

大スパン吊り屋根構造の設計上の諸問題

坪井善勝*
川口衛**

1 まえがき

前報⁽¹⁾では、国立屋内総合競技場の構造設計について、その概畧を述べたが、ここでは設計上の2,3の具体的な問題について報告する。

前報でも述べたように、この施設は15,000人を収容する水泳用の主体育館と、4,000人を容れるバスケット競技用の付属体育館とからなり、両者ともSuspension構造である。本報では主体育館について述べる。

主体育館の構造の主要部寸法は、メインスパン126m、サイドスパン44m、横方向最大スパン120m、メインケーブルの中央サグは9.65mである。

2 吊り屋根曲面の形状の問題

構造的な合理性が造形上の主要なテーマとなるような建築の設計に際しては、構造家の協力は建築家のもっている造形上のイメージが力学上果して適正な意味をもつものかどうかを検討することからはじめられねばならない。特に本構造のような大スパンの屋根においては、屋根面の形状の検討が構造計画上の重要な部分を占めている。

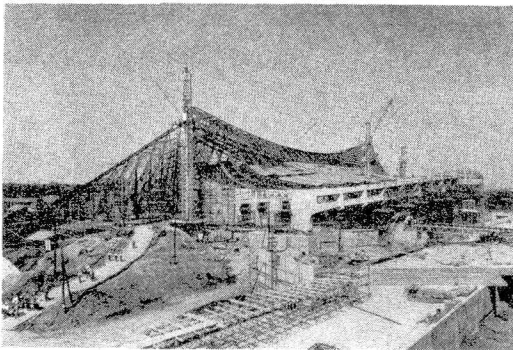


図-1 工事中の建物

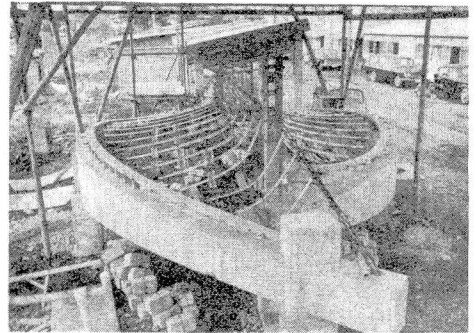


図-2 $1/30$ 実験模型

吊り屋根構造は、ケーブルによるネットワークで構成するのが、本来最も自然なやり方である。本構造は、吊り橋に類似の構造系を形成する2本のメインケーブルと、スタンド後部の境界との間に屋根面を

* 東京大学生産技術研究所

** 法政大学工学部

かけているのであるが、この屋根面もケーブルのみで構成し、風、雪などによる変動荷重に対しては別に鉄骨のストリッパを配置して過大な変形を押さえようというのが著者らの当初の方針であった。一方、ケーブルのネットワークで構成される曲面の形態には、かなり力学上の制約があり、自由度は比較的少ない。⁽²⁾そこで、まずケーブルのみによる屋根面の模型(1/30)について、力学的な実験を行う一方(実験内容については前報参照)、写真測量によってケーブル面として可能な曲面の測定を行い、造形上要求される曲面との比較を行った。両者の比較を図-3に示す。

ケーブルワークによる曲面は、押さえケーブルの緊張の加減によってまだ多少の調整は可能であるが、図-3における比較は、もはやその程度の調整ではおよばない差異のあることを示している。

曲面を造形上最も望ましい形に保つためには、何等かの別の拘束が必要である。この拘束の役割は、材に曲げ剛性を与えることによって果させることが可能である。問題は、このような事が suspension 構造としての有利性を失わない範囲で行うことができるかどうかである。

具体的な応力については次項で述べるが、曲面を設計位置に保つために必要な断面は、鉄骨の I 断

面を用いた場合、ほとんどの部分についてせいが500~700mm、最大1,000mm(フランジ22×190mm, SS41材, 部分的にカバープレート使用)であることがわかった。

この場合の材せいとスパンの比は1/100~1/200であり、suspension 構造としての合理性は十分に保たれている(ちなみに、鶏卵の殻厚と長径の比が畧1/100である)。以上のような検討を経て、本構造の屋根面には吊り鉄骨が使用されることになった。

3 応力解析

吊り材方向に曲げ剛性を有する吊り屋根における力の釣合は、屋根面を連続体と見なして次のように表わすことができる(図-4参照)。

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + p_x = 0 \quad (1)$$

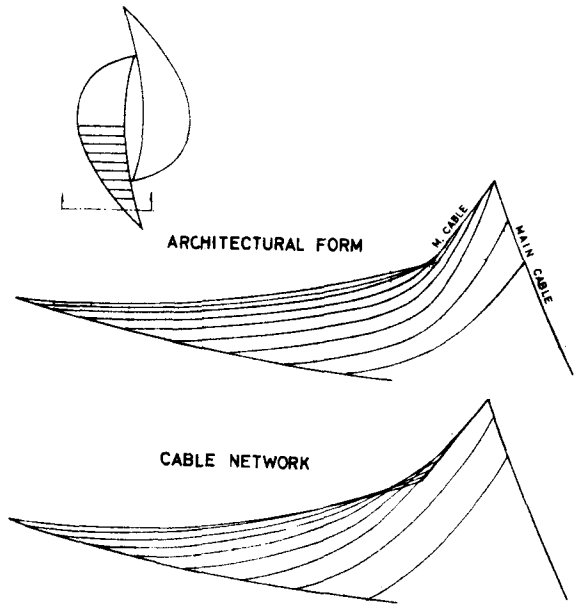


図-3

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} + P_y = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} - H_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - H_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + P_y \frac{\partial z}{\partial y} + P_z = 0 \quad (3)$$

ただし、 H_x, H_y は単位水平巾あたりの材の張力の水平成分、 M は同じく曲げモーメント、 P_x, P_y, P_z は単位水平面あたりの荷重である。

(3)式は、 M をたわみ w で表わせば、曲面が偏平な場合には、

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (EI \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) - H_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - H_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + P_y \frac{\partial z}{\partial y} + P_z = 0 \quad (4)$$

となり、更に $P_x = 0, P_y = 0$ であれば、(1), (2), (4)式は

$$H_x = H_x(y) \quad (5)$$

$$H_y = H_y(x) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (EI \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) - H_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - H_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + P_z = 0 \quad (7)$$

となる。ここに EI は、やはり単位水平巾あたりの吊り材の曲げ剛性である。

次に変位とひずみとの間の関係は、たとえば y 方向については、図-5において

$$\epsilon_s = \left(\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \cos^2 \theta \quad (8)$$

曲面が偏平であれば、 $\cos^2 \theta \approx 1$ より

$$\epsilon_s = \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (9)$$

軸方向ののびが無視できる場合には、偏平でなくても

$$\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

がなりたつ。 x 方向についても同様の関係がある。

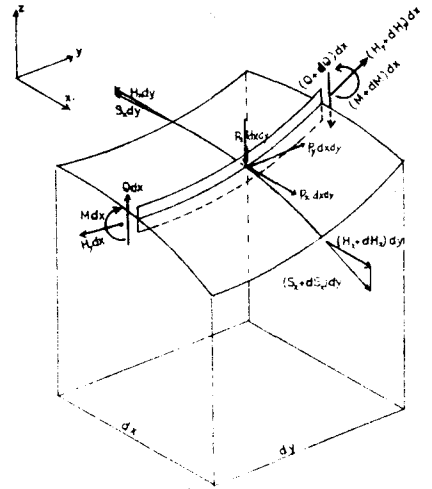


図-4

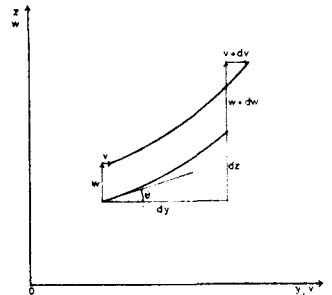


図-5

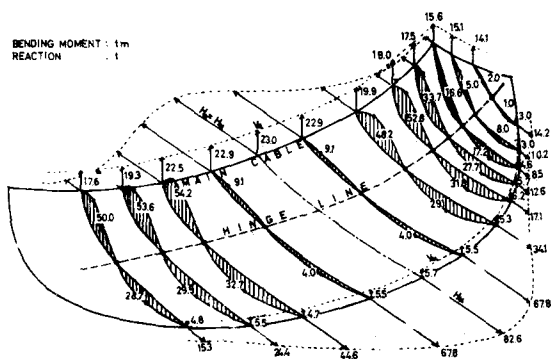
本例についての、自重に対する解析の結果を図-6に示す。

この図から明らかなように、吊り鉄骨に生じる曲げモーメントはメインケーブル寄りに上側凸の大きなものが生じ、これが長さの途中で符号を変えてスタンド寄りに下側凸の曲げモーメントを生じているが、反曲点を結ぶ線は屋根面上で連続したなめらかな曲線になっている。

吊り鉄骨は両端でヒンジになっているが、更に上記の反曲点にもヒンジを設けてある。これは、構造を静定化す

ることによって、メインケーブルの比較的大きな変形に対しても吊り鉄骨内の応力を明確に保持することの他に、施工中の「とどき」の問題を考慮してのことである。

次に吊り鉄骨からの反力の分布は、水平反力については中央部分で著しく増大する分布が見られるが、鉛直反力はほぼ均等に分布しているのが特徴で、このためメインケーブルの直立投象はほとんど厳密に放物線で近似させることができた。



H.V. & M. of HANGING GIRDERS

図 - 6

4 風力分布

風力の静的分布の傾向については前報で述べたので、ここでは風圧係数の分布図を掲げるにとどめる(図-7)。

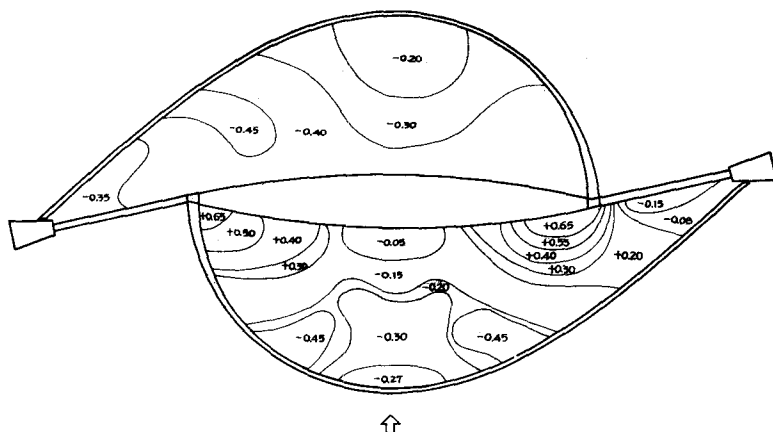


図 - 7

5 減衰系の設計

前報でも述べたように、風に対する本構造の動的挙動については、設計に先立って種々の検討を行い、風による不安定現象は考えられないと云う結論に達したが、不測の暴風による屋根の共振に対して更に万全を期するために、はじめての試みとして建物の中央構造にオイルダンパーによる減衰系を設けた（図-8および図-12参照）。以下この減衰系の設計について、その概要を述べる。

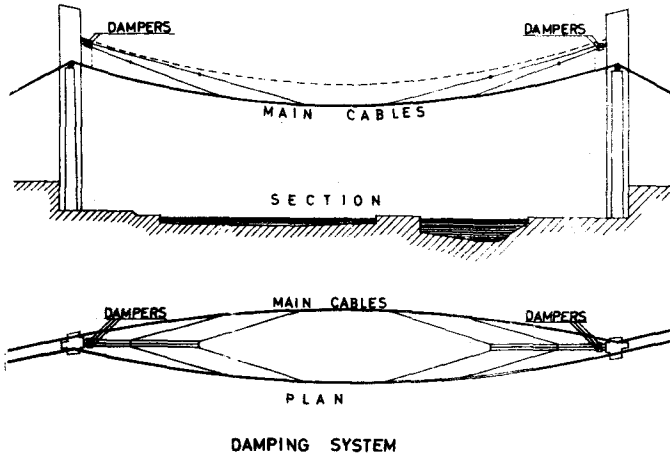


図-8

本構造の中央構造は、これを1質点の振動系に置き換えれば、図-9の如きものと考えることができる。

この場合の振動の方程式は、次のようになる。

$$m\ddot{x}_1 + 2R_1^1(x_1 - x_2^1 \tan \varphi) \cos^2 \varphi + 2Ca'(\dot{x}_1 - \dot{x}_2^1 \tan \varphi) \cos^2 \theta = Pe^{i\omega t} \quad (11)$$

$$k_1^1(x_1 - x_2^1 \tan \varphi) \sin \varphi + Ca'(\dot{x}_1 - \dot{x}_2^1 \tan \varphi) \sin \theta \cos \theta = K_2^1 X_2 \sin^2 \beta \quad (12)$$

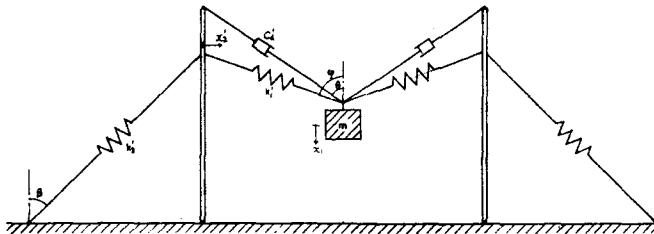


図-9

すなわち

$$k_1 = 2k_1^1 \cos \varphi$$

$$Cd = 2Ca^1 \cos \theta$$

$$k_2 \tan \varphi = 2k_2^1 \sin^2 \beta$$

$$x_2 = x_2^1 \tan \varphi$$

とおくと、上の2式は、

$$mx_1 + k_1(x_1 - x_2) \cos \varphi + Ca(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \cos \theta = P e^{i\omega t} \quad (13)$$

$$k_1(x_1 - x_2) \sin \varphi + Ca(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \sin \theta = k_2 x_2 \quad (14)$$

となる。

$$\text{更に, } p_1^2 = \frac{k_1}{m}$$

$$p_2^2 = \frac{k_2}{m}$$

$$2\alpha = \frac{Ca}{m}$$

とおくと、

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_1 + p_1^2(x_1 - x_2) \cos \varphi + 2\alpha(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \cos \theta = \frac{P}{m} e^{i\omega t} \end{array} \right. \quad (15)$$

$$p_1^2(x_1 - x_2) \sin \varphi + 2\alpha(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \sin \theta = p_2^2 x_2 \quad (16)$$

を得る。

(15), (16)式の解のうち、強制振動の項は、

$$x_1 = a_1 e^{i(\omega t + \varepsilon_1)} \quad (17)$$

$$x_2 = a_2 e^{i(\omega t + \varepsilon_2)} \quad (18)$$

で表わされる。

ここに、

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1^2 = \frac{(\sin \varphi + \delta^2)^2 + 4\mu^2 \gamma^2 \sin^2 \theta}{(\delta^2 \cos \varphi - \gamma^2 \sin \varphi - \gamma^2 \delta^2)^2 + 4\mu^2 \gamma^2 (\delta^2 \cos \theta - \gamma^2 \sin \theta)^2} \frac{P^2}{p_1^4 m^2} \\ a_2^2 = \frac{4\mu^2 \gamma^2 \sin^2 \theta}{(\delta^2 \cos \varphi - \gamma^2 \sin \varphi - \gamma^2 \delta^2)^2 + 4\mu^2 \gamma^2 (\delta^2 \cos \theta - \gamma^2 \sin \theta)^2} \frac{P^2}{p_1^4 m^2} \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tan \varepsilon_1 &= \frac{2 \mu \gamma \delta^2 \{ \sin(\theta - \varphi) - \delta^2 \cos \theta \}}{(\delta^2 \cos \varphi - \gamma^2 \sin \varphi - \gamma^2 \delta^2)(\sin \varphi + \delta^2) + 4 \mu^2 \gamma^2 (\delta^2 \cos \theta - \gamma^2 \sin \theta) \sin \theta} \\ \tan \varepsilon_1 &= \frac{2 \mu \gamma \delta^2 \{ \sin(\theta - \varphi) - \gamma^2 \sin \theta \}}{(\delta^2 \cos \varphi - \gamma^2 \sin \varphi - \gamma^2 \delta^2) \sin \varphi + 4 \mu^2 \gamma^2 (\delta^2 \cos \theta - \gamma^2 \sin \theta) \sin \theta} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

ただし,

$$\gamma = \omega / p_1$$

$$\delta = p_2 / p_1$$

$$\mu = \alpha p_1$$

である。

ここで、質点位置での振巾 a_1 に着目して、ダンパーによる減衰が零の場合および無限大の場合の振巾を求めてみると、次のようになる。

減衰零 ($\mu = 0$) の場合,

$$\frac{a_1}{P / p_1^2 m} = \left| \frac{\sin \varphi + \delta^2}{\delta^2 \cos \varphi - \gamma^2 \sin \varphi - \gamma^2 \delta^2} \right| \quad (21)$$

減衰無限大 ($\mu = \infty$) の場合,

$$\frac{a_1}{P / p_1^2 m} = \left| \frac{\sin \theta}{\delta^2 \cos \theta - \gamma^2 \sin \theta} \right| \quad (22)$$

(21), (22)式による共振曲線の交点 R は、振動数比 γ が

$$\gamma_0 = \sqrt{\frac{\delta^2 \{ \sin(\theta + \varphi) + \delta^2 \cos \theta \}}{2 \sin \theta (\sin \varphi + \delta^2)}} \quad (23)$$

の位置にできる。

このような場合、減衰の如何にかかわらずすべての共振曲線はこの点 R を通ることが知られている。したがって、最も効果的な減衰を求めるには、 R で振巾が最大になるような共振曲線を求めればよい。すなわち、

$$\left. \frac{\partial a_1}{\partial \gamma} \right|_{\gamma = \gamma} = 0, \quad i, e, \quad \left. \frac{\partial (a_1^2)}{\partial (\gamma^2)} \right|_{\gamma = \gamma_0} = 0 \quad \text{より}$$

$$\mu_{opt}^2 = \frac{(\sin \varphi + \delta^2)^3}{2 \delta^2 \sin \theta \{ \delta^2 \cos \theta + \sin(\theta + \varphi) \}} \quad (24)$$

が得られる。

本例について、

$$\varphi = 81^\circ 30', \quad \theta = 76^\circ 40', \quad \delta^2 = \frac{k_2^1 \sin^2 \beta}{k_1^1 \sin \varphi} = 0.6884$$

を与えて $\mu = 0$, $\mu = \infty$ および μ_{opt} の場合の共振曲線を描くと、図-10の如くなる。

次に最適減衰の場合の減衰係数を求めてみると、

$$C'_a = \sqrt{2 m k'_1 \cos \varphi} \cdot \frac{\mu}{\cos \theta} = 200 \text{ t/cm/sec}$$

となる。

しかし、このままでは著しく大きなダンパーが必要になるので、実際には共振倍率で5程度の所を狙った。これから、 $\mu^2 = 0.1900$ 、 $C'_a = 33.8 \text{ t/cm/sec}$ が得られる。

この場合の共振曲線は、図示の如くである。

ダンパーは、片側6個ずつ、計12個つけることとし、したがって1個あたりの減衰係数は 2.81 t/cm/sec で設計してある。

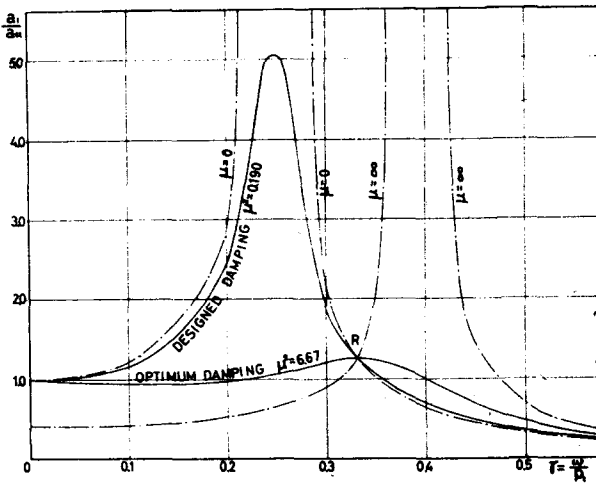


図 - 10

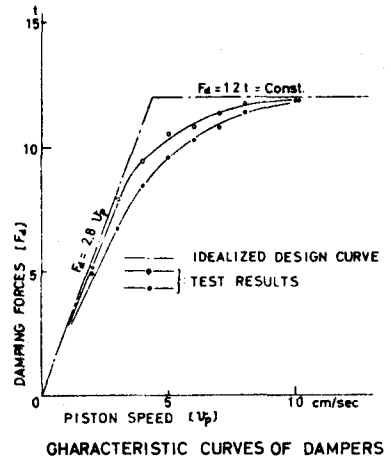


図 - 11

なお、減衰力は結局2本の柱の曲げでとることになるので最大減衰力は柱の曲げ耐力以下に押さえる必要がある。

このことから、ダンパー1個あたりの最大減衰力を 12 t に決定した。

各ダンパーの特性は、前記の減衰係数 2.81 t/cm/sec と、上記の最大減衰力 12 t から定められる。

ダンパーの設計特性と、抜取り試験の結果を図-12に示す。試験結果は、大畧設計意図を満足するものと見てよいであろう。

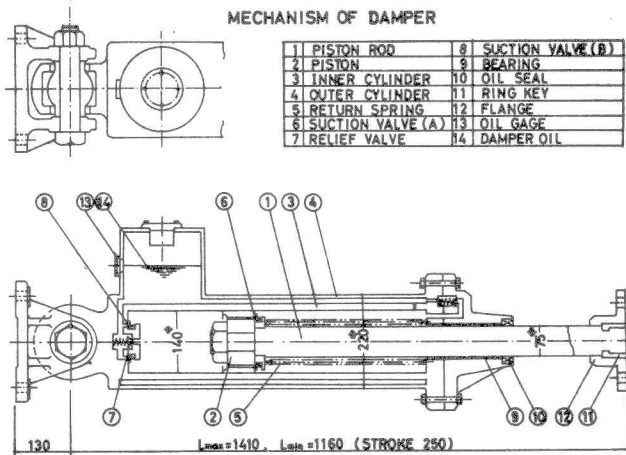


図 12

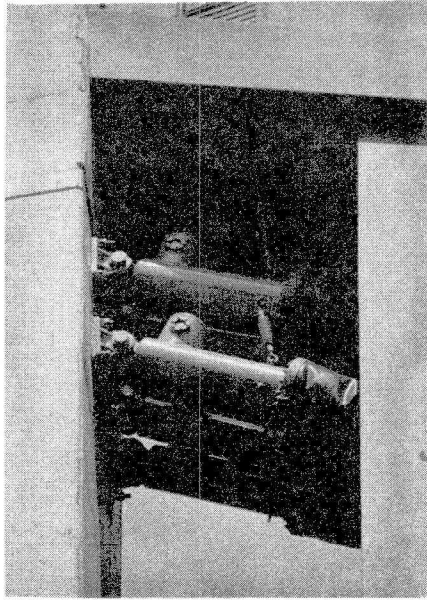


図 13

用文献

第10回橋梁・構造工学研究発表会 昭和38年10月
 建築文化 No.200