

# 高層架構の最終関節点設計へのアプローチ

棚 橋 諒\*

中 村 恒 善\*\*

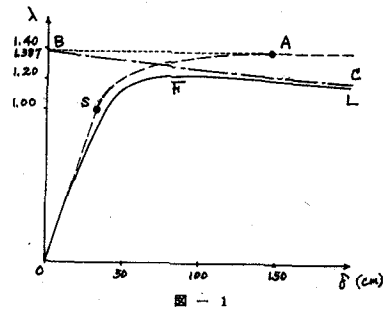
## 1. 序 論

水平力をうける高層架構の終局状態に関しては、Merchant(1)、Wood (2)、Horne(3) などのかなり詳しい研究があり、終局状態近傍での架構の弾塑性安定性状を考慮した終局強度の近似評価方法も提唱されている。しかしながら、これらの解析的研究の成果は未だ直接設計方法に結びつけられていないのが現状のようである（極限解析に対して最小重量設計を極限設計とよぶ時(4)、後者は一つの直接設計法である）。Rankine 式といえども、架構を設計した後その剛塑性崩壊荷重と弾性座屈荷重の両者を解析によって評価してから破壊荷重係数の近似評価に利用できるのである。

他方、高層架構の直接設計方法としては所謂線型最小重量設計の一般解が筆者らによって求められ、その特性が相当明らかにされてきたが(5)(6)、未だ曲げモーメントのみを単純理論の段階で考慮しているのみである。Heyman のアプローチも一つの特殊なクラスの高層架構にのみ適用できる特別な型の単純塑性設計法の提案と思われる(7)。

本論は二次理論における直接設計方法を確立するための一つのアプローチを提示するものである。本論では軸方向力や二次量の効果を考慮に入れた上での最小限必要な断面からなる規準設計を建設する方法を述べ、これを比較規準として、規準設計の破壊荷重係数以上の $\lambda_F$ を持つ事が保障されるように実際の設計をその他の諸条件を満足しつつ作成すると云うアイデアを提唱するものである。

軸方向力の具体的な値は勿論よく理解されているが、終局状態近傍での二次量の効果についてはあまり具体的評価が見当らないようである。図-1は筆者らが10層鉄骨ラーメンについて行った極限解析(8)の結果からその弾塑性性状を推定したものである。単純塑性理論での終局荷重係数1387、その崩壊機構の剛塑性的鈎合可能荷重係数の変化が鎖線BCのように得られる。標準荷重時変位(S)と単純終局荷重時変位(A)より単純弾塑性変形曲線O



SAの大畧が描ける。これら二曲線に照して二次理論に基く真の弾塑性変形曲線はOFLと推定される。

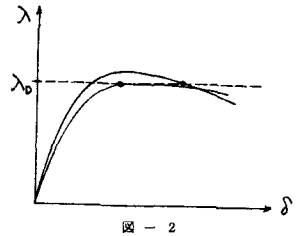
文献(8)にも述べたように、真の破壊荷重係数 $\lambda_F$ はおそらく1.20前後と推定され、これだけの荷重係数の低下が二次量の効果を表わしていると見られ、無視すべからざる量と思われる。したがって単純塑性設計はこれら二次量の効果に対して十分安全なように修正されねばならない。

\* 京都大学工学部

\*\* 同上

## 2. 最終関節点の設計上の意義

終局強度設計は、上述の如き二次量の影響を考慮した上で架構の真の終局強度を基準とする直接設計方法でなければならないが、二次理論における最終関節点はこの意味から、終局強度の一つの実用的且安全側の Criterion たり得ると思われる。今設計用荷重係数  $\lambda_D$  が与えられて一つの架構を設計するに際して、この  $\lambda_D$  で丁度最終関節点に達するように設計された架構の弾塑性変形曲線は概略図-2の如き可能性があろうが、最終関節点はその曲線上にある以上は明らかに、最終関節点荷重係数は常に破壊荷重係数(最大支持荷重係数)に等しいかまたはそれより小である。即ち最終関節点状態は、それが容易に見出されまたは建設できるならば、確かに実用上有力でかつ安全側の Criterion である。そしてその最終関節点状態を実現する設計は一つの安全側の設計を与えている事になる。



本論ではこの二次理論での最終関節点の状態の中で、最小重量設計の高度に過完全な崩壊機構に基づくものを建設する方法へのアプローチを論ずるものであってこれによって二次理論で最小限度ぎりぎり必要な断面を決定する。しかる時は、架構の各部材断面がこの必要最小限の断面より常に大きな塑性モーメントを有するように、限られた種類の実用断面の中から選定してやる事によって、実際の設計の架構の  $\lambda_F$  が常に  $\lambda_D$  より大である事が保証され得る。なんとすればこの場合、実施設計の剛塑性崩壊荷重係数  $\lambda_P$  は極限解析の定理から、断面増強のために最終関節点規準設計の架構の  $\lambda_P$  より小さくはあり得ず、また前者の弾性座屈荷重も剛性の増強により後者のそれより小さくはあり得ないから、対応する  $\lambda_F$  の Rankine 式による評価もより小さくはあり得ないからである。この観点からは、仕上材や床による層変位拘束がまた  $\lambda_F$  を上昇させる方向に作用する事も期待できよう。

このように先ず比較規準となる規準設計を建設できれば、その最終関節点荷重係数よりも大きなまたはそれに等しい最終関節点荷重係数を有する実施設計が容易に行えたとともに、その際なお多くの条件を満足させ得る自由度が確保できる。またこの規準設計は材量消費量の観点から実施設計の経済性を批判するための比較規準としても使用され得る。

## 3. 最終関節点設計へのアプローチ

次の三段階によって最終関節点設計へのアプローチを具体化し得る。

### 3.1 剛塑性M設計: D (M)

まず曲げモーメントのみを降伏条件で考慮して最小重量設計(またはその他の最適条件を満足する単純塑性設計を基にしてもよい)によってすべての柱、梁に第1次の塑性モーメントの割当を行う。最小重量設計の具体的方法についてはすでに筆者らが提唱したところであって、筆者らは高層架構に対する簡潔且 *explicit* な解を見出し、その特徴を明らかにした(5)(6)。注目すべきは、終局状態においてほとんどすべての材端に塑性ヒンジが形成されているような高度の過完全崩壊機構が線型最小重量を与える点である。ただ、しかし上層部分で鉛直荷重が水平力より比較的大なる時には上記一般解を塑性モーメント分配法で修正せねばならない。このような曲げモーメントのみを考慮した最小重量設計を D (M) で表わす。

階層番号 j (x2m)	DM		DM方向		D(M,N)		D(M,N)単純級面変形性係数		D(x,y)									
	Bj (mm)	Gj (mm)	傾斜 Tj (°)	方位 αj (°)	Hj (mm)	Gj (mm)	傾斜 Tj (°)	方位 αj (°)	Bj (mm)	Gj (mm)								
30	0.40	14.4	28.8	14.4	-30	-14.0	-16.0	30	8.02	4.97	2.52	7.10	23.41	7.50	4.5	14.9	35.8	18.1
29	0.76	32.6	36.5	18.2	-60	-24.0	-37.8	29	48.4	25.8	2.9	30	6.88	6.22	2.60	16.03	6.06	7.3
28	1.08	44.2	51.8	23.4	-90	-30.8	-42.0	22	71.7	39.6	2.4	30	10.18	6.91	2.82	12.84	5.18	10.7
27	1.36	58.6	65.3	32.6	-120	-38.8	-49.8	22	41.7	37.0	2.3	30	14.24	8.13	2.45	12.30	5.90	14.2
26	1.60	71.0	78.8	38.4	-150	-31.0	-114.0	24	124.7	47.4	2.5	32	15.92	20.3	1.84	10.77	7.25	18.04
25	1.80	81.6	86.4	43.2	-180	-28.0	-151.0	24	124.6	79.4	2.5	32	18.28	21.3	1.31	10.30	7.25	18.04
24	2.08	96.3	94.8	47.0	-210	-25.2	-184.8	26	148.7	85.2	2.4	32	20.20	27.2	1.32	10.00	7.16	14.5
23	2.16	101.8	103.7	51.8	-270	-19.8	-256.2	28	174.2	123.5	2.2	34	24.2	35.2	1.10	9.57	7.13	17.44
22	2.24	109.9	105.6	52.8	-300	-7.0	-329.0	28	213.3	159.9	2.0	34	26.3	37.2	0.83	9.03	7.13	17.44
21	2.24	109.9	105.6	52.8	-330	+6.9	-320.9	30	244.4	185.4	2.0	34	24.1	44.6	0.93	8.93	7.16	17.24
20	2.28	115.3	116.3	58.1	-360	+9.9	-344.4	30	224.4	188.5	1.9	34	27.4	47.3	0.93	8.93	7.16	17.24
19	2.32	117.3	118.3	59.2	-340	+14.3	-404.3	32	243.2	194.4	1.8	36	27.5	54.6	1.23	0.74	17.10	5.81
18	2.36	116.3	124.4	60.2	-420	+24.2	-444.2	32	270.6	204.2	1.7	36	30.1	57.2	1.04	0.75	17.04	5.80
17	2.40	121.4	124.4	61.2	-450	+34.5	-484.5	34	273.4	227.8	1.6	36	30.6	65.5	1.06	0.66	16.45	5.76
16	2.44	123.4	134.4	62.2	-480	+50.2	-530.2	34	276.6	242.8	1.5	36	31.1	68.5	0.93	0.61	14.92	5.75
15	2.48	125.5	145.5	63.2	-570	+61.3	-571.3	36	310.0	268.3	1.4	38	33.4	80.3	1.03	0.89	16.84	5.73
14	2.52	127.5	156.5	64.3	-540	+72.1	-612.4	36	323.9	284.8	1.3	38	33.4	81.7	0.89	0.84	16.75	5.70
13	2.56	128.5	166.5	65.3	-570	+84.7	-654.7	38	347.3	314.3	1.2	38	34.5	92.2	0.80	0.44	16.41	5.61
12	2.60	131.6	176.6	66.3	-600	+97.3	-697.3	38	340.6	330.0	1.1	38	35.0	95.8	0.78	0.43	16.74	5.70
11	2.64	137.6	182.6	71.3	-630	+111.0	-741.0	40	348.4	348.0	1.0	40	38.5	110.2	0.88	0.42	16.73	6.03
10	2.68	143.6	188.6	72.4	-660	+125.7	-785.7	40	408.8	372.2	0.9	40	44.2	114.2	0.82	0.40	16.71	6.02
9	2.72	145.8	184.6	73.4	-690	+141.3	-831.3	42	430.8	432.2	0.8	40	40.8	124.2	0.85	0.35	16.66	6.00
8	2.76	148.0	190.0	74.5	-720	+157.1	-877.1	42	456.5	443.5	0.7	40	41.4	130.4	0.71	0.67	16.45	6.00
7	2.80	150.2	151.2	75.6	-750	+173.4	-923.4	44	444.4	492.2	0.6	42	44.2	148.0	0.61	0.31	16.42	5.99
6	2.84	152.3	153.4	76.7	-780	+190.1	-970.1	44	481.8	504.2	0.5	42	44.8	152.9	0.55	0.20	16.61	5.99
5	2.88	154.4	155.5	77.8	-810	+207.3	-1017.3	46	528.1	546.0	0.4	42	45.4	169.7	0.55	0.30	16.58	5.97
4	2.92	156.6	157.7	78.8	-840	+224.9	-1064.9	46	544.2	568.3	0.3	42	44.0	175.1	0.51	0.26	16.57	5.96
3	2.96	158.8	159.8	79.9	-870	+243.0	-1113.0	48	577.8	614.0	0.2	43	47.8	194.2	0.44	0.23	16.54	5.95
2	3.00	160.9	162.0	81.0	-900	+261.5	-1161.5	48	592.0	638.5	0.1	43	48.4	193.5	0.44	0.23	16.54	5.95
1	3.00	160.9	162.0	81.0	-900	+261.5	-1161.5	48	592.0	638.5	0.1	43	48.4	193.5	0.44	0.23	16.54	5.95

単位: mm

81.0

7.17

### 3.2 剛塑性MN設計: $D(M, N)$ , $D(M, N)$

一つの架構設計の問題で $D(M)$ が一度作成されるとその単純終局状態における $M$ -分布に対応する $N$ -分布は直ちに求められる。各部材について作用モーメントと軸方向力が知れば、その両者の作用の下において $(M, N)$ -降伏条件が満足されているように、第二次の塑性モーメントの割当を行う事ができる。この設計はしたがって $(M, N)$ -降伏条件に基づく一つの崩壊荷重設計であってこれを $D(M, N)$ で表わす。

$D(M, N)$ を作成する具体的方法をH型鋼のサンドウィッチ理想化した場合について述べる。 $D(M)$ の柱塑性モーメントと軸方向力をそれぞれ $C_j$  および $T_j$  で表わす。また $D(M, N)$ での修正断面の軸方向力が作用しない場合の塑性モーメントを $C_j^*$  で表わし、その軸方向力のみ作用するときの降伏軸方向力を $T_j^*$  で表わせば、そのような柱をサンドウィッチ断面の降伏条件から次式が満足されねばならない。

$$C_j \pm T_j \cdot \frac{C_j^*}{T_j^*} = \pm C_j^*$$

ただし符号は左辺の絶対値の和が $C_j^*$  として得られるように選ぶ。この場合の降伏曲線は、図-3のように4角形で表わされるが、図-3より明らかな如く、 $D(M)$ で定められる点 $(T_j, C_j)$ が丁度その上にあるような降伏曲線の軸方向力が零である時の塑性モーメント $C_j^*$  が $D(M, N)$ における塑性モーメントの修正割当である。

このような直線の勾配は $C_j^*/T_j^* = H$  (断面の高さの $\frac{1}{2}$ )によって異なり、一意でなく自由度が得られる。即ち同一塑性モーメントに対して異なる剛性を組合せる自由度がある。一般の理想化しないH型鋼や組立断面の場合は直線に代って複雑な式で表わされる曲線になるが、 $C_j^*$  決定の原理的な事はかわりはない。

さてこのように $D(M, N)$ を作成して最小所要断面を決定する際に注意すべきは、置換静的水平力の作用方向が異なれば $D(M)$ の終局時柱軸方向力が異なる点である。したがって一方向の水平力に対して $D(M, N)$ を忠実に遂行すれば、風上側(水平力の来る側)外柱と風下側外柱の塑性モーメントの所要量が極端に異なるべきであると云う結果が得られる事になる。

風下側外柱に大きな軸方向力が作用するのに対し、風上側外柱には小さな圧縮力が引張力が作用する事になるからである。内柱でも等スパンでなければ、そして構モーメント<sup>(6)</sup>がひとしく選定されなければ、異なる所要塑性モーメントが結果的に得られる。しかし実際の設計として自然なのは水平力がどちらか作用してもほぼ同様の終局状態になり、両外柱断面が極端に異なるような設計である。

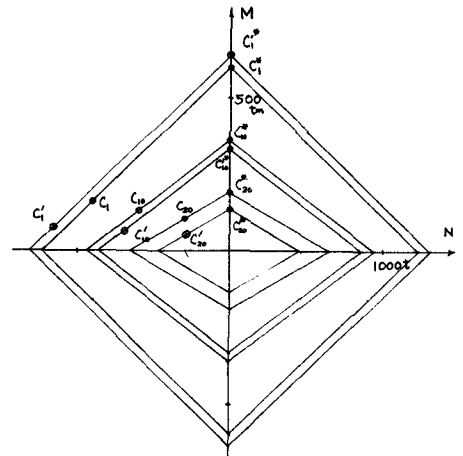


図-3  $(M, N)$ -降伏条件(サンドウィッチ断面)

そこで  $D(M, N)$  用の軸方向力としては、両方向から水平力が作用した時の  $D(M)$  の二通りの終局状態について各種軸方向力を算出し、両者の中絶対値の大なる方を採用する事とする。この場合にはスパンであれば両外柱断面がひとしい塑性モーメントを必要とする結果が得られてより合理的である。

このように  $D(M, N)$  を修正するともはやその修正設計は必ずしも崩壊荷重設計ではない。これを  $\bar{D}(M, N)$  で表わす。

(C) 最終関節点設計えのアプローチ： $D(\lambda_F)$

次の問題は上に得た  $D(M, N)$  について、最終関節点状態における付加モーメントの効果に対する修正を考慮する事である。このように修正された設計を  $D(\lambda_F)$  で表わす。この修正の段階で少なくとも次の二つの場合が考えられる。一つは  $\bar{D}(M, N)$  がやはり崩壊荷重設計である場合で、地中梁の降伏を含む崩壊機構が対応する (図-4)。この場合は後述の如く比較的最終関節点状態を建設し易いと思われる。他は強剛な地中梁の存在によって  $\bar{D}(M, N)$  が崩壊機構に対応しない場合である。 $\bar{D}(M, N)$  では、M図より明らかな如く、風上側外柱は風下側になった時の軸方向力に対して設計されているにもかかわらず、風上側になっている時には小さな軸方向力しか作用していないのでどの断面も降伏してなくてよい結果になっている。また非等スパンその他一般の場合には内柱の中にも降伏してなくてよいものがある。これらは地中梁との接続点でも降伏してなくてもよい結果になっているから、変形にともなう付加モーメントは一応これら非降伏内柱と風上側外柱のM図の変化によって負担されざるを得ない状況にあるが一般に対応する最終関節点状態を建設するのは容易でないようであって、今後の研究を必要とする。またこの際付加モーメントに対する断面増強の仕方は想定最終関節点状態と相互干渉して或る程度の変形制御の余地がある点も検討を要する。

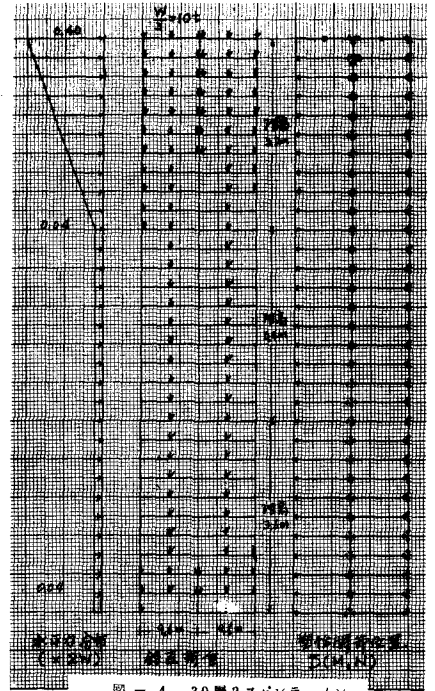


図-4 30層2スパンラーメン

さて最終関節点状態を求める目的はここでは、その際の付加モーメント量に対して安全であるように、即ち架構がその最終関節点荷重を支持し得るように  $\bar{D}(M, N)$  を修正する事にある。この目的のためには、次の方法が実用的でかつ簡便であると思われる。

$D(M, N)$  として地中梁の降伏を含む崩壊機構に対応するものを考える。強剛地中梁を有せしめる設計の場合も、上記の如くこの段階ではまず地中梁が降伏する程弱い場合に対して規準設計を行ってから地中梁を増強したものを考えてやれば増強修正架構の  $\lambda_F$  は当然増強前より減少しないから安全側の実施設計が得られるはずである。

このような  $\bar{D}(M, N)$  の崩壊機構の自由度は1であって、その真の最終関節点変形状態では勿論、

二次理論の付加モーメントを考慮に入れ、かつ部材軸方向力が変形におよぼす効果を考慮した上でのつりあいを保たれ、かつ非降伏柱について連続条件が満足されていなければならないし、最終関節の回転角が零で、その他の塑性関節の回転は作用応力に適合して生じていなければならない。ただし、上記の中で、部材軸方向力が変形におよぼす影響はわずかのようであって、たとえば座屈撓角法係数は後の例では通常の係数と0.5%以内程度の差であるからここではその影響を無視する。

さて最終関節点変形状態とこれを実現する設計 $D(\lambda_F)$ を漸近的に求めるために第1段階として、まず $\bar{D}(M, N)$ の単純終局変形状態を求める。架構が等スパンでなくまたはその他の事情で非降伏内柱がある時は、対応する終局変形状態を求めるためには、柱に対する連続条件を入れて通常の弾性解析と類似の解析を行わねばならない。等スパンの時は風上側外柱のみが弾性域で材端連続条件を満足せねばならないだけで、他の柱、梁は、最上層から数層 $D(M)$ で塑性モーメント分配した部分以外は、すべて両材端が降伏している。対応する変形状態はしたがって上記修正部分以外は、風上側外柱の節点回転角はその $M$ 図と連続条件よりすべて同一でなければならず、ただその絶対値はすべての塑性関節の回転が作用応力と適合しかつ少なくとも一つの節点のまわりで一つの直角が丁度保たれるように相隣二つの塑性関節回転角が零であると云う条件から決定される。

この際図-3の $(M, N)$ -降伏条件に対応する塑性関節では回転のみならず材軸の塑性伸びを伴うのであるが、この影響については別に論ずる事とし、ここでは回転のみ起すものとして扱う。今 $j$ 階の梁の風上側材端の弾性限回転角を $\theta_j^B$ 、内柱および風上側外柱の材端弾性限回転角をそれぞれ $\theta_j^M$ 、 $\theta_j^L$ で表わす。この時風上側外柱の上記の同一節点回転角は

$$\bar{\theta} = \max \left\{ \theta_j^B + \theta_j^M - \theta_j^L, \theta_j^B + \theta_{j+1}^M - \theta_{j+1}^L \right\}$$

で一応決定される。最上層より数層の $D(M)$ において修正した部分については、この $\bar{\theta}$ に対応して実際にその部分の変形を求め、生じている塑性関節回転角が非負になっているかどうかを確かめねばならない。

このように単純理論による最終関節点状態がまず建設できると、対応する層間変位が求められ、二次理論における層方程式より不釣合付加モーメントが計算できる。この不釣合を塑性モーメント分配法の手続で分配消化する。この際 $D(M)$ で提唱された構モーメントの概念を再び利用すれば簡便な分配が遂行できる。即ち付加モーメントを均等構モーメントに分配すれば対応して柱、梁塑性モーメントの修正量が決まる。これは風上側外柱以外はすべて降伏して連続条件を満足しなくてよい状況から容易に正当化される。最上層より数層の $D(M)$ での修正部分ではこの状況にないからなお一度塑性モーメント分配法を直接適用して調整する必要がある。新しい塑性モーメントの決定と同時に、風上側外柱の断面二次モーメントも一般には変更されるからこの変更断面について再び上と同様の手続で最終関節点状態を建設し、付加モーメントの第二次修正評価を得る。この手続を繰返す事によって、漸近的に二次理論での最終関節点状態とこれを実現する設計 $D(\lambda_j)$ が求められる。

なお実用上はしかしながら、当初から付加モーメントに見合う程度に設計用荷重係数 $\lambda_D$ を割増しておいて $\bar{D}(M, N)$ を作成する事で規準設計とすると云う便法も勿論考慮されるが、その適正な割増を

いかほどにとるべきかを決定せねばならない。

#### 4. 30層等スパンラーメン

図-4の30層等スパンラーメンについて、上記の手続を例示する。単純のた鉛直荷重は図の如く各スパン負担量 $W=30\text{ ton}$ の $\frac{1}{3}$ ずつ左柱、スパン中央、右柱に作用するものとし、水平力分布は種々の問題を含むが図示の如く仮定する。表-1に $D(M)$ 、 $D(M, N)$ および $D_1(\lambda_F)$ を示す。

$D_1(\lambda_F)$ は構モーメントによる分配を一回行った結果である。

結果について注目すべきは、この程度の設計では柱断面決定の主要部分が軸方向力であるため、内柱と外柱とほぼ同じ断面になっている点、ならびに付加モーメントによる修正量が作用モーメント( $D(M)$ の塑性モーメント)の大きさに対する割合はかなり大きいが、断面の $D(M, N)$ の塑性モーメントに対する割合はかなり小さい事などであろう。

#### 5. 結 語

本論では軸方向力や二次量の効果を考慮に入れた上での最小限必要な断面から成る規準設計を建設する方法を述べ、これを比較規準として規準設計の破壊荷重係数以上の $\lambda_F$ を持つ事が保障されるように実施設計をその他の諸条件を満足しつつ作成するというアイデアを提唱した。与えられた架構について最終関節点状態を解析するよりは、これを建設したまたはその変形状態を制禦しようとする方が設計の目的からは望ましいと思われるが、本論はその一つのアプローチを提示するものである。このような最終関節点状態を制禦しようとする試みはなお多くの問題点をはらみ、種々の可能性が考えられるので今後の検討を必要とする。

#### 文 献

1. Merchant, W., "The Failure Load of Rigid Jointed Frameworks as Influenced by Stability", Structural Engineer 32, p185, 1954
2. Wood, R. H., "The Stability of Tall Buildings", Proc. Inst. Civ. Engrs 11, p. 69, 1957/58
3. Horne, M. R., "The Stability of Elastic-plastic Structures", Progress in Solid Mechanics Vol. II, Chap. V, North-Holland, 1961
4. Hodge, J. R., P. G., "Plastic Analysis of Structures", Mc Graw-Hill, 1959
5. 棚橋諒, 中村恒善「水平力をうける高層架構の簡易最小重量設計」日本建築学会近畿支部研究報告集, Feb. 1963
6. 棚橋諒, 中村恒善「水平力をうける高層架構の最小重量設計について」日本建築学会近畿支部研究報告集 Feb. 1964
7. Heyman, J., "An Approach to the Design of Tall Steel Buildings", Proc. Inst. Civ. Engrs. 17, p.431, 1960

8. 棚橋諒, 中村恒善「鉄骨高層架構の耐震性について(第3報終局状態)」日本建築学会昭和39年度大会学術講演要旨集
9. Tanabasi, R and T. Nakamura,  
"On the Ultimate States of Rigid Frames Subjected to Earthquakes", Proc. Japan Natl. Symp. Earthquake Engineering, Tokyo, 1962.