

Simulation による橋梁の耐久力判定と疲労設計に関する一考察

金沢大学工学部 小堀為雄

1. まえがき

大型電子計算機の開発が進むにつれて、その効果的利用に関する研究が進められて来た。橋梁工学に限って見ても、部材の影響線の計算から応力解析へ、応力解析から断面の決定へと橋梁設計の自動化へと進められて来た。この報告は電子計算機の一つの利用法として、計算機の中で橋梁に作用するであろう自動車交通流を再現して、この交通流に対して既設橋梁がどのような応力を受けているかを観察しようとするもので、いわゆる Simulation 法によって電子計算機の中で数学的実験を行なおうとする一つの試みについて報告したものである。

2. 研究のあらまし

橋梁の上部構の耐久性は主として走行自動車荷重による各部材の繰り返し応力による疲労であると思われる。

この研究では実際の交通量や交通流の観測結果を統計学的に整理して、その特性を把握し、現在および将来の交通量および交通流を推定し、電子計算機の中で、ある年、ある日、ある時間に対する交通流模型を作成する。この模型による橋梁各部材の応力を時系列的に求め、その応力頻度を求めて、その結果から橋梁の耐久力を判定できないものかについて考察した。なお耐久力判定にあたっては疲労寿命を検討することになるが、疲労現象に対する考え方には色々研究されているので、これらの研究を取り入れて解析を進めた。

以上、本研究のあらましであるが、要するに、電子計算機を用いて、実際の橋梁にかかる実働荷重に対する応力頻度を求めて疲労実験を行なおうとしたもので、自動車交通流の確率模型が一定程度の確かさで作成されるならば、橋梁の耐用年度内の実験を行なうことができ、その結果をもとに合理的な設計が可能であると思う。

3. 自動車交通流の確率模型について

著者は昭和39年、40年および43年に国道1号線および8号線で実際の交通流の観測を行なった。その結果次のような確率統計量を得た^{1), 2)}。

α) 車頭時間間隔

車頭時間間隔（以下車頭間隔という）の分布は式（1）であらわされる指数分布であることがわかった。

$$P(t) = \int_{t_0}^t \frac{1}{t_m - t_0} \exp\left(-\frac{t - t_0}{t_m - t_0}\right) dt \quad (1)$$

$P(t)$: 車頭間隔が t である確率

t_0 : 最小限界車頭間隔（一般に 0.75 sec 程度である）

t_m : 平均車頭間隔

3) 重量の分布

自動車列の重量分布については調査が困難であるのでこれまでの報告^{3), 4)}から小型車、大型車についてそれぞれ正規分布であると考えた。

$$P(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^w \left\{ g \frac{1}{\sigma_1} \exp\left(-\frac{(w-w_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) + p \frac{1}{\sigma_2} \exp\left(-\frac{(w-w_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) \right\} dw \quad (2)$$

ここに、 $P(w)$ ：自動車総重量の確率密度

g ： p ：小型車と大型車の比

w_1 ：小型車平均重量

w_2 ：大型車

σ_1 ：小型車標準偏差

σ_2 ：大型車

C) ランダム自動車列模型の作成

式(1)および式(2)を用いて、ランダム自動車列模型を作成するのであるがそれには、電子計算機の中で疑似乱数を発生させ、その乱数に対応する自動車の重量や車頭間隔をモンテカルロ法で求めるのである。そのフローチャートを図-1に示す。

4. 応力頻度表の作成

3. で作成したランダム自動車列による橋梁各部材の応力を時系列的に計算してその頻度を求めればよいのであるが、動的影響をどのように取り扱うかに問題がある。応力頻度のとり方には色々考えられるが⁵⁾、実応力の測定器によって制約される。しかし、疲労については応力の平均値 $\bar{\sigma}_m$ とその振幅 $\bar{\sigma}_a$ が重要な要素であることはこれまでの多くの研究によって知らせている。

ここで取り扱うシミュレーション法による応力は連続的の応力-履歴曲線として画くことができるので、測定器の機能による問題はない。以下に著者が行なった方法についてのべる。

さて、著者がこれまで行なった橋梁各部材の動的記録の一例を図-2に示す。

一般に図-2に示すように部材応力は自動車の通過による応力の大きな変化(破線)と自動車と橋の振動による小さな応力変化との重畳波として橋梁の応力変動波が表われされ、その振幅は自動車列のランダム性と振動のランダム性によって、不規則な変動波形となる。このような荷重による疲労を実働荷重による疲労という。このことについては、近年多くの研究がされているようであるが⁶⁾、実験機械や測定技術などの関係もあって多くの問題を残している。

さて、このような重畳波応力(図-3)

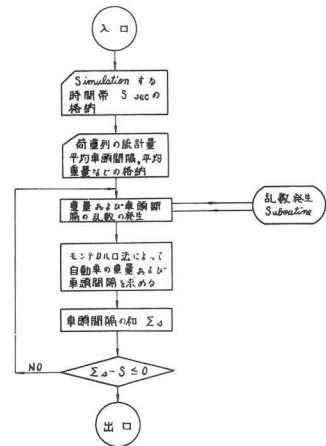


図-1 ランダム自動車列模型を求めるフローチャート

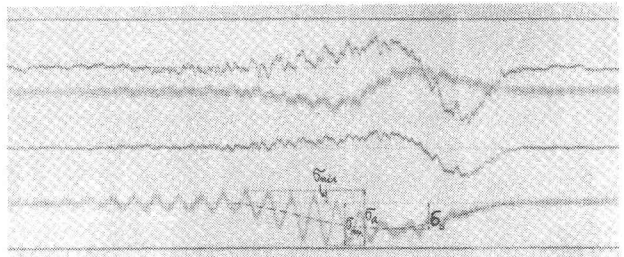


図-2 各部材の動的記録の一例

の疲労については段原、神保、伊藤⁷⁾は次のように報告している。

- i) 2次波割合 ($\sigma_{a1} / \sigma_{a1+2}$) が 0.3 付近で寿命はいくらか増加し、それより大きくなると低下し、1.0 付近では約 1/2 となる。
- ii) 周波数比の影響は小さい。
- iii) はねかえり振幅の割合 (σ_R / σ_{a1+2}) は周波

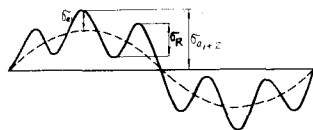


図-3 重ね波

数比に関係なく約 0.6 以下で寿命の低下がないとみてよい。しかしそれ以上、0.8 付近では正弦波のみ繰り返した場合の約 50% までに寿命が低下することがある。

著者が行った幾つかの実験結果から 2 次波割合とはねかえり振幅の割合を出し、橋梁設計によく用いられる衝撃係数との関係を整理すると図-4、および 5 のようになる。

これらの図から 2 次波割合もはねかえり振幅の割合もいずれも動的係数が大きくなれば比例して大きくなることわかる。

一般に衝撃係数が 0.4 以下で、

2 次波割合は 0.4 以下に、はねかえり振幅の割合は 0.6 以下に入るようである。このことは一般走行荷重による 2 次波が橋梁の疲労には影響しないことを意味している。これより

載荷長の短い部材ではその最大値を振幅と考えるいわゆる無効振幅除去一極値法をとればよい。この場合、図-2 に見られるように、自動車が橋げたを通過した後、けたには減衰自由振動が残っているのでこれによってけたの応力範囲は

$$\sigma_{max} + |\sigma_{min}| = \sigma_a \quad (3)$$

となる。

しかし、図-2 (b), (c) のように自動車の通過によって交差応力が働く部材については通過後の振動は考慮する必要はない。

著者が行った幾つかの記録について、横軸に、

$$i = \frac{\sigma_{max} - \sigma_s}{\sigma_s} \quad (4)$$

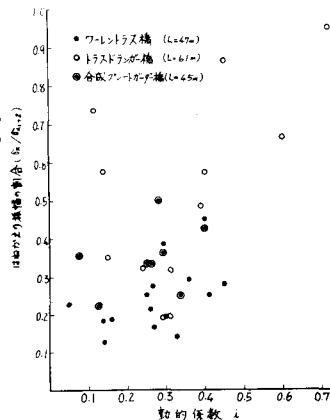


図-4 動的係数と 2 次波割合

図-5 動的係数とはねかえり振幅の割合

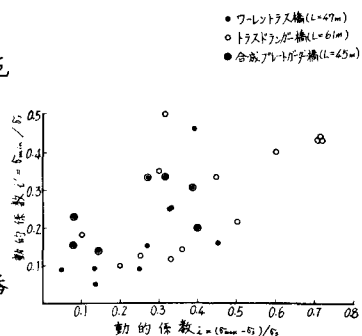


図-6 σ_{max} と σ_{min} の関係

を縦軸に、

$$i' = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_s} \quad (5)$$

をとってプロットすると図-6となる。この図から i と i' は比例していることがわかる。

いま、各けたについて相関係数を求め、その標準偏差を求めると表-1となる。

この相関係数は橋梁の動的特性（固有振動数や減衰係数など）によって決まるものである。

a) 載荷長の短い部材

先に作成したランダム自動車列による各時刻における応力を部材の影響線を用いて計算するのであるが自

橋の記号	平均値	標準偏差
A	$0.0046 + 0.62i$	0.128
B	$0.10 + 0.94i$	0.198
C	$0.125 + 0.34i$	0.125

動車が2台以上同時に載荷することのないような載荷長の短い部材については1台通過によって $\sigma_{min} \sim \sigma_{max}$ の応力が繰り返し作用することになる。この場合の応力の大きさは自動車列の重量分布に支配される。

さて、自動車列の重量分布は式(2)であらわされ、荷重 W_j による部材応力振幅 σ_{aj} は

$$\sigma_{aj} = (i + i') \gamma_1 \gamma_2 W_j \quad (6)$$

平均応力 σ_{mj} は

$$\sigma_{mj} = \frac{\sigma_{aj}}{2} + \sigma_d \quad (7)$$

ここに、 γ_1 : 曲げモーメントの影響線の最大値（単純けたでは $1/4$ ）

γ_2 : 曲げモーメントから部材最大応力を求める係数（単純けたでは $1/2 I$ ）で断面形状係数とすることにする。

σ_d : 死荷重による応力

いま、全耐用年度内の全交通量を N とするとその内の大型車は γN であり、各荷重 W_j の回数 $n(W_j)$ は重量分布の確率を $\mathcal{P}(W_j)$ とすると

$$n(W_j) = \mathcal{P}(W_j) \gamma N \equiv n(\sigma_{mj}, \sigma_{aj}) \quad (8)$$

となる。なお、式(6)および式(7)を用いて W_j に対応する応力振幅 σ_{aj} および平均応力 σ_{mj} を求めることができる。

疲労に対する取り扱いはいち節で定める。

b) 載荷長の長い部材

載荷長の長い場合は数台の自動車と同時に作用することが考えられるので、影響線を利用して求めることができる。この場合の動的影響は荷重とけたの連成振動として微分方程式を解いて求めなければならないが、計算が非常に複雑となるのでここでは、荷重を割り増すことによって求める。すなわち荷重を次のようにあらわす。

$$P_i = W_i (1 + i \sin \omega t + \varphi_i) \quad (9)$$

ここに、 P_i : i 番目の荷重

W_i : i 番目の自動車の総重量

ω : 自動車に於ける固有振動数

φ_i : 自動車の振動の位相差

著者は4車線の幅員をもつ橋梁について、4つの独立したランダム荷重列を作成し、全線荷重が通過するときの各時刻における応力の曲線を計算機で計算したこの場合の一例を図-7にあげる。荷重振動の位相差 φ_i は各自動車が橋面に入った時間で $\varphi_i = 0$ として計算した。自動車の車頭間隔がランダムであるので、位相差は必然的に考慮されたことになる。

このようにして求めた応力-履歴曲線は先にのべた重畳波とは異なり、全くランダムな応力となる。この場合の疲労では一般に平均応力 σ_m と応力振幅 σ_a が重要な要素となる。各応力のある刻み値で頻度を求める。いま、平均応力の刻み値を $\Delta \sigma_m$ 、応力振幅のそれを $\Delta \sigma_a$ とし、死荷重による応力を σ_d とすれば、 $[(\sigma_m - \sigma_d) / \Delta \sigma_m + 0.5]$ 、 $[(\sigma_a / \Delta \sigma_a) + 0.5]$ によって頻度行列の行と列を指定する。ここに、 $[\quad]$ はガウス記号であり、0.5 は四捨五入のための定数である。

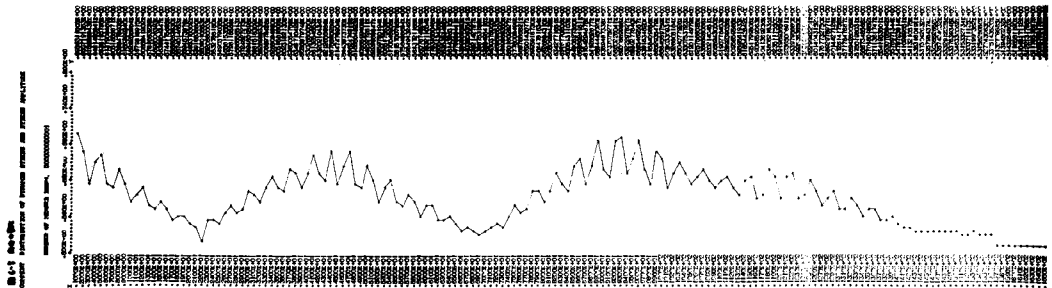


図-7 部材の応力-履歴曲線(計算値)

こうして、ランダム荷重列によるある時間帯の応力頻度が求まる。その1例を表-2にあげる。

5. 数値計算

4でのべた方法で応力頻度を求めることができれば、全寿命期間について計算することは非常に計算時間を要するので、交通流調査の結果からある幾つかの時間帯に分け、さらにサンプリング法によって計算する時間帯をえらびだせばよい。

この場合ランダム荷重列の作成にあたっては

表-2 ランダム荷重列によるある時間帯の応力頻度

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2			2	2	1															
3		2	8	4																
4	9	1	9	4	1															
5	7	4	14	7	1															
6	174	9	7	2	1															
7	371	31	23	8	1		1	1												
8	1461	163	31	13	1															
9	10	128	9	10	2															
10	2	34	16	3	1															
11	1	14	18	4	3					2	1	1								
12	1	10	10	4			1						4							
13		4	6	10	1									1						
14		2	2	6	1										1	1				
15	1			2																
16			1	1	2															
17																				
18																				
19																				1
20																				

ある程度の自動車数がないと確率模型として成立しない。著者の計算結果を表-3にあげる。表-3では実際観測から得られた統計量と計算機の中で作成された模型の統計量を比較して示した。この表からわかるように比較的良好な結果が得られているが、自動車台数の少ない時間帯番号4の場合は期待した結果が出ないようである。また表-3(b)で小型車がよい結果であるが大型車がよい結果でないのも小型車に比して大型車の数少ないことによるものと思われる。

6. 疲労寿命の推定法の一案

荷重がランダムであるために平均応力も応力振幅も任意に変化する。それ故に推定計算は煩雑となる。このことから

- 1) 応力の負荷順序は疲労には関係がない。
- 2) 疲労で用いられるマイナーの法則が成立すると考える。

いま、ある平均応力 σ_{mi} と応力振幅 σ_{aj} のときの疲労度関数 $Nt = f(\sigma_m, \sigma_a)$ を考えると、応力振幅 σ_{aj} が繰り返される毎に疲労が蓄積され、かつ、これが平均応力 σ_{mi} の影響を受けるものと仮定する。この時の疲労度関数として例えば文献⁶⁾によれば

$$N(\sigma_{mi}, \sigma_{aj}) = (-2.3026/m) \log_e \left\{ 1 - m / \exp(A \sigma_{aj} + D_0) \right\} \quad (10)$$

ここで、 $A_0 = K \sigma_{mi} + B_1$, $D_0 = B_2 \sigma_{mi} + D_1$, m, B_1, B_2, K, D_1 は材料の性質によって決まる定数で、0.22% 炭素鋼では、

$$Nt_{ij} = (-2.3026 / 2.5 \times 10^{-7}) \log_e \left\{ 1 - 2.5 \times 10^{-7} / \exp \left\{ (0.003275 \sigma_{mi} + 0.282) \sigma_{aj} - 19.08 \right\} \right\} \quad (11)$$

である。

こうして求められた Nt_{ij} は σ_{mi} , σ_{aj} に対する破壊繰り返し回数である。そこで、 σ_{mi} , σ_{aj} に対する疲労度 (D_{ij}) は $D_{ij} = n_{ij} / Nt_{ij}$ となり、単位時間中の疲労度 D は

$$D = \sum_i \sum_j (D_{ij}) \quad (12)$$

であらわされ、マイナーの法則によって $D=1$ のとき破壊に達すると考える。

以上は疲労寿命を算出したのであるが、これを逆に用いて、ある耐用年度内において、式(12)が成立するような断面が決められないものかと思う。例えば短スパン橋について式(12)の $1/2$ を仮定して D を求め、 $D=1.0$ が満足する $1/2$ を求めることも考えられる。その場合のフローチャートを図-8に示す。

7. むすび

以上、Simulation法によって、走行自動車による橋梁部材の応力頻度を求め、疲労寿命を推定する基本的事項についてのべたが、この推定法には次のような問題点が残されている。

- 1) ランダム自動車列模型の信頼性

表-3 実交通流の測定値とシミュレーションされた荷重列の値との比較

番号	台数	小型車と大型車との比				平均車頭間隔, sec	
		実測値		模型の値		実測値	模型の値
		小型車	大型車	小型車	大型車		
1	521	0.857	0.143	0.856	0.144	4.11	4.08
2	474	0.890	0.110	0.895	0.105	3.83	3.82
3	387	0.874	0.126	0.883	0.117	5.25	5.26
4	165	0.640	0.360	0.640	0.360	47.0	34.22

表-4 重量の分布

	小型車		大型車	
	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
仮定値	1.87	0.70	12.15	3.04
模型の値	1.88	0.715	13.80	4.27

2) サンプリング法の 適性

3) 構造材料の疲労強度のバラツキ

4) 構造材料の切欠効果

5) 部材の引張残留応力の影響

などがあげられる。したがって推定寿命にいくらかのバラツキを生ずる。

疲労現象の研究とともに構造物の信頼性に関する研究も多く進められている現状にあるのでさらに明確な解答が得られることを望む。この研究で電子計算機の効果的利用につながれば幸である。

なお、本研究に協力いただいた中村昭英君（金沢大学工学部技官）、および梶川康男君（金沢大学工学部学生）に感謝の意を表する。

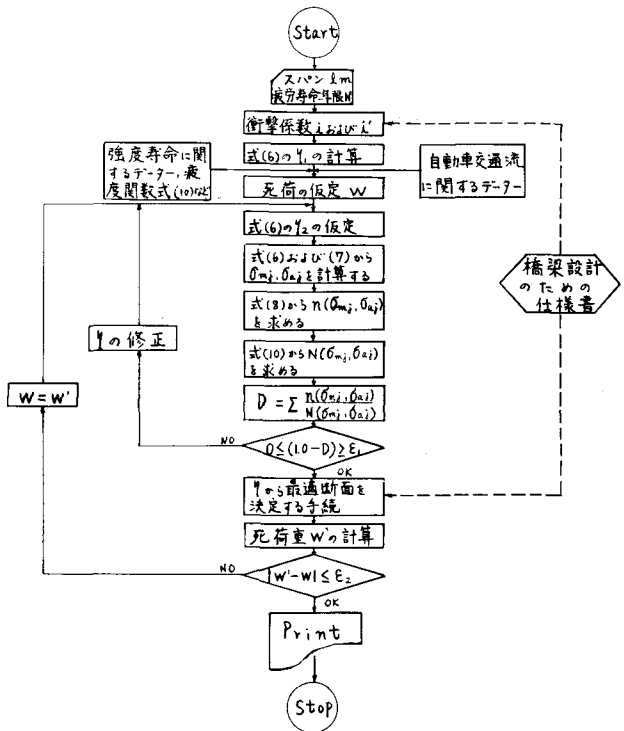


図-8 短スパン橋の疲労設計のためのフローチャートの一例
参考文献

- 1) 小堀為雄, 吉田博: 電子計算機による自動車交通流模型の作成について, 金沢大学工学部紀要 Vol. 3, No. 3, 45/51, (昭39)
- 2) 山田善一, 小堀為雄: ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究, 土木学会論文集 No. 119, 1/9, (昭40)
- 3) 西村昭: 自動車荷重のばらつきについて, 神戸大学建設工学研究所報告, No. 2, 213/229, (昭36)
- 4) 西村昭: 荷重列としての自動車交通流の二, 三の解析, 土木学会誌, Vol. 46, No. 2, 37/42 (昭36)
- 5) 日本材料学会編(川田雄一, その他): 実動荷重による疲労, 金属の疲労, 293/336, 丸善, (昭39)
- 6) 実用荷重に対する強度講習会テキスト, 日本材料学会関西支部, 土木学会関西支部, 日本機械学会関西支部, 日本建築学会近畿支部, 日本航空学会関西支部, 昭41
- 7) 葦原和典, 神保昇二, 伊藤悟郎: 重畳波応力による疲労被害および最適応力頻度表示法の研究, 自動車技術, Vol. 22, No. 5, 1968
- 8) 日本材料学会編(川田雄一, その他): 金属の疲労, 316/323, 丸善, (昭39)
- 9) 石橋正: 金属の疲労と破壊の防止, 養賢堂, 昭42
- 10) 飯田国広, 井上肇, 小林佑規: 歪制御低サイクル疲労における累積被害, 日本造船学会論文集 No. 123, 287/296, 昭43
- 11) 板垣浩, 藤塚正宣, A.M. Freudenthal: 変動繰返し荷重と受ける単部材および多部材構造の信頼

性, 297/315, 昭43

12) 伊藤学, 林国安: 鋼桁の最適設計, オ23回土木学会年次学術講演会, E-191, 昭43

13) 北川英夫: 動的荷重に対する材料の強さについて, 耐震, 防振の考えかた, オ6回生研講習会テキスト, 164/86, 生産技術研究奨励会, 昭43.

※ 橋の振動に関する文献

14) 川崎偉志夫: 道路橋の荷重について, 鋼橋設計示方書とプレストレスコンクリート指針, 79/42 土木学会, 昭30.

15) 橋本春一: 鉄道橋の衝撃, 鋼橋設計示方書とプレストレスコンクリート指針, 19/38, 土木学会 昭30.

16) 大地羊三: 鉄道橋の衝撃係数, 鉄道技術研究報告, No. 370 (昭38)

17) Tung, T.P., Goodman, L.E., Chen, T.Y. and Newmark, N.M.: Highway-Bridge Impact problems, Highway Research Board Bull. No. 124, 111/133, 1956.

18) Wen, R.K.L.: Dynamical Responses of Beams Traversed by Two-Axle Loads, Proc of ASCE, Vol. 86, EM5, 91/111 (1960).