

# 吊橋、主塔および橋脚の耐震設計について

平井 敦 ※

深谷 俊明 ※※

西田 繁一 ※※※

日置 克幸 ※※※※

## 1 まえがき

地震時の構造物の振動振巾は、地震時の地盤動、構造物の振動周期、構造物の減衰率、その他、物理的性質により決定される。地盤動については従来は震度法によりその効果を代用させていたが、この方法は高層建築、塔、煙突、その他特殊な構造物に対しては、もはや過去のものであり、現在では与えられた地盤動に対する応答を応答スペクトルの方法によって正確に予知する事ができるようになってきた。しかしながら、長大吊橋のように周期も長く、数個の振動形式を考慮する必要がある場合には、応答スペクトルの方法の適用でも不十分な点がでてくる。したがって、長大吊橋の耐震設計に用いる地盤動は、その構造物が将来どのような地震をうけるかを正確に予知する事が最も望ましいが、このような事は不可能であり、できればその地方の地震の強度記録があるいはその地点の地盤特性によって補正されたものである事が望ましい。しかし残念ながらわが国における強震記録はまだそれ等を解決するに充分ではない。本論文中には、本土、四国間の海上を渡る瀬戸大橋850M吊橋の耐震設計例を取り上げているが、この計算に用いた地盤動は現在よく利用されている1940年のE I . Centro (N-S) の記録(図-1)である。

この記録は瀬戸内海でのそれと全く異った性質のものであるかも知れないが、このような実際の記録を吊橋の耐震設計に

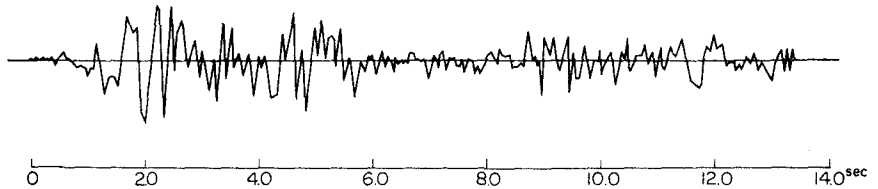


図-1 EL. CENTRO 1940(N-S) 振動記録

適用する事は、計算の全過程を電子計算機にプログラムする事によって、地盤動のData を入れ代える事だけで、簡単に実際問題に適用でき得るし、また従来の設計の合理および非合理的な面を再検討し得る事にもなるであろう。

※ 東京大学工学部

※※ 日本交通技術K K

※※※ 同 上

※※※※ 同 上

## 2. 固有振動数と規準振動形

構造物の動的解析をするに当り、まずその構造物の固有周期を求めなければならない。構造物は一般に連続体よりなり、振動的には無限の自由度を持つものであるが、本解析にはデジタル計算機を用いたため、構造物を物理的に相似な有限自由度の系(質点系)で表わした。図-2は計算例として上げる瀬戸大橋850M吊橋の近似模型と質量およびバネ常数を示したものである。

この場合実際の構造物に近似させるための質点の数は構造物の応答に効果的な振動形の約2倍であればよいと考えている。地盤の性状とか構造物の減衰率などは資料も充分ではなく簡単な仮定の下に定めたもので、構造物の減衰率は独断的に0.05とし、橋脚側面の土はシルト質粘土と砂質粘土に分け、橋脚は強固な岩盤に設置されるものと考えた。土の見掛け質量は橋脚表面から30Mの点で0になるような三角部分を考えその周辺の土の干渉は無視している。また土の有効剛度はその土のバネ常数がシルト質粘土層の上面で0、下面では $0.6 \text{ Kg/cm}^2/\text{cm}$ 、砂質粘土層では上面で $1.0 \text{ Kg/cm}^2/\text{cm}$ 、下面で $2.0 \text{ Kg/cm}^2/\text{cm}$ のそれぞれ直線的に増加するものと考えた。なお、計算例は橋脚および主搭のみ完成した状態A、(架設時)と、全体が完成した状態B(完成時)の2つの場合について行っているが、いずれも作用する地震の方向は橋軸に平行な方向のみを考えている。

図-3は電子計算機により動的解析をする場合の前半即ち固有振動数まで求める過程を示したもので、この流れ図は後に、構造物の応答解析の流れ図と連絡される。ある構造物の部材長、断面積、断面2次モーメント、部材の結合条件、支承状態、荷重などをInputすると、この流れ図にしたがい、各部材の節点の性質、支点の性質を判別し、構造物の節点の水平方向の変位、鉛直方向の変位および節点角を未知数とする多元連立方程式の各要素が計算される。この要素の逆マトリックスを作り、荷重位置の指示をすると構造物の影響係数が求まる。この計算は任意の結構を持つ構造物に適用できるが、これ等の計算時間の大半は連立方程式の解を得る事で、連立方程式の元数nは不静定次数に無関係に

$$n = 3F + 2P - 3FS - 2HS - RS$$

で計算できる。ここでFは剛節点の数、Pは鉸節点の数、FSは固定支承の数、PSは鉸支承の数である。なお、このプログラムの詳細については"第10回橋梁、構造工学研究発表会"において筆者などが発表した"電子計算機による長径間吊橋の設計について"を参照されたい。次表は計算例に用いたInput Dataを示している。表中、( )内の数値は計算例B(完成時)に対するものである。また、H、V、M、は質点に作用する水平力、鉛直力およびモーメントなどの外力、KH、KV、は水平および鉛直方向のバネ常数Aは部材の断面積、Iは部材の断面2次モーメント、lx、lg、は部材の水平および鉛直方向の長さをそれぞれ示している。

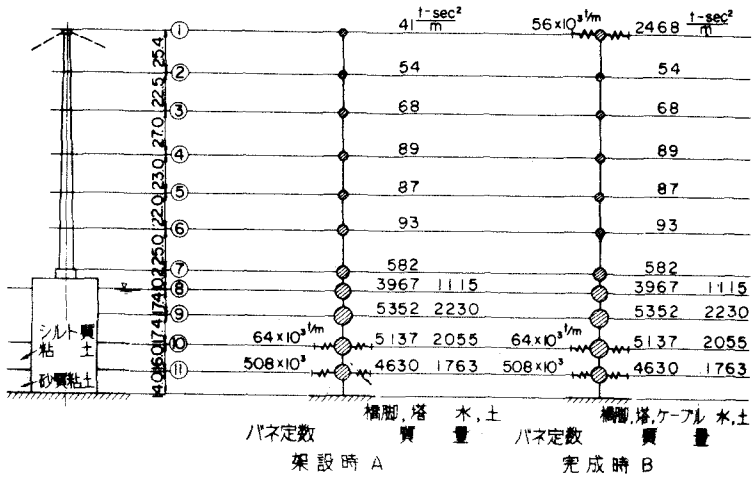


図 - 2

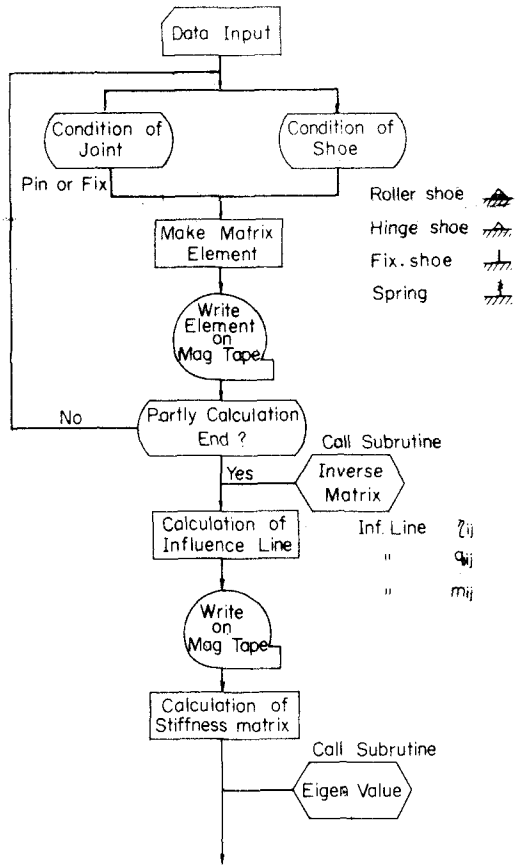


図-3 固有振動数及び規準振動形を求めめるための流れ図

瀬戸大橋850<sup>M</sup>吊橋主塔及び橋脚の耐震設計 INPUT DATA 表

格点 No.	部材数	H <sub>t</sub>	V <sub>t</sub>	M <sub>t</sub>	支条件	K <sub>H</sub> <sub>t/m</sub>	K <sub>V</sub> <sub>t/m</sub>	部材 No.	節点条件	A <sub>m<sup>2</sup></sub>	I <sub>m<sup>4</sup></sub>	ℓ <sub>x</sub> <sub>m</sub>	ℓ <sub>y</sub> <sub>m</sub>	質量 t·sec <sup>2</sup> /m
1	1		400 (24.185)			(-56.000)		2	F	1.585	4.374	25.400	0	(24.65)
2	2		530					1	F	"	"	"	"	54
3	2		670					2	"	1.651	5.504	22.500	"	68
4	2		870					3	"	"	"	"	"	89
5	2		856					4	"	1.718	6.803	27.000	"	87
6	2		910					5	"	2.562	11.491	23.000	"	93
7	2		5700					6	"	2.746	15.520	25.000	"	582
8	2		38900					7	"	23.983	225.227	10.200	"	5082
9	2		52500					8	"	83.730	8362.667	17.400	"	7582
10	2		50400			-64.000		9	"	"	"	17.400	"	7192
11	2		45300			-508.000		10	"	"	"	16.000	"	6393
12	1				F.S.			11	"	"	"	14.000	"	

影響係数は、撓み ( $\eta_{ij}$ ), 曲げモーメント ( $m_{ij}$ ), せん断力 ( $q_{ij}$ ), について求められるが, この内 ( $m_{ij}$ ), ( $q_{ij}$ ) をマグテープに保存しておき ( $\eta_{ij}$ ) を用いて, 固有振動数を求めるに必要な剛度マトリックス ( $k_{ij}$ ) を作成する。固有振動数および振動形を求めるための連立方程式をマトリックスの形で表わすと, 次式の如くである。

$$[k_{ij}] - \omega_n^2 [M_i] \{\phi_n\} = 0 \quad \dots 1$$

( $k_{ij}$ ) は剛度マトリックス, ( $M_i$ ) は質量の対角マトリックス,  $\omega_n$  は  $n$  次の振動数  $\{\phi_n\}$  は  $n$  次の振動系を示すベクトルで, 1 式の解は Power Method により計算される。計算例 A, B について求めた結果を図-4 に示す。なお, 固有値は自由度の数だけ求められるが, その内, 重要なのは低次の振動数のもので高次のものは信頼度が薄いため, 自由度の半分を有効と考えた。

### 3 応答解折

実際の地震記録が与えられた場合に, その地震動が構造物にどのように影響するかを知る必要がある。ある特定の構造物の与えられた地震加速度の時間的経過  $Z(t)$  に対する動的歪  $Y_n(t)$  は, 減衰を考えた構造物の振動数を減衰をうけない場合の振動数に等しい。即ち, 減衰率は常に小さい値であると仮定すると, その特定な地震動に対して次式を計算する事によって得られる。

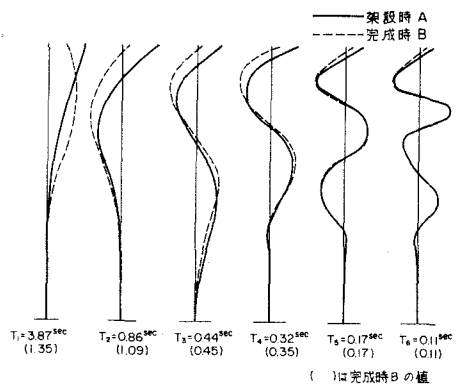


図-4 固有周期及び標準振動形

$$Y_n(t) = -\frac{R_n}{M_n \omega_n} \int_0^t Z(\tau) e^{-\lambda_n \omega_n (t-\tau)} \sin \omega_n (t-\tau) d\tau \quad \dots 2$$

ここで、 $R_n$ は $n$ 次の振動形が地震によって刺激される度合を示すもので、 $\{\phi_n\}^T (M_i)$ によって計算される。 $M_n$ は $n$ 次の振動形の一般化された質量を示すもので  $\{\phi_n\}^T (M_i) \{\phi_n\}$ で計算される。地震加速度 $Z(t)$ は解析関数ではないので、(2)式の積分は数値積分によらなければならない。計算機では上式を次の様に置き換えてプログラムされている。

$$Y_n(t=t_1) = \frac{R_n \Delta t}{M_n \omega_n} [A(t=t_1) \sin \omega_n t_1 - B(t=t_1) \cos \omega_n t_1]$$

$$A(t=t_1) = Z(t=t_1) \cos \omega_n t_1 + e^{-\lambda_n \omega_n \Delta t} A(t=t_1 - \Delta t)$$

$$B(t=t_1) = Z(t=t_1) \sin \omega_n t_1 + e^{-\lambda_n \omega_n \Delta t} B(t=t_1 - \Delta t)$$

ここで、 $\Delta t$ は積分間隔で $t_1$ は応答値を求める時点を示す。また、 $\lambda_n$ は $n$ 次の振動形に対する減衰率で臨界減衰に対する比として求められるが、振動形におよぼす影響は小さいため、各振動形に対して共通の値を用いる方が便利である。図-5は固有振動数の計算に引続き電子計算機にプログラムされている構造物の応答解析の流れ図を示している。ここで新たにInputされるDataは、地震加速度の時間的経過 $Z(t)$ および減衰率 $\lambda$ で、計算例では前述の如く、 $Z(t)$ には、

1940年, E L, Centro(N-S)の記録を使用し $\lambda$ は独断的に0.05とした。 $R_n$ および $M_n$ が計算されると、与えられた $Z(t)$ を積分しやすいように等時間間隔に補正する。計算例では積分間隔を $1/160$ 秒とし20間隔ごとに一つの応答値を求めた。(2)式で求めた振巾 $Y_n(t)$ は各規準振動形に対する種々の時間の応答値として矩形のマトリックスの形で整頓され、マグテープの中に書込まれる。このため、 $(Y_n t)$ は $n$ 次の振動の振巾を示すマトリックスで、したがってある時間 $t$ における $i$ なる質点の変位マトリックス $(v_i t)$ は $n$ 次における質点 $i$ の相対変位のマトリックス $(\phi_i n)$ を用いて移動座標に変換する事ができる。即ち

$$(v_i t) = (\phi_i n) (Y_n t)$$

より質点の変位を求め得るのである。質点の変位が決定されると、曲げモーメント、せん断力は前に求めた影響係数 $[m_{ij}]$ 、 $[q_{ij}]$ を用いて静力学的な方法で簡単に求める事ができる。これ等の計算結果は普通膨大な量となるので最後に設計に必要な最大値のみをその中から探し出してOutputするようにしている。例題A, Bについて計算した結果を図-6から図-10までに示す。

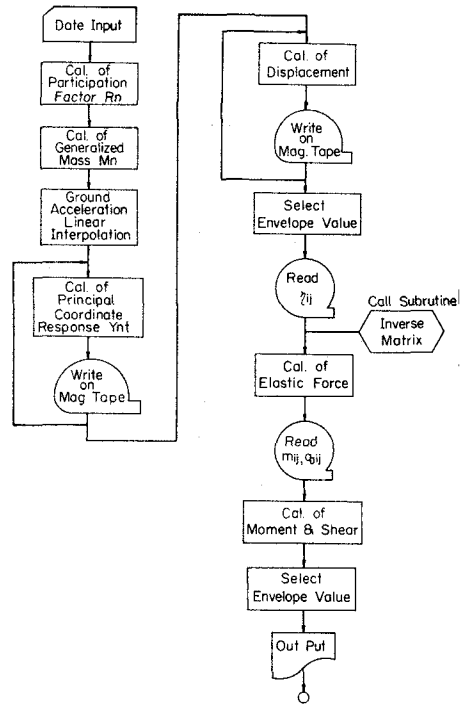


図-5 地震応答解析のための流れ図

図-6, 7, 8は構造物が地震をうけた場合その初震から数秒後に質点がどのように変位し、曲げモーメント、せん断力が時間と共にどのように変化するかを示したものでこれ等の曲線は各質点について求められるがここにはその代表的な例として主塔頂部と橋脚底部のたわみ、曲げモーメント、せん断力の時間的変化のみを示した。なお、1940年、E L, Centro の記録による地震の継続時間は、1.35秒程度でこの継続時間全体について計算しているがその内、重要な6秒までの部分のみを図示した。図上何れも実線は架設時、点線は完成時のものを示している。図-6, 7, 8では数秒後に主塔および橋脚が全体としてどのように変位しているかを見る事ができない。この状態を知るために初震から2.75秒経過した時の主塔および橋脚の変位と応力状態を示したものが図-9である。実際の設計検討に必要なのは図-10に示すたわみ、曲げモーメント、せん断力の最大値で勿論この曲線は異った時間に生じた最大の値を集めたものである。

#### 4 考 察

構造物の応答解析を前記のように、地盤加速度から求める場合には膨大な計算量を必要とし、手計算または卓上計算機では、その使用範囲は全く限定されてしまい、結局電子計算機によらなければならないと云う不都合が生ずる。勿論長大スパンの吊橋のような数少ない構造物についてはこの程度の計算はやむを得ないかも知れないが、もっと簡単な方法があればそれにこした事はない。この節では、応答スペクトルの方法がどの程度の信頼性をもって計算され得るかを検討し合わせて震度法についても若干述べたいと思う。

(2)式において、 $Y_n(t)$ は右辺の積分値に正比例しておりしたがって $Y_n(t)$ の最大値は積分値の最大値から直接求める事ができる。この積分値は速度のディメンジョンをもっており Spectral Velocity,  $S_v$  とよばれている。

この値は振動数 $\omega_n$ と減衰率 $\lambda_n$ および地盤加速度 $Z(t)$ の形にのみ影響される値である地盤加速度 $Z$ に対し減衰率を仮定すれば種々の振動数に対して1本の $S_v$ 曲線を得る事ができる。このような Spectral Response 曲線は数種の地震記録に対して既にHousnerによって求められており、この曲線から得られた $Y_n(t)$ の最大値を用いて構造物の応答を正確に予知する事ができると述べている。また、今の問題のように数個の振動形式を考える必要のある場合には、確立論的な考えにより Modal 最大値の平方の和を平方根で開く事により同様な結果が得られる事を指摘している。

計算例の結果より $S_v$ 曲線を求めると図-11の如くである。

$Y_n(t)$ の最大値を、 $Y_n = \frac{R_n}{M_n \omega_n} \cdot S_v$  として求めると、各質点の最大変位は、1式より求めた $n$ 次の振動形  $\{\phi_n\}$  を用いて近似的に

$$v_i(\max) = \sqrt{(Y_1 \phi_{i1})^2 + (Y_2 \phi_{i2})^2 + \dots + (Y_n \phi_{in})^2}$$

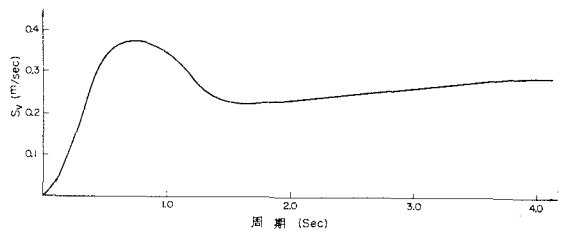


図-11  $S_v$ -曲線

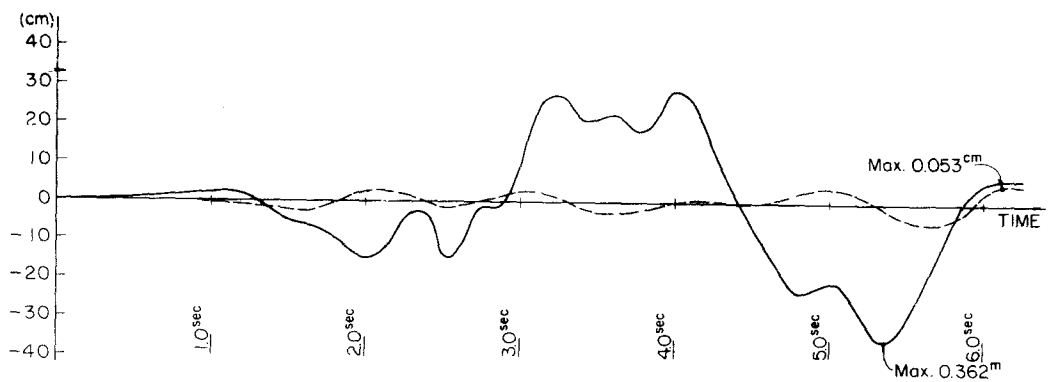


図-6 主塔頂部の揺み-時間曲線

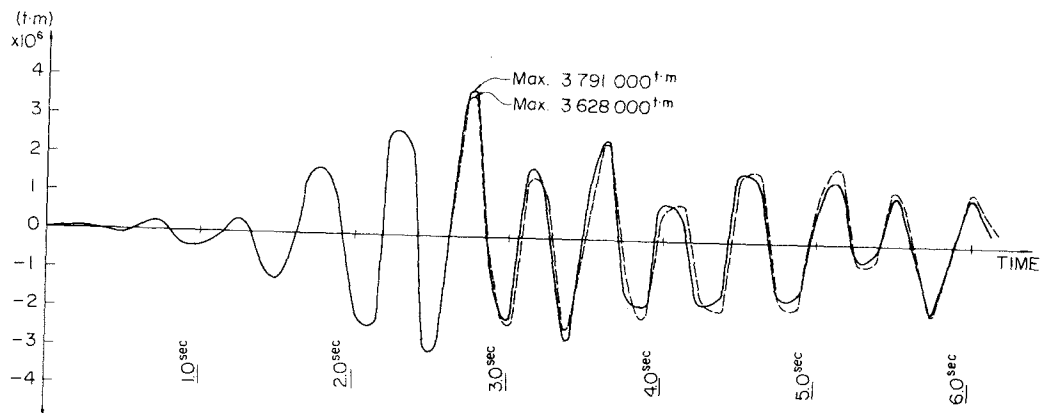


図-7 橋脚基部の曲げモーメント-時間曲線

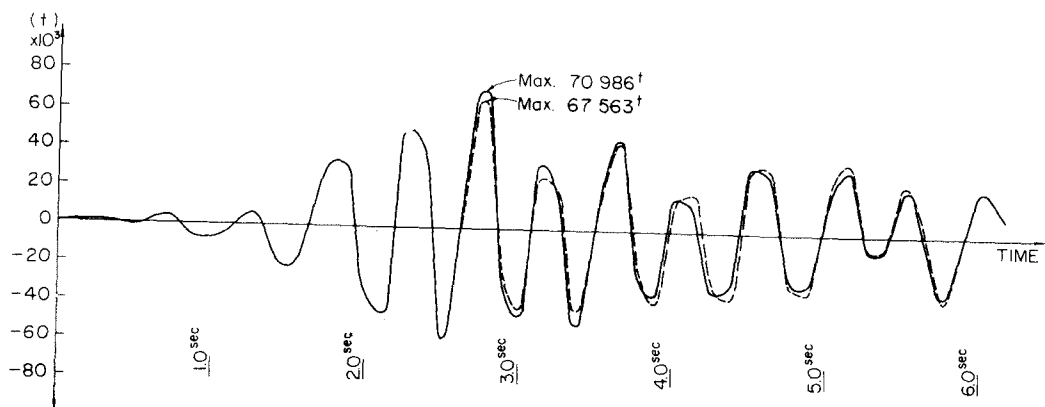


図-8 橋脚基部のせん断力-時間曲線

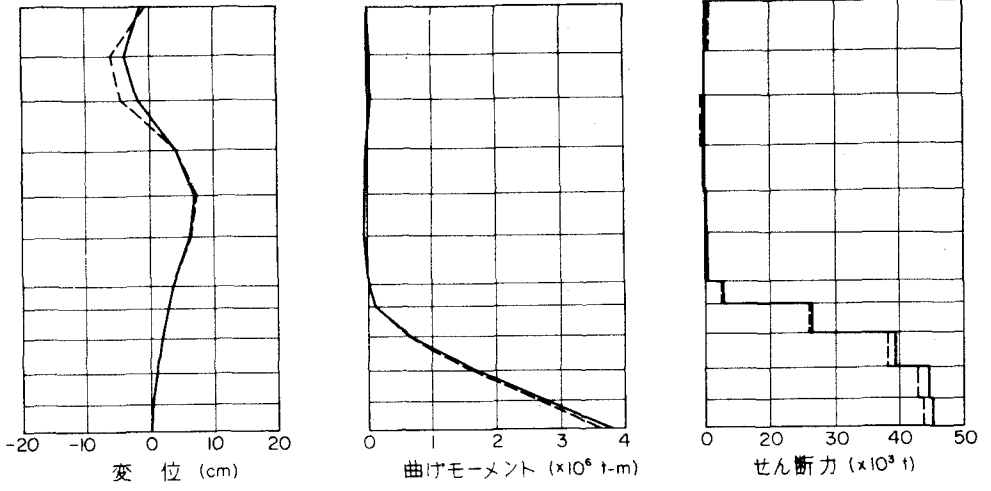


図-9 2.75秒後の主塔及び橋脚の状態

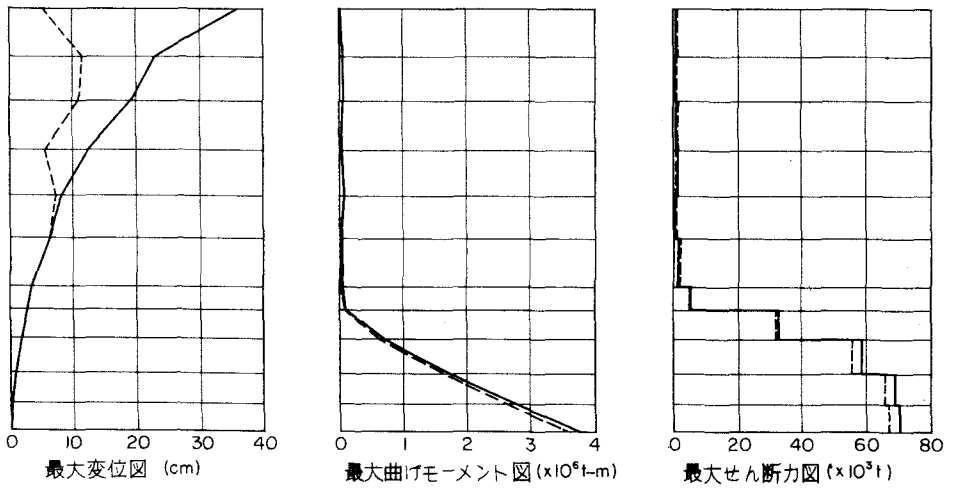


図-10

により求められる。前節の地震記録から求めた最大変位と応答スペクトル法によって計算した結果を比較すると図-12の如くである。当然の事ではあるが、剛度の高い橋脚部では充分なる近似を得ているが、柔軟な主塔においては10~20%の誤差を生じている。なお、震度法により近似する事を試みたが系統立った結果を得る事はできなかった。

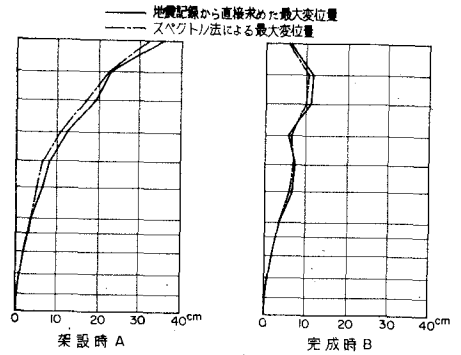


図-12 最大変位量の比較図

## 5 むすび

以上構造物の動学的な問題にデジタル計算機が応用される場合の解析方法のあらましと、その応用例についての概要を述べたが、これ等を実際の設計に適用するにはなお、種々の問題点を残す事になる。地震波の入力パターンの設定はその解決を最も急がなければならない問題の1つである。基礎地盤の特性および構造物全体としての動学的特性については土質試験、模型実験等により、なお一層、究明されなければならない。更に応答解析結果と設計を結びつける耐震安全性の尺度についても今後、充分検討し議論されなければならないであろう。

本論が実際問題にどの程度参考になるかは疑問であるが、解析的手段による限り、今後繰返し試算する事により従来の耐震設計法の良否を検討し得る事になるであろうし、また、解析結果に一般性を与えてそれを設計上の知見として広く設計方式の合理化に役立たせる事ができるものと信じている。

最後にこの稿の執筆に当って、三菱重工の阿部馨氏及び伊藤忠電子計算機サービスの犬丸ちづ子女史の協力を得たのでここに感謝の意を表する。