

ま え が き

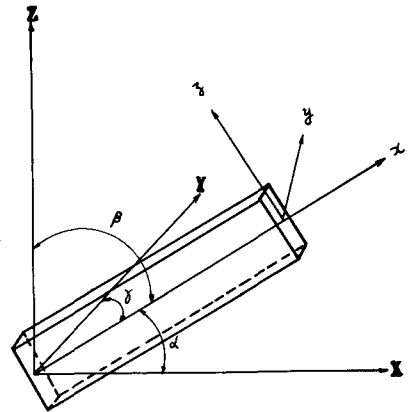
電子計算機による骨組構造の地震応答解析には変位連結法，加速変連結法，及び振動撓角法等の手法が一般に用いられている。

本論文は立体骨組構造の地震応答解析に対して，構造物各部の質量を節点に集中させた有限要素法系として，軸方向力による変形を考慮した変位法による振動方程式を導き，電子計算機による本法の解析手順とその計算例を取扱った。

尚 計算例については野沢工業研究所のIBM1130を使用した。

§ 1 解析上の仮定と記号

- (1) 骨組を構成する部材は全て等断面の直線材とする。
- (2) 質量は集中質量とし，節点のみに存在する。
- (3) 部材の剪断変形の影響及び微小変形による2次応力は省略する。
- (4) 節点の座標は図1に示す如く，右手系とし，部材座標のX軸は部材軸上にとる。
- (5) 変位及び部材応力は部材座標軸方向を正符号とし，節点回転及びモーメントは部材座標軸方向に向って右廻りを正符号とする。



以上の仮定により解析を進めるが，解析上用いた記号は次 図1 部材座標系と絶対座標系の通りである。

- dx : 部材座標系のX軸方向の節点変位
- dy : 部材座標系のy軸方向の節点変位
- dz : 部材座標系のz軸方向の節点変位
- θ_x : 部材座標系のX軸廻りの節点回転角
- θ_y : 部材座標系のy軸廻りの節点回転角
- θ_z : 部材座標系のz軸廻りの節点回転角
- f_x : 部材座標系のX軸方向力
- f_y : 部材座標系のy軸方向力
- f_z : 部材座標系のz軸方向力
- M_x : 部材座標系のX軸廻りのモーメント
- M_y : 部材座標系のy軸廻りのモーメント
- M_z : 部材座標系のz軸廻りのモーメント
- m : 節 点 質 量

A : 部材の断面積
 I_x : 部材座標系の x 軸廻りのねじれ抵抗
 I_y : 部材座標系の y 軸廻りの断面2次モーメント
 I_z : 部材座標系の z 軸廻りの断面2次モーメント
 G : 剪断弾性係数
 E : ヤング係数
 l_{ij} : 部 材 長

§ 2 変位法による振動方程式

節点 i における ij 部材の変形と応力の関係は部材座標系で表わすと両端剛接の場合に次のようになる。但し部材には中間荷重がないものとする

$$\left. \begin{aligned}
 f_x^{ij} &= EA / l_{ij} (d_x^i - d_x^j) \\
 f_y^{ij} &= 12EI_z / l_{ij}^3 (d_y^i - d_y^j) + 6EI_z / l_{ij}^2 (\theta_y^i + \theta_y^j) \\
 f_z^{ij} &= 12EI_y / l_{ij}^3 (d_z^i - d_z^j) - 6EI_y / l_{ij}^2 (\theta_z^i + \theta_z^j) \\
 m_x^{ij} &= GI_x / l_{ij} (\theta_x^i - \theta_x^j) \\
 m_y^{ij} &= -6EI_y / l_{ij}^2 (d_z^i - d_z^j) + 2EI_y / l_{ij} (2\theta_y^i + \theta_y^j) \\
 m_z^{ij} &= 6EI_z / l_{ij}^2 (d_y^i - d_y^j) + 2EI_z / l_{ij} (2\theta_z^i + \theta_z^j)
 \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

(1) 式の ij 部材応力は (2) 式で書き表わすことができる。

$$\{f\}_{xyz} = [K]_{xyz} \{d\}_{xyz} \text{----- (2)}$$

ここに

$\{f\}_{xyz}$: 部材座標系の6成分の応力列行列

$[K]_{xyz}$: 部材座標系の剛性行列

$\{d\}_{xyz}$: 部材座標系の6成分の変形列行列

この(2)式は節点 i に結合する全ての部材について成立するから、節点 i に結合する部材数を n とすると、 n 個の部材座標系が存在することになり、従って $6n$ 個の部材座標系の変形が未知数となる。

しかし、1つの節点では6個の釣合式しか存在しないため、この $6n$ 個の部材座標系の変形を共通の座標系である絶対座標系の6成分の変形に変換する必要がある。

今、3次元の直交変換行列を T とすると、 T は部材座標軸 x, y, z の絶対座標軸 X, Y, Z に対する方向余弦を C で表わすと(3)式となる。

$$T = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \text{----- (3)}$$

この直交変換行列 T を用いて(1)式の部材座標系の変形と応力を絶対座標系の変形と応力に変換すると(4)式となる。

$$\left. \begin{aligned} \{d\}_{XYZ} &= T \{d\}_{xyz} \\ \{f\}_{XYZ} &= T \{f\}_{xyz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

(2) 式と(4)式から i, j 部材の絶対座標系の剛性行列 $[K]_{XYZ}$ は(5)式となる。

$$[K]_{XYZ} = T [K]_{xyz} T^T \dots\dots\dots (5)$$

従って、 i, j 部材の変形と応力の関係を絶対座標系で表わすと(4)、(5)式から(6)式で表わされる。

$$\{f\}_{XYZ} = [K]_{XYZ} \{d\}_{XYZ} \dots\dots\dots (6)$$

今 節点 i に結合する部材数を n とすると、節点 i における部材応力の合力は(6)式を重ねて得られる。

$$F_{XYZ} = K_{XYZ} D_{XYZ} \dots\dots\dots (7)$$

こゝに

$$K_{XYZ} = \sum^n [K]_{XYZ}$$

$$D_{XYZ} = \sum^n \{d\}_{XYZ}$$

従って、節点 i における振動方程式は節点 i での合成部材応力に釣り合う慣性力と減衰から(8)式を

$$m \ddot{d}_{XYZ} + \delta K^f_{XYZ} \dot{D}_{XYZ} + K^f_{XYZ} D_{XYZ} = -m \ddot{\delta}_{XYZ} \dots\dots\dots (8)$$

又、節点の両隣において絶対座標系の変位と節点回転角及びモーメントは連続であるから、節点自身の回転による慣性モーメントを無視すると(9)式をそれを得る。

$$\delta K^m_{XYZ} \dot{D}_{XYZ} + K^m_{XYZ} D_{XYZ} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

こゝに

d_{XYZ} : 節点の3成分の変位

δ : 粘性抵抗係数

K^f_{XYZ} : 部材の軸方向力と剪断力に関する剛性行列

K^m_{XYZ} : 部材のモーメントに関する剛性行列

$\ddot{\delta}_{XYZ}$: 3成分の地動加速度

N 個の節点を有する立体骨組構造の振動方程式は(8)、(9)式を N 個の各節点について作成する事により(10)式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{d} + \delta K^f \dot{D} + K^f D &= -M \ddot{\delta} \\ \delta K^m \dot{D} + K^m D &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

こゝに

M : 節点質量に関する対角行列

d : 節点変位に関する列行列

θ : 節点回転角に関する列行列

$$D = \begin{Bmatrix} d \\ \theta \end{Bmatrix}$$

K^f : K^f_{XYZ} の行列

K^m : K^m_{XYZ} の行列

$\ddot{\delta}$: $\ddot{\delta}_{XYZ}$ の列行列

§ 3 立体骨組構造の振動数方程式

前節の(10)式において外力と粘性抵抗を零とおくと(11)式の減衰のない場合の自由振動方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{d} + K^f D &= 0 \\ K^m D &= 0 \end{aligned} \right\} \text{----- (11)}$$

今(11)式の解を $a = e^{i\omega t} d$, $b = e^{i\omega t} \theta$ において(11)式に代入すると(12)式を得る。

$$\left. \begin{aligned} [K^f - \omega^2 M] \left\{ \frac{a}{b} \right\} &= 0 \\ [K^m - 0] \left\{ \frac{a}{b} \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{----- (12)}$$

(12)式において a , b が根を持ったための十分な条件は(13)式を満足しなければならない。

$$\left| \begin{bmatrix} K^f \\ K^m \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} \right| = 0 \text{----- (13)}$$

この(13)式は振動数方程式と呼ばれるもので、これを解いて振動数 ω とそれに対応する振動形 a , b が得られる。

上記の解析方法を用いて立体骨組構造の振動数と振動形を求める手順をフローチャート化したものが図2である。

この図2において、(13)式より振動数 ω を求める方法としては種々の手法があるが、ここでは試索法の一つである擬定法を用いた。但し試索法によって振動数 ω を求める場合、振動数 ω が重根であるとき(13)式の行列式は重根 ω において零に接し、重根 ω の前後で同符号となる。

本法による計算例として鉄骨円形ラーメンとH.P.形式の鉄骨立体骨組構造を選び、これらの固有周期と振動形を計算した結果を図3、図4に示した。

ここに鉄骨円形ラーメンの構造概要としては柱高 $H = 1.874^m$ 、張向 $L = 30.00^m$ 、アーチの中心半開角 $\phi = 30^\circ$ とし、断面性能は柱、アーチとも断面積 $A = 30.00^{cm^2}$ 、断面2次モーメント $I_y = 150.000^{cm^4}$ で、アーチの節点荷重は $3.0t$ とした。

又、H.P.形式の鉄骨立体骨組構造の構造概要は鉸端支持の $L = 20.00^m$ の正方形周辺梁に接合された。H.P.形式で、ライズを $F = 5.00^m$ とし、断面性能は断面積 $A = 3.00^{cm^2}$ 、断面2次モーメント $I_y = 150.000^{cm^4}$ で、節点荷重は 5.00^t とした。

尚 本例題のH.P.形式は対称形であるため、 $m = 2$, $n = 1$ の T_{21} と $m = 1$, $n = 2$

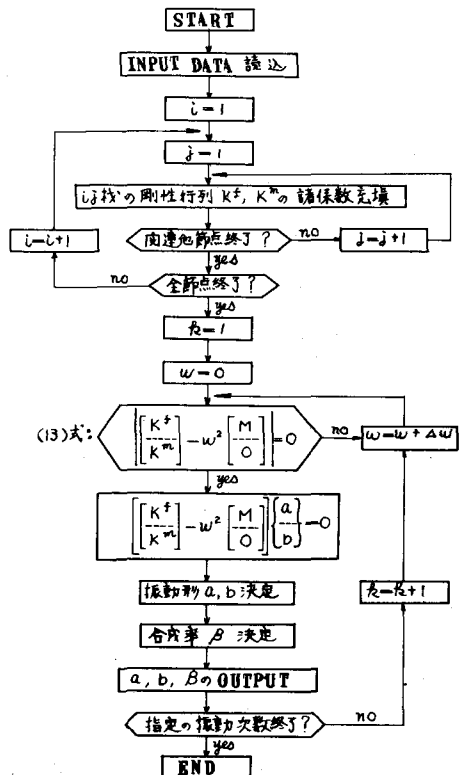


図2 固有値問題のフローチャート

の T_{12} は同次周期となる。

§ 4 立体骨組構造の地震応答解析
地震応答計算の数値解析にはEuler法、Runge-Kutta-Gill法、Taylor法等種々の手法が用いられているが、ここではTaylor法による手法を採用した。

即ち、時刻 j における立体骨組構造の節点加速度応答を A_j とすると、節点の速度 V_j 及び変形 D_j はTaylor法による(14)で与えられる。

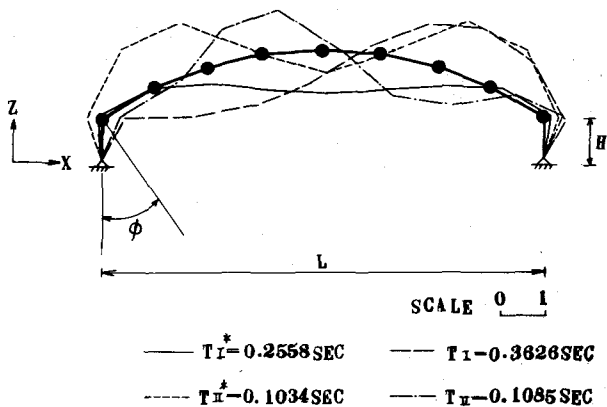


図3 円形ラーメンの振動形

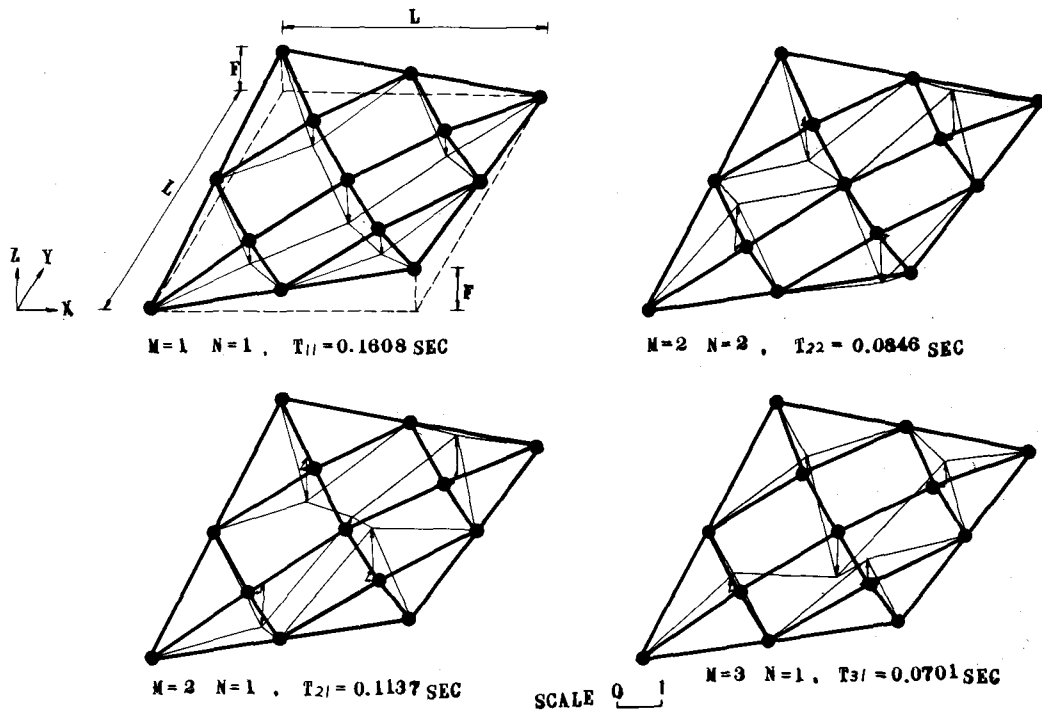


図4 H.P.式骨組構造の振動形

$$\left. \begin{aligned} V_j &= (A_j + A_{j-1}) \Delta T / 2 + V_{j-1} \\ D_j &= (A_j / 6 + A_{j-1} / 3) \Delta T^2 + V_{j-1} \Delta T + D_{j-1} \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

この(14)式において A_{j-1} 、 V_{j-1} 、 D_{j-1} は1時刻前の既知の値であるから、時刻 j における V_j 、 D_j は未知数 A_j と既知数 A_{j-1} 、 V_{j-1} 、 D_{j-1} によって表わされる。

従って、立体骨組構造の地震応答の数値解析はこの(14)式を(10)式に代入する事により、時刻 j における節点加速度応答 A_j を未知数とする(15)式の連立1次方程式に置換する事ができる。

$$A_j = [K^A]^{-1} \{C\} \dots (15)$$

こゝに

A_j : 節点の加速度応答の列行列

$[K^A]^{-1}$: A_j に関する剛性行列の逆行列

$\{C\}$: 節点の慣性力及び1時刻前の A_{j-1} , V_{j-1} , D_{j-1} 等の定数等による列行列

この(15)式よりキザミ時間 ΔT を解の収束性を考慮して適当に選んで A_j を求め、この A_j を(14)式に代入して V_j , D_j が得られる。

以下この計算を指定の地震記録時刻まで繰り返せばよい事になる。

この方法は振動数や振動形を計算しないで、直接振動方程式を数値解析するもので弾塑性振動の取扱いが容易である。

上記の解析方法を用いて立体骨組構造の地震応答を求める手順をフローチャート化したものが図5である。

この図5において節点加速度応答 A_j を求める方法として、弾性振動及び弾塑性振動に於て、等価弾性係数と固体摩擦力が一定の範囲では、節点加速度に関する剛性行列の逆行列を利用すると演算時間が短縮される。

本法による計算例として、前節で扱った鉄骨円形ラーメンとH.P.形式の鉄骨立体骨組構造に対して、EL CENTRO (1940) の地震動のうち前者についてはNS, UD成分を、后者についてはUD成分を作用させた場合の、最大値の位相を無視した各最大応力の計算結果を図6、図7に示した。

尚 上記の地震による最大応力応答と、現行の建築規準法に基く静的震度 $K = 0.2$ による応力を比較すると、地震による最大応力応答の方が後者より5倍程度大きい値を示した。

む す び

変位法による振動方程式を用いて立体骨組構造の地震応答解析を行った結果、本例題の場合、建築

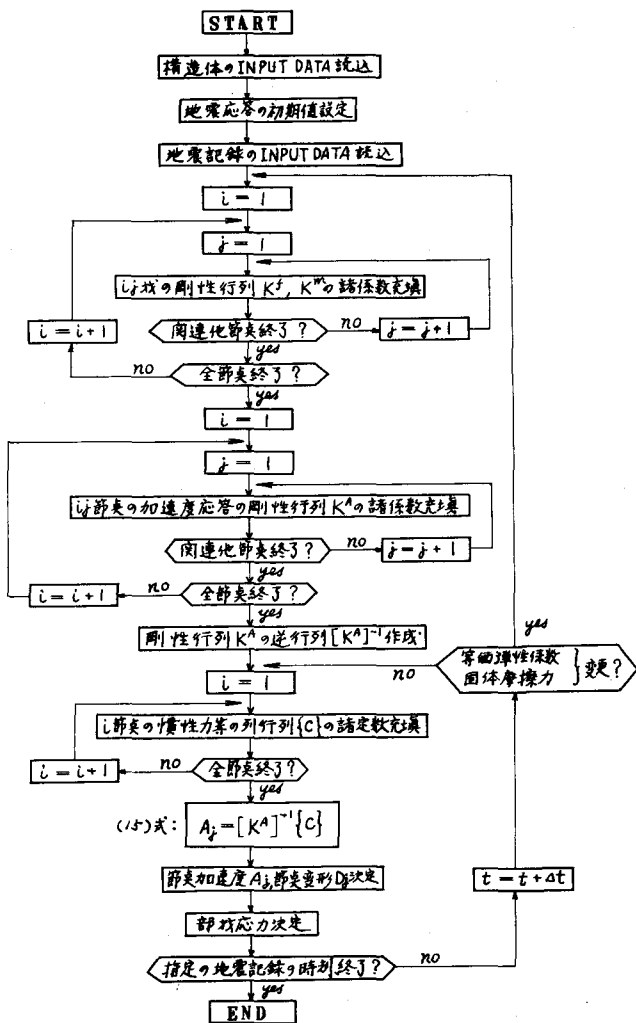


図5 地震応答解析のフローチャート

規準法に基く静的地震力による応力より、おなじ上廻った応力を示した。そこで立体骨組構造の耐震性に対する検討の必要性から、ここに電子計算機による立体骨組構造の地震応答解析手順の一例を述べたものである。

参 考 文 献

- 1) 大屋竹之 : 立体骨組構造の地震応答その1 (建論誌才149号 昭和43.7)
- 2) 大屋竹之 : 立体骨組構造の地震応答その2 (建論誌才152号 昭和43.10)
- 3) Semih S. Tezcan : Computer Analysis of Plane and Space Structures (A S C E 1966. 4)
- 4) C. Pestel, A. Leckie : Matrix Methods in Elastomechanics (1963)
- 5) 建築物の動的解析 : 日本鋼構造協会 (昭和42. 2)

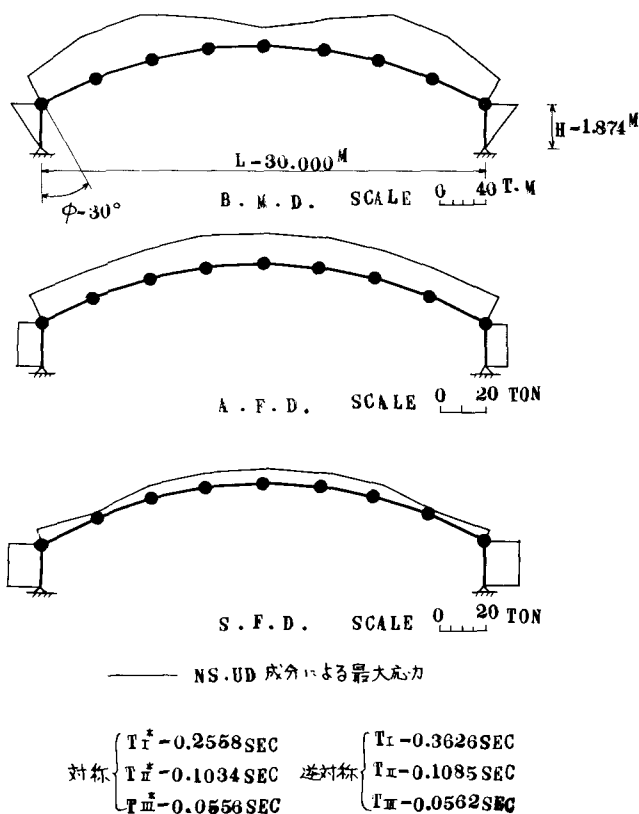
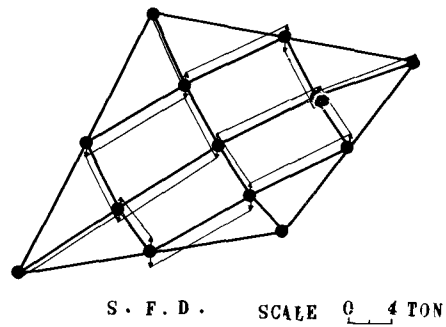
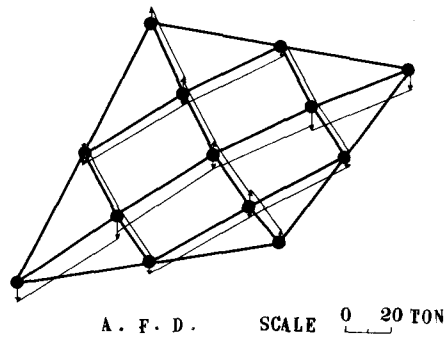
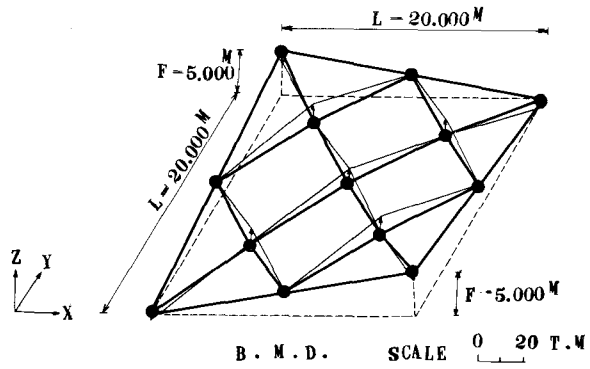


図6 EL CENTRO (1940)地震による最大応力応答



—— F = 5M の UD 成分による最大応力

T11 = 0.1608SEC T21 = 0.1137SEC

T22 = 0.0846SEC T31 = 0.0701SEC

図7 EL CENTRO (1940) 地震による最大応力応答