

上路プレートガーダーのねじれ応力に対する 中間対傾構の影響

伊 藤 文 人 *

1 はじめに

上路プレートガーダーの上面に偏心荷重または水平横荷重が加えられる場合の慣用設計計算法は、あまりに単純な仮定の上に立っているので、時によっては不当に不経済な設計を行なわせる可能性がある。このような荷重条件に対する設計計算法は、これまで横構と中間対傾構の役割をまったく無視しており、プレートガーダー全体の立体構造としての断面は自由にゆがむものと仮定していた。中間対傾構は単に横座屈防止用であり、上横構は水平横荷重をケタ端に伝える役割しか持たされておらず、下横構にいたってはほとんどその役割を正しく理解されていなかった。

これに対して、最近多く架設される箱形ケタでは、その立体的な断面が変形の前后において「ソリ」を除いてはまったく変化しないとの仮定が普通に用いられている。ところで上下の横構をそなえた上路プレートガーダーと箱形ケタとの本質的な相異点は、いったいどこにあるのであろうか？ 箱形ケタでも中間対傾構の数が少なければ断面がゆがむのではないか？ 上路プレートガーダーでも上下横構と中間対傾構の働らきによって、慣用計算法で考えられている以上に振り剛性が高いのではないか？

これらの疑問に答えるためには、両者に共通した仮定の上に立って理論を再検討し、その結果を実験的に確かめる必要がある。この場合、いずれにせよ中間対傾構の配置と剛性がある種の役割をはたすと考えられるので、その適正な配置の仕方についてもいくつかの理論的根拠を従来の知識に加えることができるものと期待されよう。

本報告はこの問題を、両者とも薄板の組み立て構造物であるとの観点に立って検討した結果について述べる。

2 理論式

この報告に用いられた理論式は、つぎの仮定によって組み立てられた。

- イ) 考えるケタは4枚の薄い平板で組み立てられた長方形の断面を持つており、各平板の幅は全長にわたって一定である。
- ロ) ケタの上下面および両側面を構成する各平板は、それぞれの板面内の変形に対して、通常のハリの理論にしたがう。
- ハ) 各部分平板は、それらが単独ではその板面と直交する方向への変形および捩れ変形に対して抵抗することができない。
- ニ) したがって、各部分平板の結合部、すなわち長方形断面の隅角部では、そこで交差する両平板の中立面に含まれる直線上に働らくせん断力以外の応力は生じない。すなわち隅角部の角変化による反作用は無視する。
- ホ) 各部分平板はその縁部においてたがいに完全に結合されていて、相互にすべることはできない。

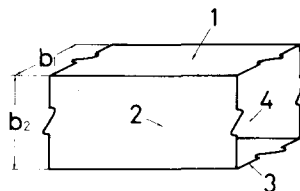


Fig.1 Notation for Plate Elements

ホ) 各部分平板はその縁部においてたがいに完全に結合されていて、相互にずべることはできない。

へ) 各部分平板のせん断変形は、平均せん断応力(断面内に働らくせん断力をせん断抵抗断面積 A_s で割った値)をせん断弾性係数 G で割ったものとしてあらわされる。

ト) 考えるケタは、両端および中間の適当な位置に対傾構を持つものとする。対傾構も薄平板であって、それ自身の含まれる面内の変形に対しては抵抗するが、その面に直交する向きの変形に対してはまったく抵抗することができない。

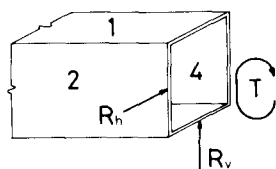


Fig. 3 Forces Acting on a Section

チ) 両端の対傾構はその面内において十分に剛であるものとする。

リ) 外力は常に長方形断面の隅角部に加えられる。

ヌ) 考えるケタは左右対称である。

ル) 断面を構成する部分平板の厚さは、ケタの軸方向には一定である。

なお、これらの仮定のうち(チ)および(ル)は除いても理論式の組み立てには困難はないが、ここでは簡単のためこの仮定にした

がった。

断面に関する量は次の記号であらわす。

A_{ti} : 部分平板 i の引張抵抗断面積

A_{si} : 部分平板 i のせん断抵抗断面積

I_i : 部分平板 i の断面二次モーメント

b_i : 部分平板 i の幅(ウェブの場合は高さ)

C_i : 部分平板 i の中立軸から、部分平板 $i-1$ と結合されている縁までの距離

M_i : 部分平板 i にかかるモーメント

Q_i : 部分平板 i に加えられる軸方向応力

P_i : 部分平板 i に加えられるせん断力

R_v : 箱形断面に加わる鉛直荷重によるせん断力

R_h : 箱形断面に加わる水平荷重によるせん断力

T : 箱形断面に働らくトルク

ただし部分平板の番号は便宜上ここでは上面を1、左右両側面を2および4、下面を3とした。

ここで部分平板 i と $i-1$ の間に働らくせん断流 q_i を考えることとし、外力と部分平板応力の釣り合い、部分平板相互の応力の釣り合い、および各部分平板がその結合部でたがいにこたらないとの条件から、各部分平板に働らくモーメント M_i と外力との関係式が得られる。そこで各部分平板の応力による変形を求め、箱形断面が長方形から平行四辺形にゆがむこともありうることを考えると、応力を求めるための計算は $(n-1)$ 番目と n 番目の中間対傾構ではさまれた部分については添字 n をつけて関係する量をあらわすことにし、変数をその領域の長さ l_n を用いて

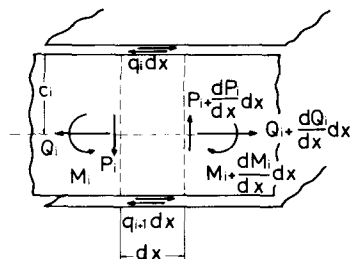


Fig. 2 Notation for Stresses in Plates

$$X_n = \ell_n \left(P_1 + P_3 - \frac{T}{b_2} + \lambda R_h \right)_n + X_{n-1} \quad (1)$$

ただし

$$\lambda = \frac{2b_2^2(I_3 - I_1) + b_1^2(b_2 - 2C_2)^2 A_{t2}}{2b_2^2 \{ 2(I_1 + I_3) + b_1^2 A_{t2} \}} \quad (2)$$

とすれば、 X_n を求めることに帰着される。

X_n はつぎの連立方程式を解いて得られる。

$$\begin{aligned} X_{n-2} \left[\frac{B \ell_{n+1}}{t_{n-1} \ell_{n-1}} \right] + X_{n-1} \left[\ell_{n+1} (\ell_n^2 - F) - B \left\{ \frac{\ell_{n+1} (\ell_n + \ell_{n-1})}{t_{n-1} \ell_{n-1} \ell_n} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\ell_n + \ell_{n+1}}{t_n \ell_n} \right\} \right] + X_n \left[(\ell_n + \ell_{n+1}) (2 \ell_n \ell_{n+1} + F) + B \left\{ \frac{\ell_{n+1}}{t_{n-1} \ell_n} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(\ell_n + \ell_{n+1})^2}{t_n \ell_n \ell_{n+1}} + \frac{\ell_n}{t_{n+1} \ell_{n+1}} \right\} \right] + X_{n+1} \left[\ell_n (\ell_{n+1}^2 - F) \right. \\ \left. - B \left\{ \frac{\ell_n + \ell_{n+1}}{t_n \ell_{n+1}} + \frac{\ell_n (\ell_{n+1} + \ell_{n+2})}{t_{n+1} \ell_{n+1} \ell_{n+2}} \right\} \right] + X_{n+2} \left[\frac{B \ell_n}{t_{n+1} \ell_{n+2}} \right] \\ = R_t^{(n-1)} \left[- \frac{B \ell_{n+1}}{t_{n-1}} \right] + R_t^{(n)} \left[+ \frac{B (\ell_n + \ell_{n+1})}{t_n} - H_t \ell_n \ell_{n+1} \right] \\ + R_t^{(n+1)} \left[- \frac{B \ell_n}{t_{n+1}} \right] + R_h^{(n-1)} \left[\frac{\lambda B \ell_{n+1}}{t_{n-1}} \right] \\ + R_h^{(n)} \left[- \frac{\lambda B (\ell_n + \ell_{n+1})}{t_n} + \{ \lambda F + H_h \} \ell_n \ell_{n+1} \right] \\ + R_h^{(n+1)} \left[\frac{\lambda B \ell_n}{t_{n+1}} \right] \quad (n=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに

$$B = \frac{3E}{2G b_1 K} \quad (= \ell^3 t_n \beta_n) \quad (4 \cdot 1)$$

$$F = \frac{3E}{2G b_1^2 b_2 K} \left\{ b_1^2 \left(\frac{1}{A_{s1}} + \frac{1}{A_{s3}} \right) + \frac{2b_2^2}{A_{s2}} \right\} (= \ell^2 \alpha) \quad (4 \cdot 2)$$

$$H_t = \frac{3E}{2G b_1^2 b_2 K} \left\{ -b_1^2 \left(\frac{1}{A_{s1}} + \frac{1}{A_{s3}} \right) + \frac{2b_2^2}{A_{s2}} \right\} (= \ell^2 \gamma_t) \quad (4 \cdot 3)$$

$$H_h = \frac{3E}{2G b_2 K} \left\{ \frac{1}{A_{s3}} - \frac{1}{A_{s1}} \right\} (= \ell^2 \gamma_h) \quad (4 \cdot 4)$$

$$K = \frac{2(I_1 + I_3) + b_1^2 A_{t2}}{b_1^3 b_2 A} \quad (4 \cdot 5)$$

$$A = \frac{1}{b_1} \left\{ \frac{2I_1 I_3}{b_1^2} + \frac{I_2 (I_1 + I_3)}{b_2^2} \right\} + \frac{b_1 A_{t2}}{2b_2} \left\{ \frac{C_2 I_1}{b_1^2} + \frac{(b_2 - C_2) I_3}{b_1^2} + \frac{I_2}{b_2} \right\}$$

$$+ \frac{b_1(b_2 - 2C_2)A_{t2}}{2b_2^2} \left\{ \frac{C_2 I_1 + (b_2 - C_2)I_3}{b_1^2} + \frac{C_2(b_2 - C_2)A_{t2}}{b_2} \right\} \quad (4 \cdot 6)$$

$$R_I^{(n)} = \left[\frac{T}{b_2} \right]_{n+1} - \left[\frac{T}{b_2} \right]_n \quad (4 \cdot 7)$$

$$R_h^{(n)} = [R_h]_{n+1} - [R_h]_n \quad (4 \cdot 8)$$

t_n : 中間対傾構の等価厚さ

である。ただし、橋クタの両端では $X_n = 0$ であり、式の中の複号はトルクが鉛直荷重によって加えられる場合には上側を、水平荷重によって加えられるときには下側をとるものと約束する。

式(3)は外力が必ず中間対傾構のある位置に加えられると考へて出発した式であるから、中間対傾構の無い位置に集中荷重が加えられる場合には、着力点に $t_n = 0$ であるような中間対傾構があるものとして取り扱えば良い。中間対傾構の間隔が等間隔である場合には式(3)は無次元化された量 α , r_t , r_h , β_n であらわして簡単化した方が扱いやすいが、ここでは細部にわたって言及することを略す。

X_n が求められれば、中間対傾構位置および着力点における各部分平板の曲げモーメントは次式であたえられる。

$$\left[\frac{M_i}{I_i} \right]_n = K_i X_n - K_i (\lambda - \lambda_i) \sum_{j=1}^n L_j [R_h]_j \quad (5)$$

ただし

$$K_1 = \frac{2}{b_1 A} \left\{ \frac{I_3}{b_1^2} + \frac{C_2 A_{t2}}{2b_2} \right\} \quad (6 \cdot 1)$$

$$K_3 = \frac{2}{b_1 A} \left\{ \frac{I_1}{b_1^2} + \frac{(b_2 - C_2) A_{t2}}{2b_2} \right\} \quad (6 \cdot 2)$$

$$K_2 = K_4 = -\frac{b_1}{2} K \quad (6 \cdot 3)$$

$$\lambda_i = \frac{L_i}{K_i} \quad (6 \cdot 4)$$

$$L_1 = \frac{1}{b_1 A} \left\{ \frac{I_3}{b_1^2} + \frac{I_2}{b_2^2} - \frac{C_2(b_2 - 2C_2)A_{t2}}{2b_2^2} \right\} \quad (6 \cdot 5)$$

$$L_3 = \frac{1}{b_1 A} \left\{ -\frac{I_1}{b_1^2} - \frac{I_2}{b_2^2} + \frac{(b_2 - C_2)(b_2 - 2C_2)A_{t2}}{2b_2^2} \right\} \quad (6 \cdot 6)$$

$$L_2 = L_4 = -\frac{b_1}{2} L \quad (6 \cdot 7)$$

$$L = \frac{2b_2^2(I_3 - I_1) + b_1^2(b_2 - 2C_2)^2 A_{t2}}{2b_1^3 b_2^3 A} \quad (6 \cdot 8)$$

であつて、中間ではモーメントの分布は直線的である。

各部分平板には、箱形クタ全体に働らく外力としては軸方向荷重が無くても、軸応力 Q_i が生じる。これは各

部分平板の中立軸が一般的には箱形クタとしての中立軸に一致しないために生じるものであって、曲げモーメントから次式によって求められる。

$$Q_1 = \frac{A_{t1}(2C_2 A_{t2} + b_2 A_{t3})}{2A} \left(\frac{M_2}{I_2} - \frac{M_4}{I_4} \right) \quad (7 \cdot 1)$$

$$Q_2 = -\frac{A_{t2}}{2A} \left[b_1 A \frac{M_1}{I_1} + \{ 2C_2 (A_{t1} + A_{t2}) + (2C_2 - b_2) A_{t3} \} \frac{M_2}{I_2} \right. \\ \left. + \{ 2C_2 A_{t2} + b_2 A_{t3} \} \frac{M_4}{I_4} \right] \quad (7 \cdot 2)$$

$$Q_3 = -\frac{A_{t3}}{2A} \left\{ 2(b_2 - C_2) A_{t2} + b_2 A_{t1} \right\} \frac{M_2}{I_2} - \frac{M_4}{I_4} \quad (7 \cdot 3)$$

$$Q_4 = \frac{A_{t2}}{2A} \left[b_1 A \frac{M_1}{I_1} + \{ 2C_2 A_{t2} + b_2 A_{t3} \} \frac{M_2}{I_2} \right. \\ \left. + \{ 2C_2 (A_{t1} + A_{t2}) + (2C_2 - b_2) A_{t3} \} \frac{M_4}{I_4} \right] \quad (7 \cdot 4)$$

ただし

$$A = A_{t1} + A_{t2} + A_{t3} + A_{t4} \quad (7 \cdot 5)$$

であって、 Q_i も中間対傾構の間では直線分布をする。

各部分平板の平均せん断力 P_i は中間対傾構の間ごとに一定であって、次式であたえられる。

$$(P_1)_n = \frac{1}{2l_n} \{ X_n - X_{n-1} \} + \frac{1}{2b_2} (T)_n + \left(\frac{1-\lambda}{2} \right) (R_h)_n \quad (8 \cdot 1)$$

$$(P_2)_n = -\frac{b_2}{2l_n b_1} \{ X_n - X_{n-1} \} + \frac{1}{2b_1} (T)_n + \frac{\lambda b_2}{2b_1} (R_h)_n \\ + \frac{1}{2} (R_v)_n \quad (8 \cdot 2)$$

$$(P_3)_n = \frac{1}{2l_n} \{ X_n - X_{n-1} \} + \frac{1}{2b_2} (T)_n - \left(\frac{1+\lambda}{2} \right) (R_h)_n \quad (8 \cdot 3)$$

$$(P_4)_n = -\frac{b_2}{2l_n b_1} \{ X_n - X_{n-1} \} + \frac{1}{2b_1} (T)_n + \frac{\lambda b_2}{2b_1} (R_h)_n \\ - \frac{1}{2} (R_v)_n \quad (8 \cdot 4)$$

各部分平板の周辺せん断流を q_i とすれば、 q_i は上記の各量がわかっていれば

$$q_i = \frac{1}{b_i} \frac{dM_i}{dx} - \frac{P_i}{b_i} + \left(\frac{b_i - C_i}{b_i} \right) \frac{dQ_i}{dx} \quad (9)$$

であるから、その分布も容易に計算できる。

上記の計算法は長方形断面の両側面のみでなく、上下両面を構成する平面も軸力とせん断力に抵抗できるものと考えており、その意味では箱クタを対象に考えていることになるが、断面が荷重によって平行四辺形にゆがむ

可能性を考慮に入れているので、上路プレートガーダーに上下横構が取り付けられていれば適用することができる。とくに短支間上路プレートガーダーにしばしば見られるように下横構の省略されている形式のものに上記の計算法を適用してみればわかるように、その結果は従来の慣用計算法によるものと完全に一致し、片側主ケタに加えられた荷重は載荷側主ケタだけで抵抗し、中間対傾構の配置は応力状態に関係しない。

これに反し、上下横構が完全ならば、偏心荷重に抵抗する応力状態は中間対傾構の配置に依存し、箱ケタであっても中間対傾構の無い位置に載荷した偏心荷重は、従来知られていなかったような二次応力を生じる。これらの点に関しては実験結果と比較しながら次節に述べることにする。

3 実 験

上記の理論から導かれる結果のうち、とくに注目され

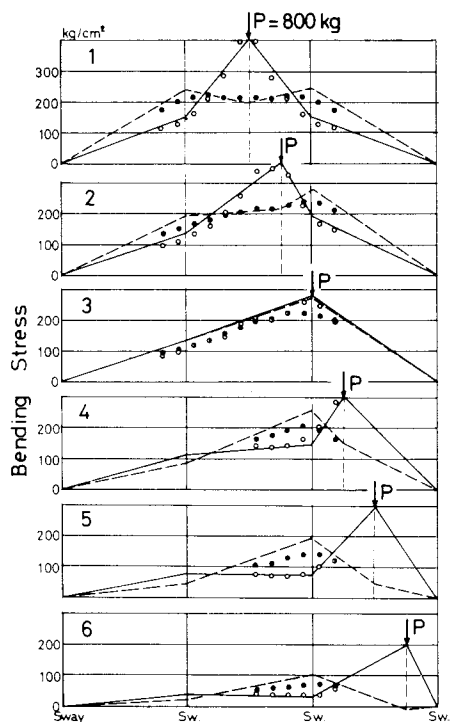


Fig. 5 Stress Distribution under Eccentric Load (Box Girder with 4 Sway Members).

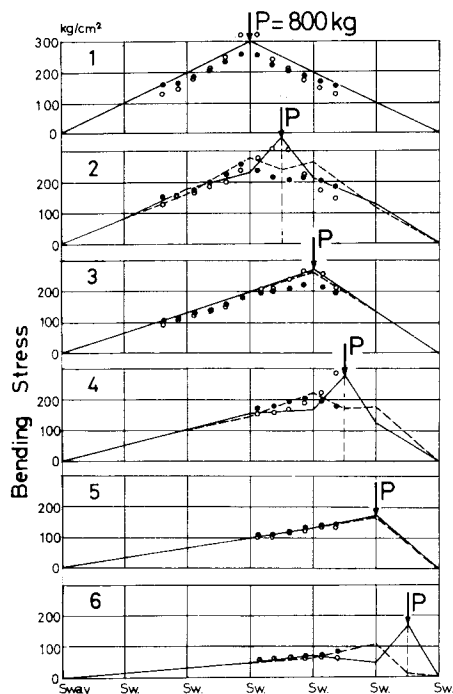


Fig. 4 Stress Distribution under Eccentric Load (Box Girder with 7 Sways)

るのは箱ケタの中間対傾構のない位置に載荷した偏心荷重による二次応力の発生と、上下横構をそなえた上路プレートガーダーの偏心荷重による応力が従来の慣用設計計算法による結果よりも箱ケタの性状に近付く結果、小さいであろうということ、およびその効果が中間対傾構の配置に関係すること、ならびに下横構が欠けているとその効果が消え失せることである。

この点を明らかにするために、中間対傾構の数と配置を変更できる組み立て式の上路プレートガーダーと箱ケタの模形を製作した。模形は昭和36年当時新幹線用として試算設計されていた支間4.2mの鉄道橋を1/10に縮尺し、製作ならびに実験上の条件に合わせて多少の手直しを行なったものである。

使用鋼材は富士製鉄のパンツアー・マスト用の高張力鋼板であり、溶接はひずみ避けるために抵抗点溶接を用いた。分解・組み立てに必要な接手はすべてビス留めにした。結果的にはビスの部分十分には入り

に抵抗できないうらみが避けられなかったが、小さな荷重による弾性試験にあらわれる応力分布にはあまり影響がなかったようである。

荷重を加える装置には模型の任意の位置に鉛直または水平方向の単一集中荷重を加えることのできる装置を製作して使用した。荷重は油圧ジャッキによって加え、ロードセルによってその値を読み取った。

荷重は片側主ケタまたは腹板の直上に単一集中荷重として加え、腹板に貼った抵抗線ひずみゲージによって曲げ応力を測定した。

実験条件は箱ケタでは中間対傾構の数を1, 2, 3, 5および7枚とした場合、上路プレートガーダーでは上下横構のある場合と下横構の無い場合についてそれぞれ中間対傾構の数を0, 1, 2, 3, 5および7枚として実験した。

その実験結果の一部を図に示したが、一般に実験結果は比較的良く理論計算の結果と一致し、理論から予測された箱ケタの中間対傾構のない断面に載荷した場合の応力の発生など、理論の正しさを裏付ける傾向を

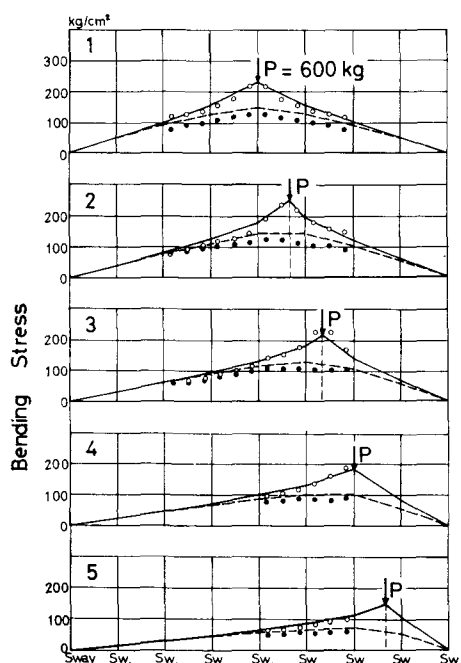


Fig. 7 Stress Distribution under Eccentric Load (Deck Pl. G. with 9 Sway Members).

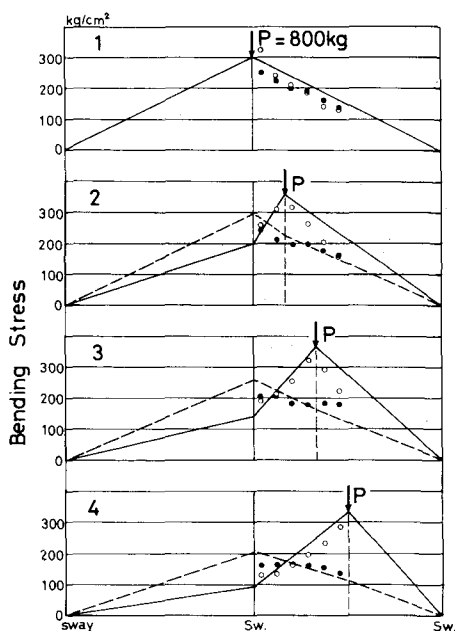


Fig. 6 Stress Distribution under Eccentric Load (Box Girder with 3 Sway Members).

示した。どの二次応力の大きさは中間対傾構間隔の大きい場合には箱ケタに対して以前から問題にされていたいわゆる曲げ振り応力よりも遙かに大きくなるものである。(図-4～図-6)

上路プレートガーダーの場合にも、実験結果は理論と良い一致を示し、載荷側主ケタの曲げ応力は慣用計算結果よりはるかに小さくなる。そればかりか、中間対傾構が全く無い場合には上記の理論計算が慣用計算とほぼ一致するにもかかわらず、実験結果のみが、あたかも中間対傾構のある場合と同様の応力分布を示した。(図-12)

これはこの理論ではゆがみに対する抵抗は中間対傾構のみが受け持つと仮定したのに対し、実際は板の曲げ剛性がゆがみに対する抵抗要素として働くことに原因があるものと考えられる。

下横構のない場合の応力は、実験結果も中間対傾構の配置とはまったく関係がなく、従来の慣用設計計算によって十分正しい値の得られることが確かめ

られた。(図-13)

一般に換り荷重による曲げ応力の最大値は中間対傾構数の多いほど小さくなる傾向を持ち、その影響はその枚数の少ないときほど大きい。しかし実験した模形について言えば、中間対傾構枚数が2枚以上になるとその影響はきわめて小さくなる。(図-14)

十分な数の中間対傾構がある場合、上路プレートガーダーの換れ(偏心荷重)にともなう曲げ応力の増分は、慣用設計計算による結果の20~30%である。中間対傾構枚数が同じ箱ケタと上路プレートガーダーを比較した場合、同様な偏心荷重に対して上路プレートガーダーの方が大きな曲げ応力の増加を示すが、これは上下横構のセン断抵抗断面積がきわめて小さいためであって、いわゆる曲げ換り応力が大きいことによるものと考えられる。

4 結 論

上記の検討の結果得られた結論は次のように

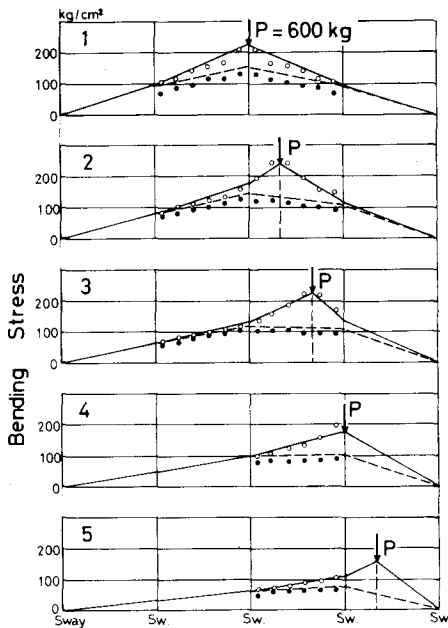


Fig. 9 Stress Distribution under Eccentric Load
(Deck Pl. G. with 5 Sway Members).

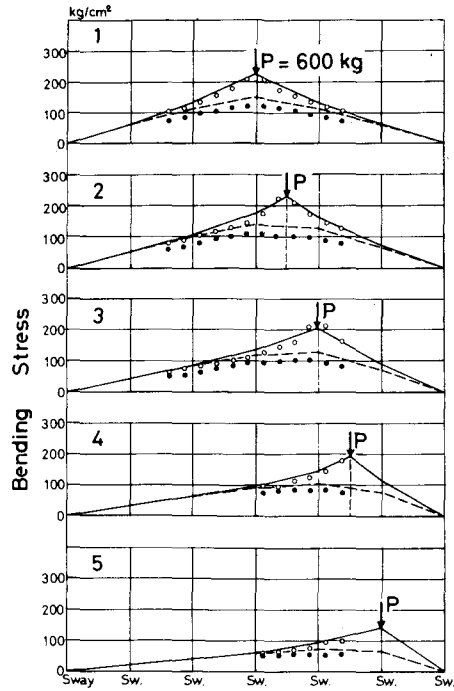


Fig. 8 Stress Distribution under Eccentric Load
(Deck Pl. G. with 7 Sway Members).

言うことができます。

イ) 箱ケタと上路プレートガーダーは、ねじり荷重に対してまったく同様の考え方と計算方法によってその応力状態を求めることができる。この両者の間の根本的な相異は、上下横構がカバープレートにくらべてセン断剛性に乏しいことにある。

ロ) 箱ケタであっても、中間対傾構と載荷点が一致しないときは、いわゆる曲げ換り応力のほかに、むしろそれより大きな断面のゆがみによる曲げ応力が生じる。

ハ) トラス形に部材を組んで作られる通常の中間対傾構の剛性は、十分剛なものとして取り扱って良い。

ニ) 上下に横構を完備した上路プレートガーダーの一方の主ケタのみに集中荷重を加えた場合に生ずるねじりによる曲げ応力成分は、慣用計算による値の20~40%であって、中間対傾構が3枚以上あれば30%以下である。

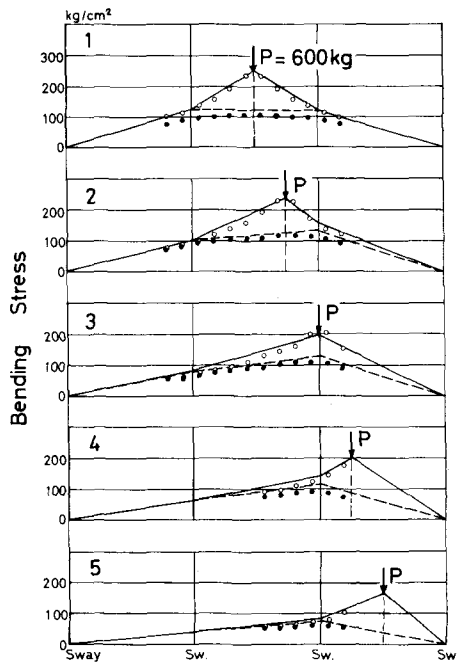


Fig. 10 Stress Distribution under Eccentric Load
(Deck P.I.G. with 4 Sway Members).

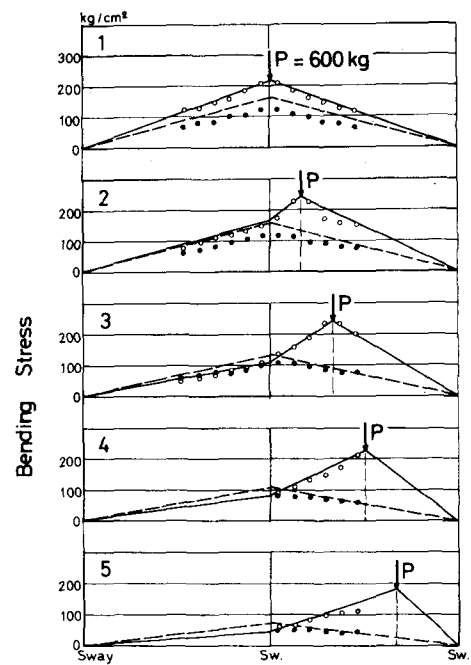


Fig. 11 Stress Distribution under Eccentric Load
(Deck P.I.G. with 3 Sway Members).

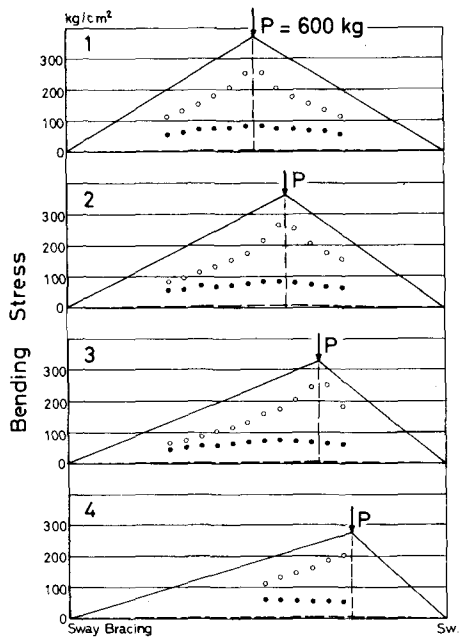


Fig. 12 Stress Distribution under Eccentric Load
(Deck P.I.G. without Intermediate Sway Bracing).

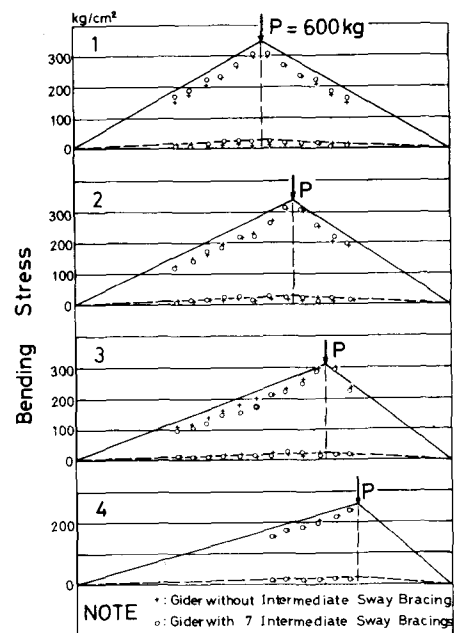


Fig. 13 Stress Distribution under Eccentric Load
(Deck P.I.G. without Lower Lateral Bracing).

ホ) 実際の構造では中間対傾構の無い部分でも断面はそのゆがみに抵抗する多少の剛性を持っており、中間対傾構間隔がとくに長い場合には無視できなくなる。

ヘ) 下横構を持たない上路プレートガーダーの中間対傾構は、偏心荷重による曲げ応力の分布に対してほとんど影響をあたえない。

5 あとがき

ここに報告した理論の組み立てにあたっては、かなり大きな省略と仮定を行なっているが、部分平板に対する考え方は必ずしも十分薄い

薄板とみなしたことにはならないかも知れない。その意味では純粋に薄板構造として取り扱ったものとは言い難いが、これは実際の鉄道橋に用いられる鋼板の厚さが果して薄板として扱って良いほど十分に薄いと言えるかどうかについて多少疑問の余地があること、およびしばしば用いられる水平補剛材や縦リブの影響を考慮に入れる時に理論解析の方法を変えないで良いために部分平板にハリとしての性格を残したまま扱った。なお中間対傾構が等間隔に配置されている場合に対しては上記の計算をやや簡略化し、よい精度で解の得られる式を得たが、ここでは省略する。

この研究は東海道新幹線の建設当初、この結果を設計に利用する目的をもって行なったものであって、研究の実施に当っては当時の国鉄構造物設計事務所長友永博士、田島技師（現次長，工博）、白鳥技師に多くの御援助をいただいたものである。

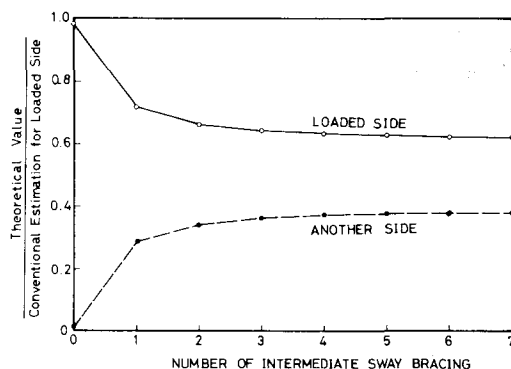


Fig. 14 Relation Between Maximum Bending Stress and Number of Intermediate Sway Bracing.