

高層建物の地震波による応答解析

小 高 昭 夫*

鈴 木 孝 明**

1. 序

耐震工学の研究が盛んになり、困難な振動問題の解析が電子計算機の利用によって容易になってきた。一方超高層ビルの建設が計画されつつあり、その設計過程においても、電子計算機を用いて、構造物の応答を求めることが行われている。

電子計算機の利用においては、現在ではアナログ計算機による方法がその主流を占めている。アナログ計算機による場合は、計算機の容量の関係から、たとえば30階は5階位に質点数を減少させて解析している。しかし、デジタル計算機によれば30階は30質点系として解析することも容易であるし、またその方がよりよい解析方法と云える。

筆者も計算機の汎用性を考え、デジタル計算機を使用して、この種の問題の解析を行ってきた^{(1), (2)}。本研究では、筆者の解析方法の概要は省略し、主として得られた応答結果について述べ、かつ考察する。

デジタル計算機による数値解析上の諸問題は、小林啓美博士による研究⁽³⁾があるが、本研究ではこれらの諸問題に対して次のようにした。

数値計算の精度は、非線型振動を取扱う場合、弾性から塑性に、塑性から弾性に移るときの判断方法とか、 n 層のうち、どの層が先づ塑性に入り、次にどの層が塑性に入るかなどの判断方法が問題となり、数値解析法よりも、むしろこの点について十分に検討した。^{(1), (2)}

数値計算における時間間隔 Δt は小さいほど真の値に近づくことは当然であるが、とくに高層建物では地震波の上層への伝達速度が問題となり、数例について比較した結果 $\Delta t \leq 0.02 \text{ sec}$ とした。

デジタル計算機とアナログ計算機による解析の比較は他の研究に述べた⁽¹⁾。地震加速度記象の取り扱いに関しては、ここで用いた地震記象が東大の大沢胖博士の御好意で借用した G・V・Berg の記録で、極大、極小、反曲点を読みとったものであるが、記録値の間隔の間は直線補間とした。

数値解析上の問題に関しては疑問とする点が多く、今後更に検討を必要とするであろう。なお、本研究に使用したデジタル電子計算機は OKITAC 5090 A および C である。

2. 高層建物の振動方程式

高層建物の地震応答を求める場合、本研究においては建物を多質点系の剪断振動系として、次の仮定のもとに解析する。

* 芝浦工業大学

** 同 上

仮定 1. 建物の基礎は完全固定とする。

仮定 2. 建物各層の床および構造部材、その他の仕上材などの1層分の全重量を1質点系にまとめた多質点系と考える。

仮定 3. 建物の復元力は Bi-linear 型の復元力特性とし、完全塑性型は Bi-linear 型の一部と考える。

仮定 4. 減衰力は粘性減衰の形とした。

仮定 5 建物の振動は簡単化のために水平動成分のみを考えた。

以上の仮定のもとに非線型多質点系の振動方程式をたてると、Eq.(1)のようになる。すなわち、 r 層においては、

$$m_r \ddot{X}_r - C_{r+1}(\dot{X}_{r+1} - \dot{X}_r) + C_r(\dot{X}_r - \dot{X}_{r-1}) - f_{r+1}(X_{r+1} - X_r) + f_r(X_r - X_{r-1}) = -m_r \ddot{Z} \quad (1)$$

また、相対変位で表わせば

$$m_r \sum_{r=1}^r \ddot{Y}_r - C_{r+1} \dot{Y}_{r+1} + C_r \dot{Y}_r - f_{r+1}(Y_{r+1}) + f_r(Y_r) = -m_r Z \quad (1')$$

($r=1, 2, \dots, r, \dots, n$)

ここに m_r : r 層の質量, C_r ; r 層の粘性減衰係数, $f_r(X_r - X_{r-1})$; r 層の復元力, Z : 地震波の加速度, X_r ; Y_r ; r 層の絶対変位および相対変位,

r ; 建物の基部より数えた層の位置

となる。(図-1参照)

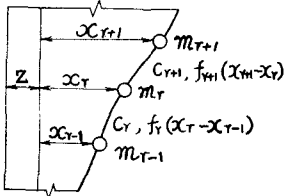


図-1 振動系

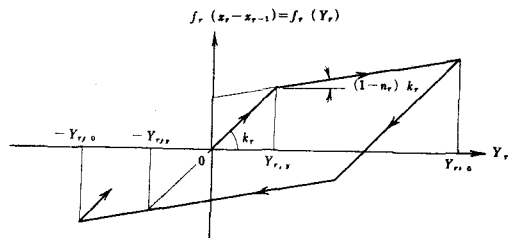


図-2 建物の復元力特性

復元力 $f_r(X_r - X_{r-1})$: $f_r(Y_r)$ は Fig 2 において、各層に対し Eq. (2) で表わす。

$$f_r(X_r - X_{r-1}) = (1 - n_r) k_r (X_r - X_{r-1}) \pm N_r K_r (Y_{r,y} \mp Y_{r,0}) \quad (2)$$

$$f_r(Y_r) = (1 - n_r) K_r Y_r \pm n_r K_r (Y_{r,y} \mp Y_{r,0}) \quad (2')$$

ここで K_r : 初期剛性, n_r : 初期剛性 K_r と塑性領域における剛性ととの勾配の差で弾塑性傾斜率を表わ

す。 $0 < n_r \leq 1$

Y_r : 降伏変位, $Y_{r,0}$: 塑性変位 (速度が0となる位置の変位)

Eq. (2)をそれぞれの状態に対して示せば Eq.(3)となる。(図-2参照)弾性領域では

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_r > 0 : f_r(Y_r) &= K_r Y_r - n_r K_r (Y_{r,y} + Y_{r,0}) \\ \dot{Y}_r < 0 : f_r(Y_r) &= K_r Y_r + n_r K_r (Y_{r,y} - Y_{r,0}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

塑性領域では

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_r > 0 : f_r(Y_r) &= (1 - n_r) K_r Y_r + n_r K_r Y_{r,y} \\ \dot{Y}_r < 0 : f_r(Y_r) &= (1 - n_r) K_r Y_r - n_r K_r Y_{r,y} \end{aligned} \right\}$$

3. 数値解析およびプログラミング

Eq. (1)の数値解析はRunge - Kutta MethodおよびLinear Acceleration Methodによった。本研究で述べる応答結果はRunge - Kutta Methodによるものであるが、解析法およびプログラミングは省略し図-3にフローチャートのみを示す。

4. 応答解析

4.1 25質点系を等価置換5質点系として解析した例

建物の地震応答解析に際し、建物の層数だけの質点数に置換しないで数層分を一括して質点数を少なくした質点系に置換して、応答を求めることが多く行われている。このような地震応答解析は振動性状の定性的な議論は可能であるが、数層分が平均されているため、平均化されたレスポンスが得られるため、近隣層の詳しい状態はわからないし、実際には塑性域に入る層が入らないという結果もでてくる。応答結果にこのような影響は非常に大きく表われてくることも予想されるし、層数だけの質点数に置換した場合の最大レスポンスと数層分一括した等価置換系の最大レスポンスとの間に大きな差を生ずる可能性もあり定量的な考察を行うためには問題点が多いと考えられる。

このような諸点を定量的に考察するために、25層の建物を5質点系として等価置換⁽²⁾して数値解析を行った例を示す。建物の諸量は既に報告⁽²⁾⁽⁴⁾したものである。粘性減衰係数 C_r は、剛性 K_r に比例するものとし、1次振動に対する減衰常数 h_1 になるように、 $C_r = \frac{2h_1}{P_1} \cdot K_r$ とし、 $h_1 = 0.05$ とした。地震波はEl-centro, May 18, 1940, Toft Colif. July 21, 1952, および最大加速度を金井博士の提案による経験式から求めた、略算式⁽⁵⁾ $\ddot{Z} = 190 T_E^{-\frac{1}{3}}$ より $\ddot{Z} = 125 \text{ sec}^2/\text{cm}$ の矩形波1波($T_E = T_S$)である。弾塑性傾斜率は $n_r = 1.0$ (完全塑性), $n_r = 0.75$ (Bi-linear)の2種類に対して数値解析した。これらの結果から、振動系は1次固有周期で振動しているので応答の最大値のみを求めて示したものが図-4である。

これより

(1) 最上層の設計用剪断力係数が直下の層のそれよりも相当に大きいため、最上層は各応答とも弾性

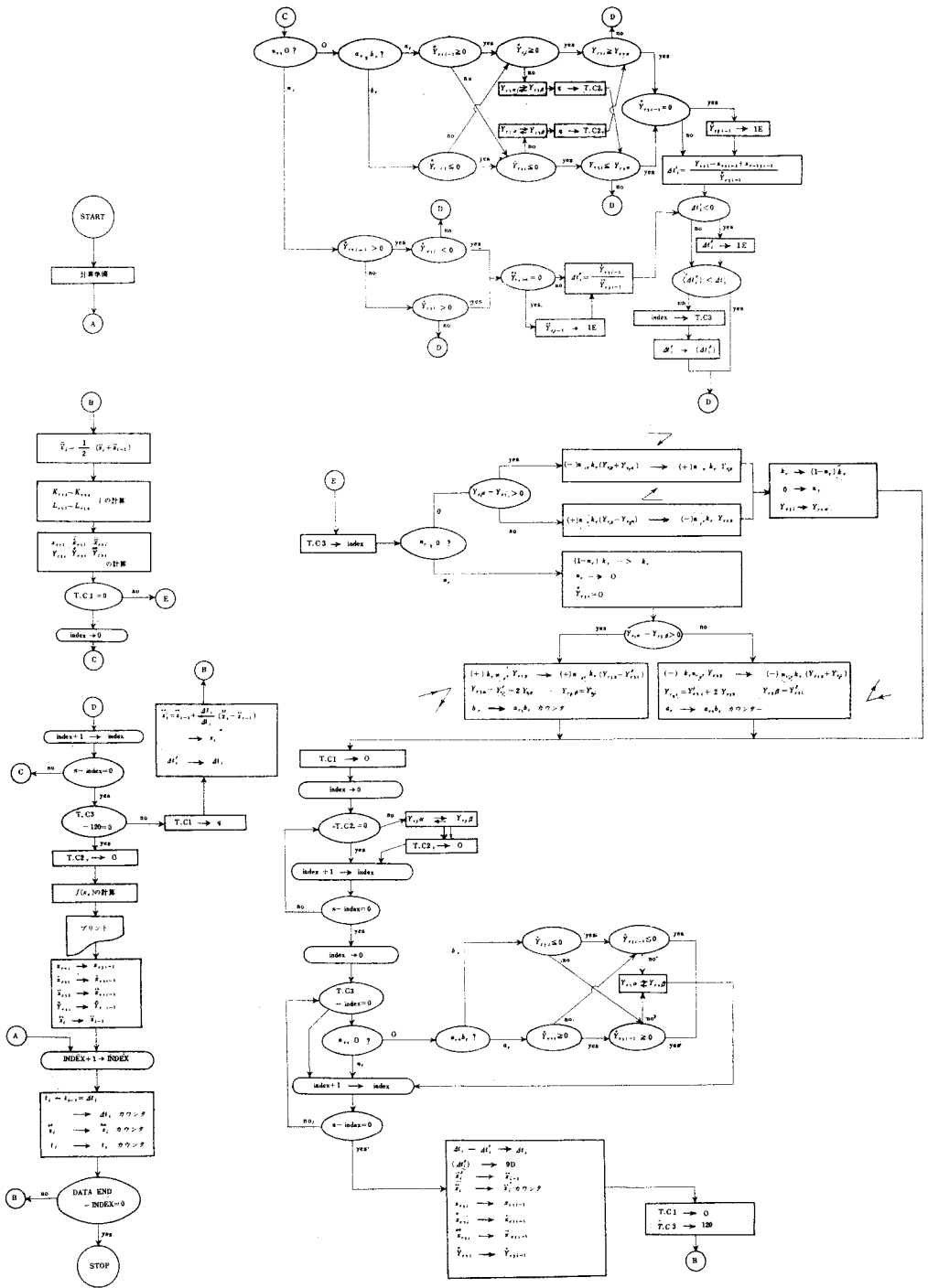


図-3

領域にある。

(2) 地震波による応答の相違は、矩形波、El-centro, Toft-Califの順に小さくなる。また振動性状の傾向は同じである。

(3) 弾塑性傾斜率 $n_r = 1.0$ と $n_r = 0.75$ の相違による応答の違いは、当然のことながら、 $n_r = 0.75$ の方が小さく、振動性状の傾向は同じである。

(4) 上, 下の層の降伏剪断力, または設計用剪断力係数の差が大きいときは, それに対応する ductility factor (以下 d. f. と書く) の差も大きくなる。このことから, 降伏剪断力, 設計用剪断力などの分布はスムーズなほうがよいと思われる。

等の諸点が明らかである。

4.2 25 質点系の数値解析

前述の25層の建物を25質点系として数値解析した例を示す。解析の目的が5質点系に等価置換したものと、25質点系の応答の違いを試べることが目的なので、地震波は EL-Centro May 18, 1940, と

矩形波1波および弾塑性傾斜率は $n_r = 1, 0.75$ の2種類とし、減衰常数は $h = 0.05$ とした。

5質点系の場合と同じように、応答の最大値をまとめたものが図-5である。これより25質点系の解析結果は5質点系の場合と同じ傾向を示している。とくに弾塑性傾斜率 n_r による d. f. の相違は $n_r = 1$ の場合、 $n_r = 0.75$ の場合と比較して、各層間の変化が著しく、完全塑性型 ($n_r = 1$) が Bi-Linear 型 ($n_r = 0.75$) より不安定になり易いことを示している。換言すれば建物に Bi-Linear 型の復元力特性を附与することが望ましい。

4.3 25 質点系と等価5 質点系の応答の比較

数値解析の結果から、等価5質点系と25質点系において、それぞれ対応する位置の変位-時間曲線

(4) を比較すれば、非常によく一致している。しかし d. f. は相当の差がある。

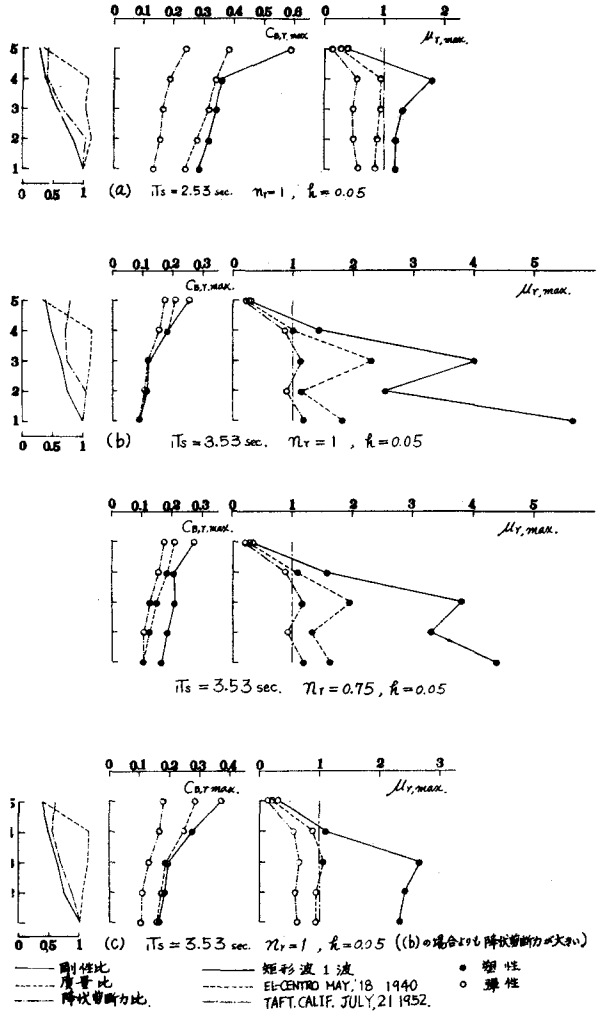


図-4 等価置換5質点系の最大レスポンス

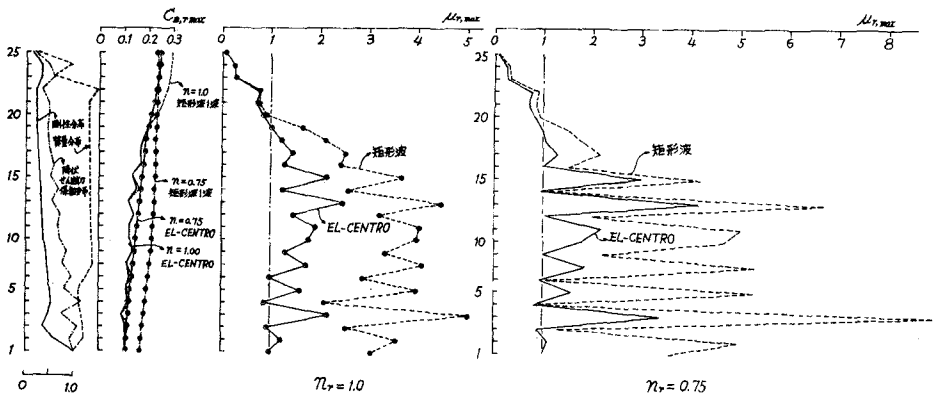


図 - 5 25 質点系の最大レスポンス

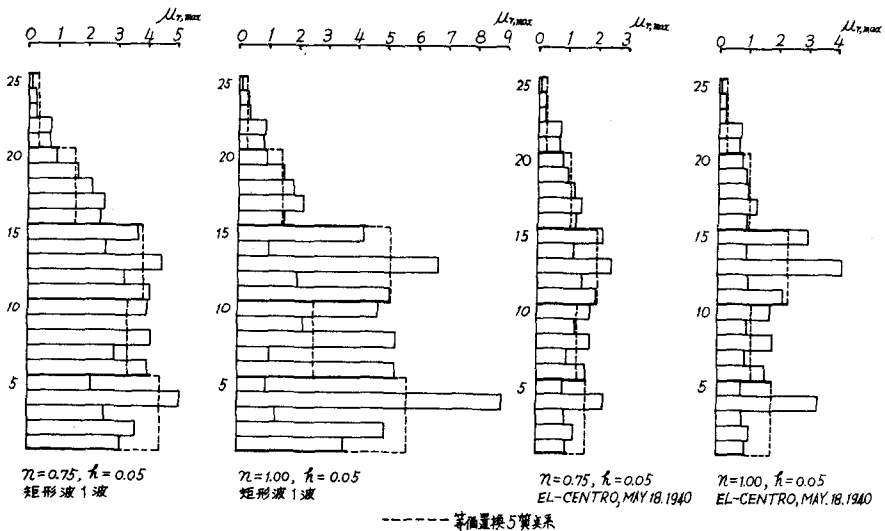


図 - 6 等価置換5質点系と25質点系の ductility factor の比較

図 - 6 は各層における d. f. を比較したもので、等価5質点系の d. f. は数層分を括してまとめた層に対する平均値をとってある。地震波として矩形波1波、 $n_r = 1$ 、 $h_1 = 0.05$ を例にとると、等価5質点系における $\mu_1 = 5.7$ に対し、等価5質点系の1層に含まれる25質点系の $\mu_4 = 8.8$ 、 $\mu_5 = 0.9$ となって、大きな差が生じている。

また25質点系で層間の d. f. の相違が大となる理由は、これに対応する降伏剪断力の差が等価置換5質点系では数層分をまとめているため、25質点系よりも小さくなるためらしい。

以上の結果から多質点系をそれより少ない質点系に置換して数値解析する場合、等価置換の方法については充分検討する必要がある。また、等価置換系による応答解析から各層の応答を定量的に考察する

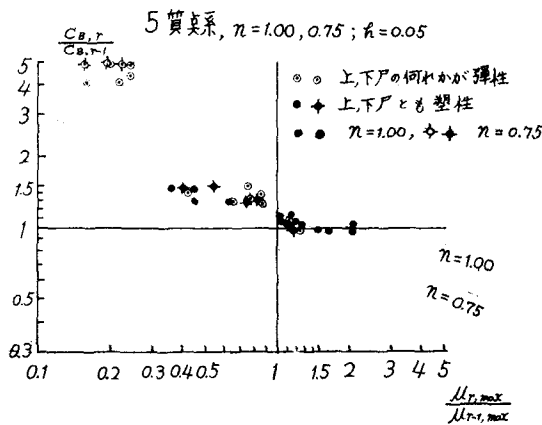
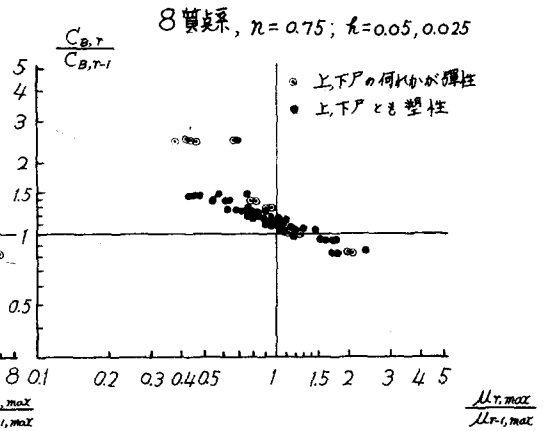
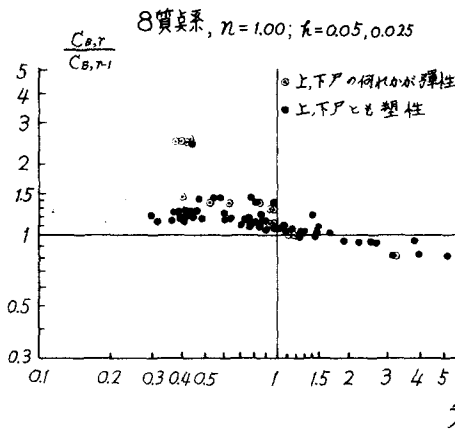
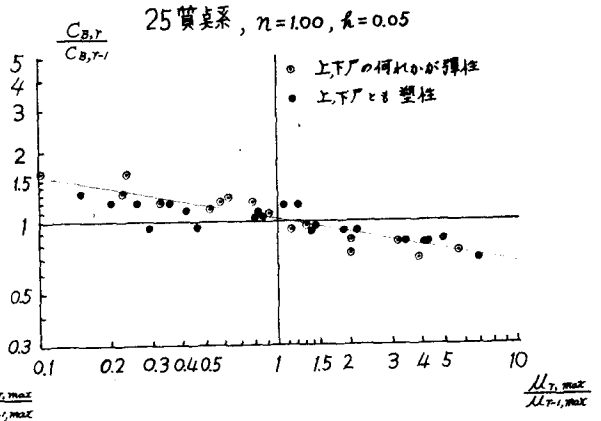
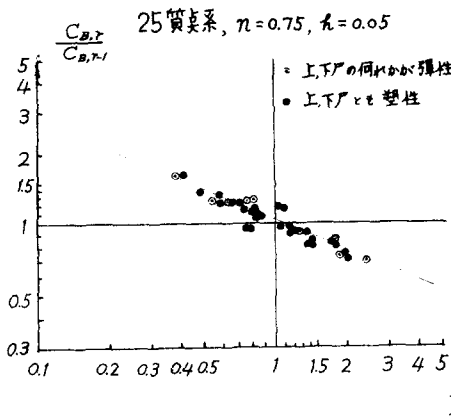


図-7

ことはとくに戒むべきであろう。さらに各層の d. f. の分布をスムーズにするためには、降伏剪断力係数（線型のときは剛性）の分布などが関連し、最適な分布が見出されるであろうことが推測される。

5. 多質点系の剪断力係数分布に関する推察：

現段階において、剪断力係数分布を論ずることは応答解析例も少なく、不可能に近い。本研究では前述の25質点系、等価5質点系、ならびに8質点系の応答結果⁽⁶⁾にもとづいて推察する。剪断力係数分布を考察する場合、各層の d. f. の状況が問題となる。例えば、前述の応答結果では、各場合に対して中間層の d. f. が大きく、上層が比較的小さい。

これは最下層の剪断力係数に対して、最上層のそれが3以上で、かつ最上層のみ相当大きな値としているためであろう。また降伏剪断力や剛性が上、下層で甚しく相違する場合は d. f. も差が著しく、かつ値も相当大きい。

最適な剪断力係数分布とは、各層の d. f. の分布をすべて同じとするか、または、柱の軸方向力が作用することによって、下層が上層の d. f. よりも小さくなること⁽⁷⁾を考慮すれば、上層になるにつれ、d. f. を大きくするような分布が望ましいと考えられる。

このような観点から、応答解析を行った各振動系の設計用剪断力係数の上層と下層の比 $C_{B,r}/C_{B,r-1}$ とこれに対応する d. f. の比 $\mu_{r,max}/\mu_{r-1,max}$ の関係を示せば図-7-a, b, c のようになる。図で同じ $C_{B,r}/C_{B,r-1}$ に対し、 $\mu_{r,max}/\mu_{r-1,max}$ に差があるのは地震波や、減衰常数による違いであろう。各図によれば、各質点系とも、

- (1) 弾塑性傾斜率 $n_r = 1, 0.75$ とも $\mu_{r,max}/\mu_{r-1,max} = 1$ となる値は同じらしい。
- (2) 5質点系に対しては、資料が少ないため、勾配は不明であるが、各質点系とも、 $\mu_{r,max}/\mu_{r-1,max} = 1$ に対する $C_{B,r}/C_{B,r-1}$ は質点数が大となるにつれ、減少するが、勾配は平行のようである。
- (3) 弾塑性傾斜率 $n_r = 1, 0.75$ では勾配は相違する。当然のことながら $n_r = 0.75$ の場合が勾配は急である。
- (4) $\mu_{r,max}/\mu_{r-1,max} = 1$ に対する $C_{B,r}/C_{B,r-1}$ は、質点数によって相違し、25質点系では、1.03、8質点系では1.1、5質点系では1.18程度である。

ことがわかる。

さて各層の d. f. の分布によって、次のような、剪断力係数分布が得られる。

$$\mu_{r,max}/\mu_{r,max} = 1 \text{ (d.f. は各層とも同じ)} : C_{B,r}/C_{B,r-1} = A$$

$$1 < \mu_{r,max}/\mu_{r-1,max} \text{ (d.f. は上層が大きく、下層が小)} : C_{B,r}/C_{B,r-1} < A$$

$$1 > \mu_{r,max}/\mu_{r-1,max} \text{ (d.f. は上層が小さく、下層が大)} : C_{B,r}/C_{B,r-1} > A$$

ここに A : 質点数によって相違する一定値

以上の結果にもとづいて、剪断力係数分布を $n_r = 1$ の場合に対して画けば図-8 のようになる。こ

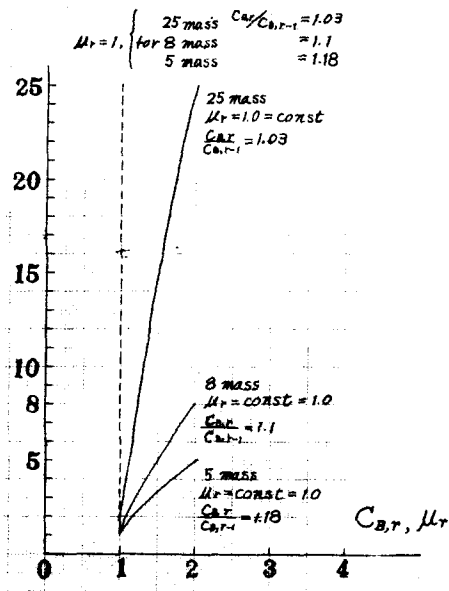


図-8 設計剪断力係数の分布

れより次のことが推定される。

(1) d. f. を各層とも同じ分布とするためには剪断力係数分布は、最上層の剪断力係数を最下層の剪断力係数の2倍程度にするような放物線分布に近い。

(2) 最上層のd. f.を最下層の4倍程度にするような剪断力係数分布は、25, 8, 5質点系ではそれぞれ $C_{B,r}/C_{B,r-1} = 1, 1.06, 1.13$ 程度である。

(3) 弾塑性傾斜率 n_r が小となればd. f. は完全塑性型 ($n_r = 1$) よりも減少する。

(4) 最下層の剪断力係数 (Base Shear) の決定は、多くの応答解析結果より、1次固有周期に関連して決定される。

なお、線型応答解析による場合の剪断力係数分布に関して8質点系について、上層と下層の初期剛性比 K_r/K_{r-1} と、これに対応する相対変位比

$Y_{r, \max}/Y_{r-1, \max}$ の関係を図-9に示して参考とした。

以上剪断力係数分布について考察したが、これらの結果は、あくまで推察で、とくに定量的な値につ

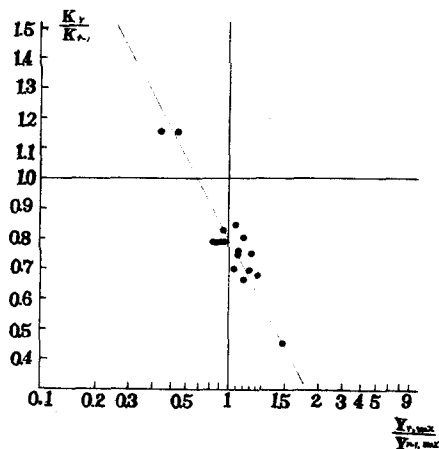


図-9 8質点系における初期剛性比 K_r/K_{r-1} と相対変位比 $Y_{r, \max}/Y_{r-1, \max}$ との関係

いては問題があろう。

7. む す び

建物の地震応答解析にデジタル計算機を使用して解析した結果から、次の諸点が推定される。

- (1) 多質点系の場合、これをそれより質点数の少ない等価質点系として応答解析を行う場合、等価置換の方法などについて充分検討しないと定量的な議論を行うことはできないであろう。
- (2) 弾塑性傾斜率、減衰常数などは計算結果に与える影響は大きく、完全塑性型で、減衰常数が小さいと振動性状は不安定になり易い。とくに実施設計においては、復元力特性としてBi-Linear型の特性を附与することが望ましい。
- (3) 上、下層の設計用剪断力係数の差が大きいと、そのd. f. は差が大きい。この影響はとくに完全塑性型の復元力特性の場合に著しい。
- (4) 設計用剪断力係数分布について、少ない応答例ではあるが、d. f. の分布と関連して推察した。

謝 辞： 本研究は芝浦工科大学内研究費のほか、竹中工務店建築技術研究所、ならびに電々公社の委託研究費によって行ったものである。

また計算機については、横浜市大、中森助教授に御協力を戴いた。こゝに厚く御礼申し上げます。

(1964. 9)

〔 参 考 文 献 〕

- (1) 小高昭夫，鈴木孝明：デジタル計算機による建物の振動レスポンス(その1)，(その2)
日本建築学会関東支部第35回学術研究発表会 1964. 5
- (2) 小高昭夫：耐震構造の総合研究(1) 宇野書店刊 1964. 6.
- (3) 小林啓美，最上達雄：地震動による重層建築物の変形(その1)
日本建築学会論文報告集95号 1964. 2.
- (4) 小高昭夫，鈴木孝明：デジタル計算機による建物の振動レスポンス(その3)
日本建築学会論文報告集102号 1964. 9.
- (5) 小高昭夫，堀江文雄：建物の塑性振動
日本建築学会論文報告集79号 1962. 11.
- (6) 小高昭夫：関目電話局強震応答解析
電々公社依託研究(未発表) 1964. 9.
- (7) 小高昭夫，斉藤勝彦：構造物の復元力特性に関する実験的研究その1，その2.
日本建築学会関東支部第35回学術研究発表会 1964. 5.