

# 不静定構造物において温度応力を生ぜしめない方法

友 永 和 夫 \*

## 1 緒 論

構造物が巨大になるにしたがつて部材も巨大となり、不静定構造物の場合、それに作用する温度応力の全許容応力中に占める割合も大となり軽視できない割合を占める事が多い。このような場合、構造物の一部分に他の部分と比較して膨脹係数の異なる部分を設置することによつて、温度応力を完全に消滅せしめる事が可能である。

## 2 原理の概説

図-1は温度変化にともない直線部材が円形に変形した状態を示す。

図-2, 図-3は図-1のような変形を生ぜしめるための膨脹係数の異なる部材の配置を示すものである。

図-4は温度変化にともない柱の頭部が $\delta$ だけ変位した状態を示す。

図-5, 図-6は図-4のような変形を生ぜしめるための膨脹係数の異なる部材の配置を示す。

図-7は温度変化にともない柱の両端面が回転を生じないで $\delta$ だけ変位した状態を示す。

図-8, 図-9は図-7のような変形を生ぜしめるための膨脹係数の異なる部材の配置を示す。

図-10は温度変化にともない柱の両端面が回転を生じないで、しかも柱の中間部は直線のままで $\delta$ だけ変位した状態を示す。

図-11, 図-12, 図-13は図-10のような変形を生ぜしめるための膨脹係数の異なる部材配置の一例を示す。

図-14は温度変化にともない部材の交角が直角であつたものが $\theta$ なる角度になると同時に $\delta$ なる変位を生じた状態を示す。

図-15, 図-16は図-14のような角度変化および変位を生ぜしめるための膨脹係数の異なる部材の配置の一例を示す。

図-17, 図-19は上記図-14と同様に角変化と変位を生じた状態を示し図-18, 図-20はそれぞれ図-17, 図-19のような角変化と変位を生ぜしめるための膨脹係数の異なる部材の配置の一例を示す。

図-21は図-18の構造を応用した温度応力を生ぜしめないで他の荷重には有効に抵抗する構造の一例で中間の壁式の柱は極度に薄いものを使用することができる。

図-22は図-21の構造的説明図である。

\* K. K. 横河橋梁製作所

図-23は図-9の原理による。また図-24, 図-25は図-13の原理による固定ラーメンの一図例である。ラーメンの脚柱には図-8, 図-11, 図-12などの原理も利用できる。

図-26は図-2と図-6の原理を応用した温度応力を生ぜしめないか極度に温度応力を少なくせしめた吊橋構造の一図例である。

図-27は図-6の原理を応用した温度応力を生ぜしめない固定アーチの一図例である。

### 3 原理の詳細説明と応用例

部材の一部または構造体的一部分に膨脹係数の異なる部分を設けて、温度変化にともない内部応力をほとんど生ずることなくその部材または構造体を適当な形に変形せしめ、部材または構造体に温度応力を生ぜしめない事が可能である。

この原理は逆に利用すれば、従来のようにジャッキなどによつて初期応力を導入する代りに膨脹係数の異なる部材を適当な温度の時に適当な場所に挿入して連結することによつて、他の温度状態において望ましい応力状態を持たしめることができる。

例-1. 図-22のようなアーチラーメン構造において温度の上昇によつて $2\sim 1\sim 1' 2'$ 即ち長さ $L$ の部分が $\Delta L$ 伸びた場合、両端ヒンジをもつ柱の頂部 $2$ および $2'$ がそれぞれ $\frac{\Delta L}{2}$ だけ外方に無抵抗に変位し得れば $2\sim 1\sim 1' 2'$ にはなんらの温度応力は生じない。この $\frac{\Delta L}{2}$ の量の無抵抗の変位を温度上昇によつて生ぜしむるためには図-8, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 18, 20などの種々の方法があるが、図-22の場合は図-18の原理を利用したものである。 $3\sim 4$ ,  $3'\sim 4'$ にはたとえばジュラルミンの如き鋼の膨脹係数の約2倍の膨脹係数のものを使用するか、また必要とあらば更に柱 $2\sim 4$ ,  $2'\sim 4'$ をコンクリートで包むなどの方法により $2\sim 4$ ,  $2'\sim 4'$ と $3\sim 4$ ,  $3'\sim 4'$ との膨脹係数の差を大にするとか更に図-18に示す角度 $\alpha$ を適当に選択するかの方法を単独にまたは組合せて使用すればよい。

図-18の $\alpha$ の特性を図-28に説明する。

図-28において  $\triangle 2\sim 3\sim 4$ を原形とする。

$3\sim 4$ の膨脹係数は $\beta_1$ ,  $2\sim 3$ ,  $2\sim 4$ のそれを $\beta$ とする。

温度  $t^\circ\text{C}$ の上昇では  $\Delta L = \beta t L$

$3\sim 4$ 部材も構造体全体と同様 $\beta$ の膨脹係数ならば  $\triangle 2\sim 3\sim 4$  は  $\triangle 2'\sim 3'\sim 4$  となるが  $3\sim 4$ は更に脚脹して $3''$ の位置をとりたい。結局  $4$ を中心とする $4\sim 3''$ の半径の円弧と  $2'$ を中心とする  $2'\sim 3'$ を半径とする円弧との交点 $3''$ が最終位置となる。

$$3\sim 4 = \frac{h}{\cos \alpha} \quad , \quad 3\sim 3' = \frac{h}{\cos \alpha} \times \beta_1 \times t$$

$$3\sim 3' = \frac{h}{\cos \alpha} \times \beta \times t \quad , \quad 3'\sim 3'' = 3\sim 3'' - 3\sim 3' = \frac{h}{\cos \alpha} \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot t$$

$$3'\sim 3'' = \frac{3'\sim 3''}{\cos \alpha} = \frac{h \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot t}{\cos^2 \alpha}$$

$$2'\sim 3' = b \cdot (1 + \beta t)$$

$$\theta_1 \doteq \frac{3' \sim 3'''}{2' \sim 3'} \doteq \frac{h \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot t}{\text{COS}^2 \alpha \cdot b \cdot (1 + \beta t)}$$

結局 2' ~ 4 柱は水平材 2' ~ 3''' と LR +  $\theta_1$  の角度をもつようになり、その時 2' 点の水平移動量  $\epsilon$  は

$$\epsilon = h \cdot (1 + \beta t) \cdot \theta_1 \doteq \frac{h^2 \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot t}{b \cdot \text{COS}^2 \alpha}$$

図-22 のような対称形では  $\epsilon = \frac{\Delta L}{2} = \frac{\beta \cdot t \cdot L}{2}$  ならば温度応力は無い。

即ち

$$\frac{h^2 \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot t}{b \cdot \text{COS}^2 \alpha} = \frac{\beta \cdot t \cdot L}{2}$$

$$2 \cdot h^2 \cdot (\beta_1 - \beta) = b \cdot \beta \cdot L \cdot \text{COS}^2 \alpha$$

3 ~ 4 部材がジュラルミン他は鋼とすると

$$\beta_1 \doteq 2 \beta$$

この時 上式は

$$2 h^2 = b \cdot L \cdot \text{COS}^2 \alpha$$

$$\text{COS}^2 \alpha = \frac{h^2}{h^2 + b^2}$$

$$\therefore 2 h^2 = b L \times \frac{h^2}{h^2 + b^2}$$

$$(h^2 + b^2) = b \times \frac{L}{2}$$

$$b^2 - \frac{L}{2} b + h^2 = 0$$

$$b = \frac{1}{2} \left[ + \frac{L}{2} \pm \sqrt{\frac{L^2}{4} - 4 h^2} \right]$$

即ち、L と h が既知であれば b を決定することができる。

例2。図-26 は吊橋における温度応力を生ぜしめない方法の一例を示す。

温度が上昇すると控索（アンカーケーブル）塔、主索、補剛桁などが膨脹変形を生じそれぞれの構造体に温度応力が発生する。

図示のように塔の下部、補剛桁の下弦材に適当な膨脹係数の部材を挿入して適当な変形を生ぜしめる温度応力を生ぜしめないことが可能である。

例-3。固定アーチの温度応力消却法（図-29，図-30，図-31）図-29において温度上昇により構造体になんらの拘束がなければ等算の構造体は幾何学的に相似に変形する、即ちアーチ kmu は KMU になり、温度応力は無い。固定アーチでは su は固定であるから SU は su の位置を保持しな

ければならない。今 $\triangle mnp$ の部分に他の部分より膨脹係数の大なる部分を設置する。

$\triangle mnp$ は $t^\circ C$ の温度上昇で $\triangle MN''P$ の位置をとる。等算の場合には $mnpq$ は $t^\circ C$ 上昇で $MN'PQ'$ になるが膨脹係数が異なると $MN''PQ'$ となる。

図-30にこれ等を重ねて描いてある。

即ち等算であれば $qn$ と $Q'N'$ の面に回転がないが膨脹係数の異なる部分 $mnp$ があると $qn$ 、 $Q'N'$ の面は $t^\circ C$ 上昇后 $Q'N''$ の位置となる。即ち、図-30で

$$\theta = \frac{(\beta_1 - \beta) \cdot t \cdot ds}{h}$$

が面が回転した角度を表わしこの $\theta$ を適当に選ぶと図-29の $Q'N'US$ は $\theta$ だけ回転して $Q'N''U'S'$ の位置をとり $S$ 点は $s$ の直下にもつて来ることができる。

即ち図-30の $O$ と図-31の角 $SQ'S'$ の $O$ は等しい。

したがつて

$$\frac{(\beta_1 - \beta) \cdot t \cdot ds}{h} = \frac{B \cdot \beta \cdot t}{A \cdot \sin \delta}$$

これより、

$$ds = \frac{B \cdot h \cdot \beta}{A \cdot \sin \delta \cdot (\beta_1 - \beta)}$$

この式から膨脹係数の異なる部分の長さ $ds$ が決定できる。ただ以上のみでは温度上昇で支間は不変となるが $S'U'$ が $su$ と $\theta$ の角度をなしているために支承点に固定モーメントが生ずるので $\triangle St'u$ の部分にも膨脹係数の異なる部分を設け図-30と同様ここでも

$$\theta'_{\theta} = \frac{(\beta_1 - \beta) \cdot t \cdot \overline{ts}}{su}$$

の面の回転を生ぜしめ $\theta = \theta'$ ならば支承点に温度変化による固定モーメントは生じない。即ち

$$\frac{(\beta_1 - \beta) \cdot t \cdot ds}{h} = \frac{(\beta_1 - \beta) \cdot t \cdot \overline{ts}}{su}$$

$$\frac{ds}{h} = \frac{\overline{ts}}{su}$$

即ち、拱頂部に入れる膨脹係数の異なる部分の半分の形と相似形のもを起拱部に入れば温度応力は生じない事になる。 $\triangle St'u$ の部分の膨脹係数大なる部分を設けるかわりに、図-32の如く $\triangle st'u$ をコンクリートにして温度の影響の少ない部分を設けても同一目的を達することができる。

附 記

本提案は昭和39年8月24日、特許428018号の決定を得たものである。



图 - 1



图 - 2



图 - 3

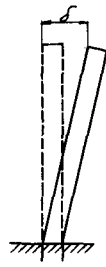


图 - 4

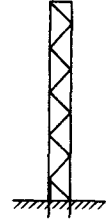


图 - 5

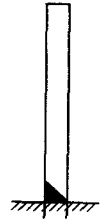


图 - 6

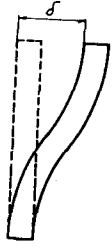


图 - 7



图 - 8

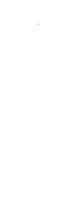


图 - 9

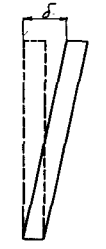


图 - 10



图 - 11



图 - 12



图 - 13

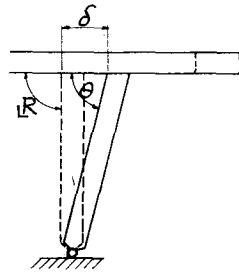


图 - 14

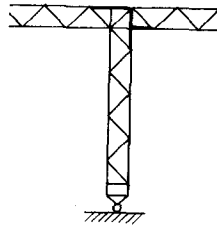


图 - 15

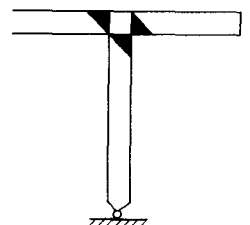


图 - 16

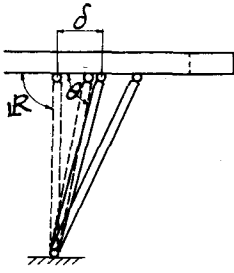


图 - 17

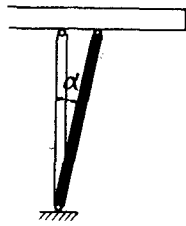


图 - 18

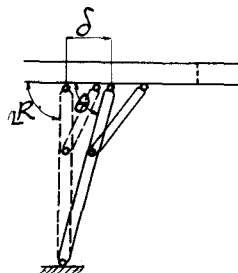


图 - 19

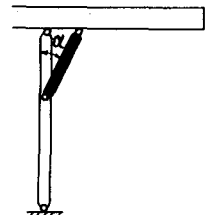


图 - 20

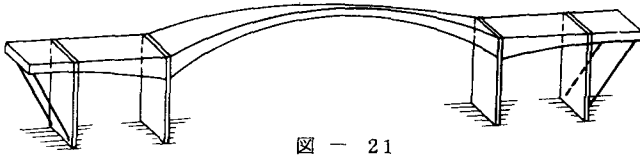


图 - 21

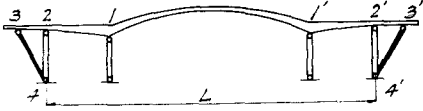


图 - 22

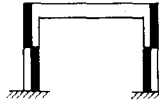


图 - 23

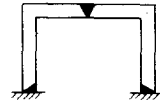


图 - 24

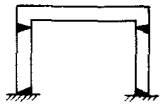


图 25

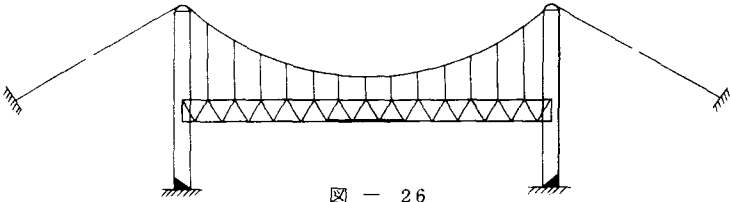


图 - 26



图 - 27

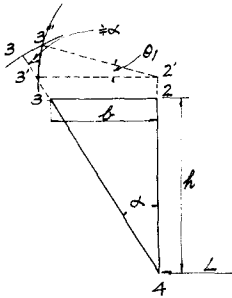


图 - 28

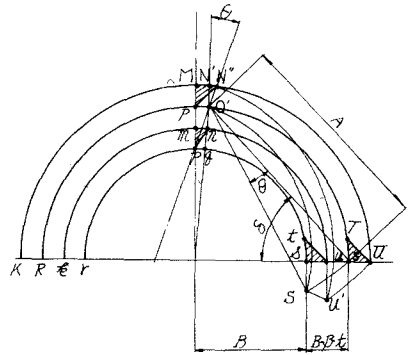


图 - 29

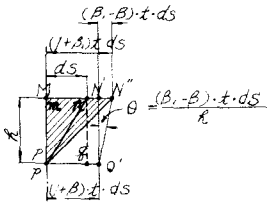
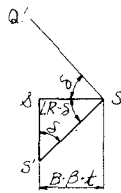


图 - 30



$$SS' = \frac{Sd}{\sin \theta}$$

$$\theta = \frac{SS'}{A} = \frac{Sd}{A \sin \theta}$$

$$= \frac{B \cdot B \cdot t}{A \cdot \sin \theta}$$

图 - 31

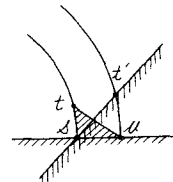


图 - 32