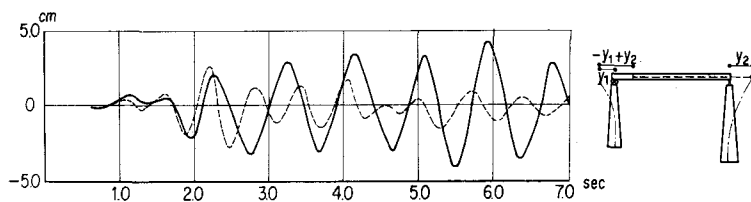


図-5

が現われるように思われるが、連成体では各3点が同一の1次周期でもって振動している。(図-6参照) そこでスパン中央部が最大変位を生ずる時刻における連成系の変位関係をみ、1次振動モードと比較すると両者はよく一致している。したがってこのような構造物では一般に1次周期による振動が1番優勢に働くものと思われる。

(c) スペクトル曲線と動的倍率による比較

橋脚底部、中央部、頂部およびけた $\frac{l}{4}$ 、 $\frac{l}{2}$ 点でのせん断力倍率 α_s 、モーメント倍率 α_M の各値を、各ケースの1次固有周期に対応させて1質点系のせん断力スペクトル図にプロットしその値を結ぶと、複線においては α_s 、 α_M ともスペクトル曲線と同一の傾向を示しているが、単線においては曲線のピークがいくぶんずれた

曲となっている。また橋脚底部より上部へと動的倍率は上昇し、けた中央部で最大となっており、上部へ行くほど倍率は増大していく傾向がみられる。

(d) 動的倍率/スペクトル値、による比較

各加速度倍率 α_a 、せん断力倍率 α_s 、モーメント倍率 α_M を各1次周期に対するせん断力係数 q にて割った値 $(\alpha_s, \alpha_M)/q$ について、おののを比較すると、脚の短長およびけたの剛性の変化によって異なり、一般に脚の長いものほど橋脚頂部ならびにけた中央部での値が大きく、けたの剛性が高くなるにしたがいけた中央部は小さくなり、スペクトル値に近い値となる傾向がみられる。また図-7をみるより、橋脚底部での $(\alpha_s, \alpha_M)/q$ は各ケース全て1より小さくになっている。(図-7参照)

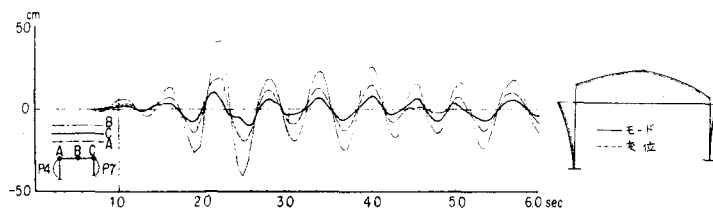


図-6 時間～応答変位

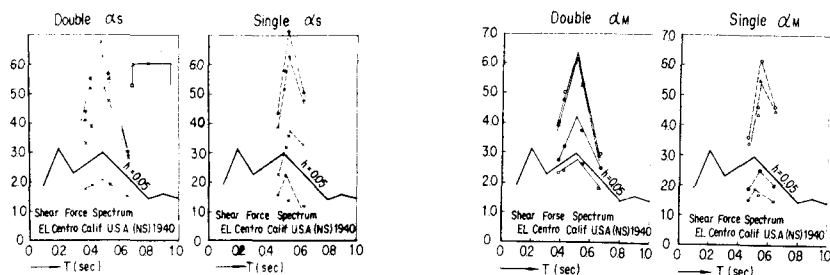


図-7

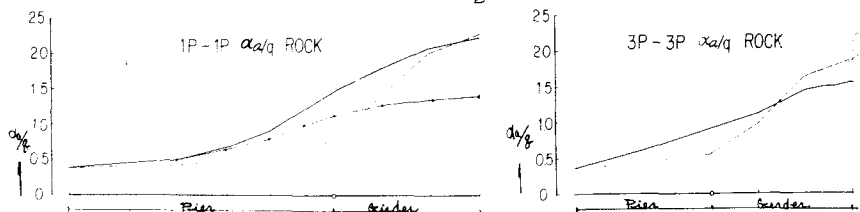


図-8

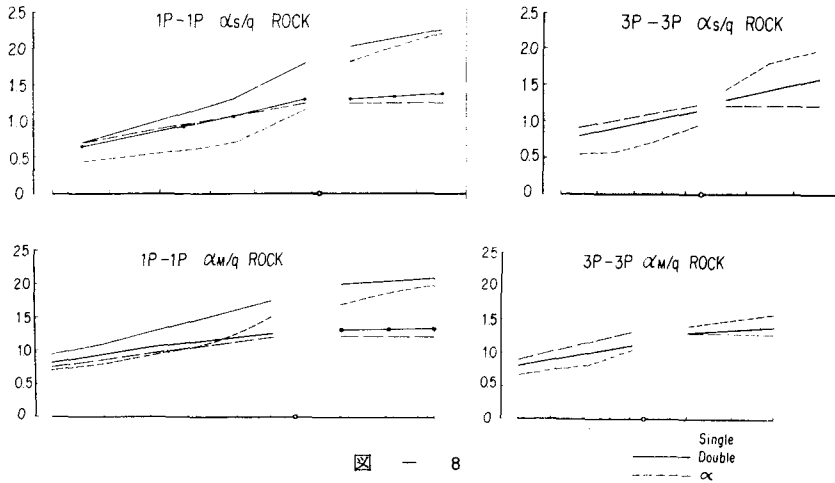


図 - 8

3-4 三径間連続けたからなる連成系

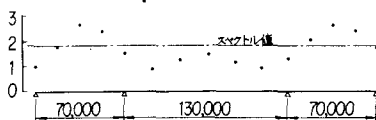
各橋脚長、スパン長の異なる三径間連続トラス橋について解析したもののうち応答最大加速度倍率 α_a および各スパン中央部での変形曲線を図-9に示す。これによると各橋脚の長さが異なるゆえ橋脚頂部での α_a が異なっている。また中央スパン中央部の α_a は左右両径間中央部の α_a より小さな値となっている。変形曲線を見ると各スパン中央部の動きに大きな位相差が現われている。これは各スパン長および橋脚の長さなどの異いにより強制振動時には複雑な振動となり各スパンでの振動周期が異なるためと考える。また個々の周規をみてもわかるように中央スパンが非常に長く、左右径間が中央径間に比して比較的小さくほぼ等しい周期でもって振動している。したがってこれらの固有周期と1

質点系のスペクトル値との関係をみる事により前述した α_a の大小関係が現われたものではないかと考える。

3-5 連続けたの滑り量

連続けたの橋軸方向振動をとり扱うに当り、けたが全てすべり支承上にあるものと仮定し、支承部に伝わる伝達せん断力が摩擦限度を越せば、けたの滑りが生ずる。このような仮定のもとに解析した三径間連続けたの移動量ならびにけたの滑り量を図-10に示す。この結果橋脚頂部に伝わるせん断力が支承部の滑りによって低減されるため、静的計算値より動的応答値の方が逆に有利になる場合などがみられる。またけたの最大滑り量に対して最終滑り量を見ると、いずれの場合も最大滑り量の7~8割程度残留変位を生じている。

EL CENTRO NS USA $h=0.05$



トラス(ROCK) 応答変位 EL CENTRO

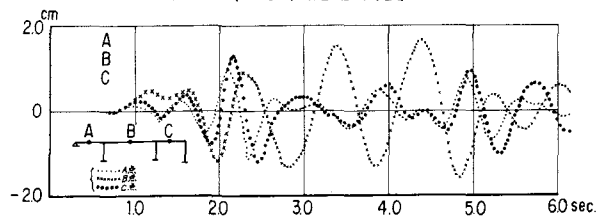
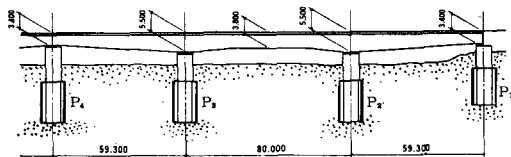
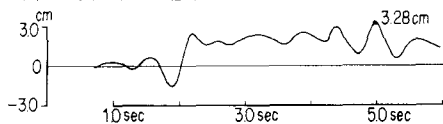


図 - 9



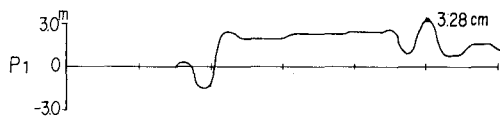
モデル

桁が滑り支承上にあるため、伝達せん断力がまさつ限度を越せば、滑りが生じ、桁の振動が複雑になる。桁の最大移動量は3.28cmである。

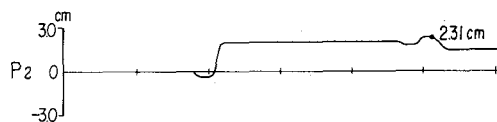


けた移動量

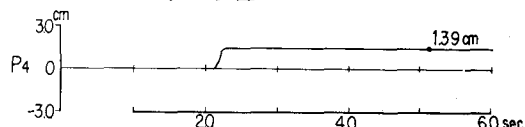
各橋脚支承上の桁滑り量は下図のようになる。



すべり量



すべり量



すべり量

4. ま と め

以上の動的解析結果を通して、程度の差はあれほとんどの場合応答最大値は静的計算値の数倍に達している。そこでこれらの結果をすべて設計にもちいなければならないのだろうか、この解答はそう簡単ではない。設計震度は多分に経験的なものであり、これをそのまま地震動の加速度に対応させるわけにはいかないが、もし静的設計震度に相当する最大加速度の地震を設計の基本に考えたとすると、このように静的計

算値の数倍の応力を生じることになり、静的震度法で設計した構造物の破壊応力を越えて、構造物が破壊するように思われる。しかしながら降伏点応力を越えた状態での性状は、もはや弾性限界内の応力状態を前提とした動的解析では、説明出来ず、部材、基礎の塑性化を考慮しなければならない。