

変動風による吊橋の不規則振動に関する一実験

平 井 敦 *

岡 内 功 **

宮 田 利 雄 ***

小 樋 一 郎 ****

1 ま え が き

吊橋の空気力学的安定性を論ずる際に、風洞における模型実験は必要不可欠なものである。吊橋の補剛桁が複雑な形状をもつ断面であるために、これに作用する風力の解析が甚だ難しい。したがって、安定性の問題に関する既往の理論的諸研究も幾多の問題を持つていると考えるのが正しい。

筆者なども耐風安定性に関して部分模型による風洞実験から、さらに全径間模型を用いて風力作用下の三次元的現象を把握するため実験的検討を進めてきた。その一部を前回、「吊橋に対する風洞実験について」によつて報告したが、今回は吹送する風そのものに変動を与えた場合の吊橋模型の応答について実験を行ったのでこの報告をしたい。

元来、自然風を考えると、これが定常的な流れであることは殆んどなく、本来非定常なものである。このように変動性をもつ流れに対して多分に可撓な吊橋が如何に応答するかは大きな問題点であろう。この変動風による吊橋の動的影響に関して実験的検討を行うときに、最も問題となるのは風洞内において如何に自然風を再現させるかにあるが、ここでは数枚の板をならべた格子、あるいは一枚の板を風洞の吹出口一杯に置いて風を吹送するという方法をとつた。簡単な装置であり、エネルギーの供給法としては特殊な場合に属するであろうが、以下にこの実験結果について述べることにする。

2 実験内容

2.1 実験模型

実験に使われた模型は、トラス型補剛桁をもつ吊橋模型で、断面、剛性、重量などの大きさは実際橋を想定し、空力弾性的相似則に基づいて決定されている。諸元の大体を示すと、

$$\begin{aligned} \text{モデル I} \quad \text{スパン } l &= 813 \text{ cm} \\ \text{サ グ } f &= 80.2 \text{ cm} \\ \text{ケーブル水平張力 } H_w &= 1.314 \times 10^4 \text{ g (片側)} \\ \text{単位死荷重 (ケーブル共) } W &= 12.75 \frac{\text{g}}{\text{cm}} \text{ (片側)} \\ \text{ケーブル剛度 } E_c A_c &= 1.91 \times 10^7 \text{ g, (} L_c = 944 \text{ cm)} \\ \text{補剛桁曲げ剛性 } EI &= 9.63 \times 10^7 \text{ g cm}^2 \end{aligned}$$

* 東京大学工学部

** 中央大学理工学部

*** 東京大学工学部

**** 石川島播磨重工業 KK

床版部有効巾 $b = 17\text{ cm}$ (開床構造)

ケーブル間隔 $2e = 30\text{ cm}$

補剛桁トラス高 $h = 12\text{ cm}$

この他、剛性、重量ともにやや小さいモデルⅡも使用している。

2.2 変動風発生装置

タイプA 約6cm巾の木板を6本、12cmの間隔をおいて橋軸方向に吹出口一杯にならべた。鉛直方向は巾の狭い角材を10cm間隔においている。(吹出口の大きさは8m×1.2m)概略を写真-1に示す。

これによると、風の変動性は鉛直方向については大体等質、橋軸方向については一様と考えられる。

タイプB 板巾(d)約5.5cm, 12.8cm, 20cmの板を風洞吹出口の内に吊橋模型の補剛桁の高さと同じ位置におき、風を吹送している。

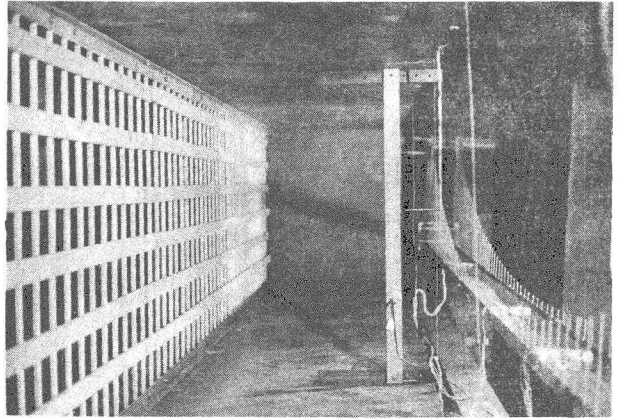


写真-1 変動風発生装置

これによると、周期的な渦の発生が期待される。($f = S \cdot \frac{v}{d}$, S : ストローハル数) 板巾が大きいと変動性が大きく、模型は板の裏側にできる後流中に入るが、風速が大きくなると吹出口内の風速分布(変動性の分布)が片寄り、模型は剪断流の影響を受けることになる。橋軸方向については一様な変動を与えることになる。

2.3 計測装置および計算装置

風速測定：変動風の測定は熱線風速計により行っている。感風部は風軸に直角においてあるので、風軸方向の変動風速 v とその平均風速 V を計測しているが、後述の計算においては、鉛直軸方向の速度成分 w については v と同じであるとして、この値を使っている。

振動記録：スパンの $\frac{1}{2}$ 点、 $\frac{1}{4}$ 点に抵抗線歪計を使った加速度計をおき、これから二回積分して変位に直して記録している。

これらの記録は磁気テープに集録し、アナログ電子計算機(波形処理装置)によるスペクトル解析が容易なるようにしている。

スペクトル計算法は J. W. Tukey の方法により、計算は相関関数を求めるのはアナログで、そのCOS変換によつてパワースペクトル密度を求めるにはデジタル電子計算機を使用した。

3 実験結果

3.1 変動風の結果

タイプA 図-1は平均風速 $V=3.7 \text{ m/s}$ なるときの風速変動の記録で、これをスペクトル解析したものが図-2である。スペクトル密度は低い周波数でピークとなり、周波数がこれより大きくなると急に減少しているが、平均風速が大きくなるにつれ、この減り方がやや緩やかになっている。(図-8, 9)

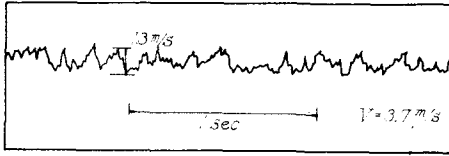


図-1 風速変動の記録例(タイプA)

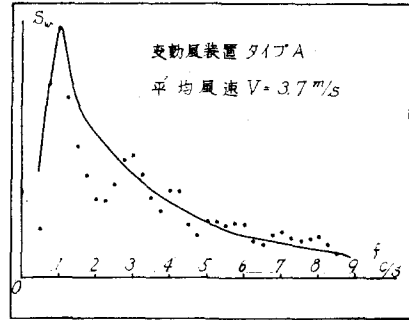


図-2 風速変動のスペクトル計算例

タイプB ある(平均)風速での変動風のスペクトルを求めると、図-5(c)のようになり、ある周波数でピークを示している。このタイプで発生する渦流の周波数は一つの値が明らかに卓越し、しかもこの値は風速に比例して大きくなっている。変動する程度はタイプAに比べてかなり大きい。

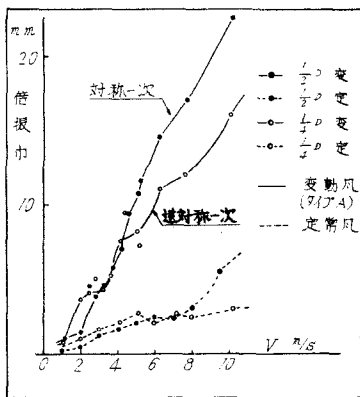


図-3 トラス型モデルの振動記例

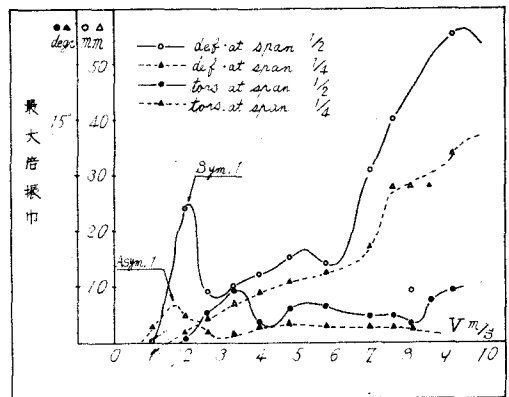


図-4 モデルIIのタイプB内cの振動

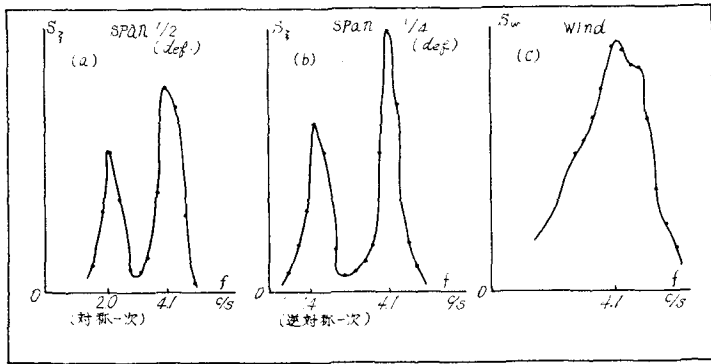


図-5 { モデルⅡ
タイプB } におけるスペクトル解析例 (T = 4.0 m / s)

3.2 吊橋模型の振動記録

トラス補剛桁をもつ吊橋模型が、定常風をうけたときの振動は鉛直曲げ振動がやや発現するのみで、横方向の振動、捩れ振動はほとんどみられない。図-3の点線で示されたグラフはモデルⅠの上下振動の(最大)倍振巾を風速に対しプロットしたものである。このときの振動波形は対称一次、および逆対称一次であつた。

このモデルⅠをタイプAの変動流中においたときの鉛直方向の曲げ振動記録が同じ図-3の点線が示したグラフである。図においてはスパン $1/2$ 、 $1/4$ 点での記録がそれぞれ $1/2 D$ 、 $1/4 D$ として示されているが、このときの振動波形は定常風の場合と同じであり、捩れ振動は小さく、横方向の振動はほとんどない。

モデルⅡをタイプBの変動流中においた場合は図-4の如くに渦の周波数が各自の固有振動数に近くなる風速において振巾にピーク値が現われ共振現象が認められた。図-4において各々のカーブに低い風速でピークが認められるが、これは曲げ、捩れ共にそれぞれ対称一次 ($1/2$)、逆対称一次 ($1/4$) 波形に対応した共振を示すものである。

この実験で得られた振動記録および風速記録は不規則性が強く、単純な解析では充分な検討がなし得ない。そこで各記録について、統計的な処理を施してその特性を把握する方法が有効と考えられる。一般的な不規則振動のスペクトル解析をこの実験結果に応用することにする。

4 解析の一般的方法

任意点の変位 $\xi(x, t)$ を、

$$\xi(x, t) = \sum_r \xi_r(x) \phi_r(t)$$

とおく。ただし、 $\xi_r(x)$ は規準函数、 $\phi_r(t)$ は規準座標である。

$x = x_p$ において $p(t) = p_0 e^{i\omega t}$ なる外力が作用しているものとすれば、各規準形に対し、Lagrange の運動方程式から、

$$M_r(\ddot{\phi}_r + 2\xi_r W_r \dot{\phi}_r + W_r^2 \phi_r) = \xi_r(x_p) \cdot P_0 e^{i\omega t}$$

これから、

$$\xi_r(x, t) = \sum_r p_0 e^{i\omega t} \left[\frac{\xi_r(x) \xi_r(x_p)}{M_r} \frac{1}{W_r^2 - W^2 + i \cdot 2 \xi_r W_r W} \right]$$

ただし, m は単位長当りの質量

W_r は規準形に固有な振動数

$$M_r = m \int_0^{\ell} \xi_r(x) dx$$

単位荷重が $x = x_p$ に作用したときの x 点の変位は,

$$\partial_{x_p}(i\omega) = \sum_r \left[\frac{\xi_r(x) \xi_r(x_p)}{M_r} \frac{1}{W_r^2 - W^2 + i \cdot 2 \xi_r W_r W} \right]$$

橋軸方向に分布した荷重 $p(x, t)$ による任意点での変位のスペクトル密度 $S_{\xi}(x, t)$ は, 荷重間の相互関係を考慮して,

$$S_{\xi}(x; f) = \int_0^{\ell} \int_0^{\ell} \partial_{x_A}^* \partial_{x_B} S_p(x_A, x_B; f) dx_A dx_B$$

なる関係が得られる。

ここで, S_p は点 x_A, x_B における荷重の相互スペクトル密度を表わす。

特別な例として,

i) 荷重間に相互相関のない場合: $p(x, t) = p(t) \delta(x - x_p)$

$$S_{\xi}(x; f) = \partial_{x_p}^* \partial_{x_p} S_p(f) \quad (4-1)$$

ただし, $S_p(f)$ は $p(t)$ のスペクトル密度である。

ii) direct な相関のある場合: $p(x, t) = p_0(x) \cdot p(t)$

$$S_{\xi}(x; f) = I \int_0^{\ell} \partial_{x_A} p_0(x_A) dx_A I^2 S_p(f) \quad (4-2)$$

iii) $S_p(x_A, x_B; f) = S(x_B; f) \delta(x_A - x_B)$ の場合

$$S_{\xi}(x; f) = \int_0^{\ell} I \partial_{x_B} I^2 S(x_B; f) dx_B \quad (4-3)$$

5 実験結果への適用

トラス型吊橋模型の振動は前述のとおり鉛直曲げ振動が大きく現われるので, これに着目する。この上下方向の振動を越す力としては揚力 L が考えられるのであるが, 鉛直方向の速度成分 W に揚力 L を,

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 b a_0 \left(\frac{W}{V} - \frac{\xi}{V} \right) \quad (5-1)$$

と仮定する。

ただし, $a_0 = \frac{dC_l}{d\theta}$, C_l ; 揚力係数, ρ ; 空気密度

さて, W 即ち L は橋軸方向については同一なものと考えてよいので, S_L を単位長当りの揚力 L のスペクトル密度とすれば, (4-3) 式において $S(x_B; f) = S_L(f) dx'$ とおいて,

$$\begin{aligned} S_{\xi}(x; f) &= S_L(f) \cdot \ell \int_0^{\ell} I \partial_{x_L} I^2 dx_L \\ &= S_L(f) \cdot X(x; f) \end{aligned} \quad (5-2)$$

$$\text{ただし, } X(x; f) = \ell \int_0^\ell I \partial_{xL} I^2 dx_L \quad (5-3)$$

SLは式(5-1)から,

$$S_L(f) = \frac{1}{4} \rho^2 V^2 b^2 a_0^2 S_w(f) \quad (5-4)$$

とおけるが, これは仮定しているのである。Sw(f)は速度成分Wのスペクトル密度である。

式(5-3)のXを求めるのにr=6までとるとすれば, 振動形は対称振動については(r:奇数),

$$r=1 : \xi_1(x) = \sin \frac{\pi}{\ell} x + a \sin \frac{3\pi}{\ell} x + b \sin \frac{5\pi}{\ell} x$$

$$r=3 : \xi_3(x) = \sin \frac{3\pi}{\ell} x$$

$$r=5 : \xi_5(x) = \sin \frac{5\pi}{\ell} x$$

逆対称振動については(r:偶数),

$$\xi_r(x) = \sin \frac{r\pi}{\ell} x \quad (r=2, 4, 6)$$

とおくことができる。これよりスパン $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ 点での倍率係数Xは,

$$x = \frac{\ell}{2} : X_{1/2} = \frac{1}{8\pi^4 m^2} \left[\frac{1}{Z_1^2} \frac{(1+a+b)^2}{1^2+a^2+b^2} + \frac{1}{Z_3^2} + \frac{1}{Z_5^2} \right] \quad (5-5)$$

$$x = \frac{\ell}{4} : X_{1/4} = \frac{1}{8\pi^4 m^2} \left[\frac{1}{Z_2^2} + \frac{1}{Z_6^2} \right] + \frac{1}{2} X_{1/2} \quad (5-6)$$

ただし,

$$\frac{1}{Z_r^2} = \frac{1}{(f_r^2 - f^2)^2 + 4 \xi_r^2 f_r^2 f^2}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ である。}$$

f_r は各振動波形に対する系の固有振動数, ξ_r は減衰定数を表わす。

空気力学的減衰力については, 鉛直曲げ振動に対する対数減衰率が,

$$\delta_a = \frac{dL/d\theta}{2 f_r V_m}$$

と与えられているので, これを用いることにする。[#]

ただし, $dL/d\theta$ は単位長当りの揚力の迎角 θ に対する変化率である。ここで $L = \frac{1}{2} \rho V^2 b a_0 \theta$

と仮定すれば,

$$\delta_a = \frac{\rho b a_0}{4m} \frac{V}{f_r}$$

モデルIについて f_r, ξ_r を示すと次表のようになる。この表の中で, δ_m は無風時の減衰値で, *印は測定値, 他は推定値である。

$a_0 = \frac{dCL}{d\theta}$ は部分模型による実験から2.39と与えられる。

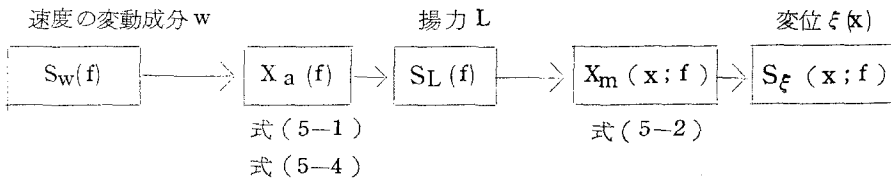
減衰定数 $\zeta_r = \frac{\delta_r}{2\pi}$ である。

Davenport, A. G. "The Response of slender, line-like structures to a gusty wind", Proc, ICE, 1962.

r	fr%	δ_m	δ_a	V = 3.7 m/s		V = 7.8 m/s	
				$\delta_r = \delta_m + \delta_a$	$\delta\zeta_r$	δ_r	ζ_r
1	2.22	0.034*	0.022V	0.116	0.0185	0.206	0.0328
2	1.50	0.057*	0.032V	0.175	0.0280	0.307	0.0489
3	4.5	0.045	0.0108V	0.085	0.0133	0.129	0.0205
4	4.1	0.034	0.012V	0.078	0.0124	0.127	0.0203
5	6.8	0.03	0.007V	0.056	0.0089	0.085	0.0135
6	8.2	0.02	0.006V	0.042	0.0067	0.067	0.0107

平均風速 $V = 3.7 \text{ m/s}$, 7.8 m/s の場合について $X_{1/2}$, $X_{1/4}$ を計算すると、図-6, 7のようになる。

これを使つて、式(5-2), (5-4)から変位(鉛直撓み)のスペクトル密度を計算する。速度の変動成分 w のスペクトル密度 $S_w(f)$ は図-8, 9に示す。この場合のブロック図は、



のようになる。

結果は図-10, 11, 12に点線で示されている。実線は記録された曲げ変位をスペクトル解析した結果である。これをみると、スパン $1/2$ 点では対称一次の固有振動数 ($f = 2.22 \%$) で、スパン $1/4$ 点では逆対称一次の固有振動数 ($f = 1.5 \%$) でピークとなっている。

このようにタイプAの変動流での振動は、定常風における場合と同様に低次波形の振動が現われるが、その振巾が大きくなるのである。(図-3)

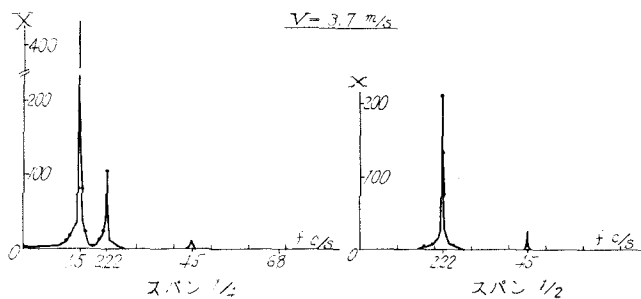


図-7 倍率係数 X

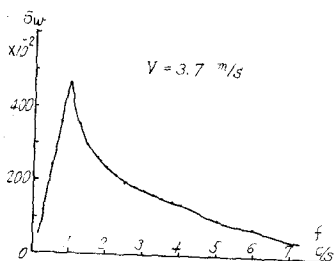
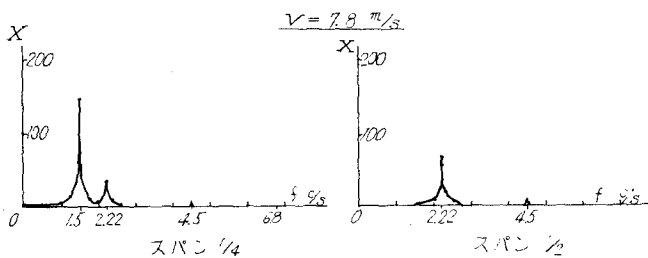


図-8 変動風のスペクトル

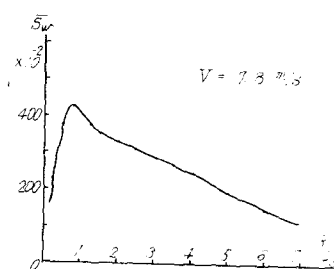


図-9 変動風のスペクトル

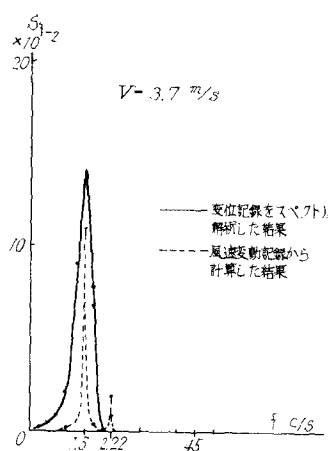


図-10 スパン1/4 の撓み変動の

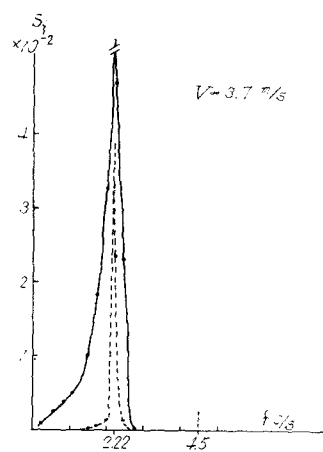
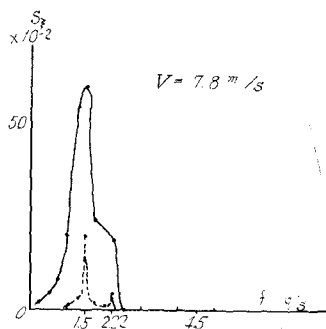


図-11 スパン1/2

図-12 スパン1/4



Xは、減衰が小さいので $f = f_r$ でピークを示し、その値は次のようにおくことができる。

$$X_{1/2}(f_r) = \frac{1}{8\pi^4 m^2} \frac{1}{4\zeta_r^2 f_r^4} \quad ; \quad r = 1, 3, 5$$

$$X_{1/4}(f_r) = \frac{1}{8\pi^4 m^2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4\zeta_r^2 f_r^4} \quad ; \quad r = 2, 6 \\ \left(\frac{1}{8\zeta_r^2 f_r^4} + \sum_s \frac{1}{(f_r^2 - f_s^2)^2 + 4\zeta_s^2 f_s^2 f_r^2} \right) \quad ; \quad \begin{array}{l} r = 1, 3, 5 \\ s = 1, 3, 5 \\ r \neq s \end{array} \end{array} \right\}$$

ここで $r=1$ (スパン $1/2$)、 $r=2$ (スパン $1/4$) について各風速 V に対する変位のスペクトル密度を求めてみると図-13、14のような結果になる。

$$S_{\xi}(x; f_r) = \frac{1}{4} \rho^2 V^2 b^2 a_0^2 \cdot S_w(f_r) \cdot X(x; f_r)$$

$$r = 1, 2$$

$$X(x; f_r) = \frac{1}{8\pi^4 m^2} \frac{1}{4\zeta_r^2 f_r^4}$$

$$\zeta_r = \left(\delta_m + \frac{\rho b a_0}{4m} \frac{V}{f_r} \right) / 2\pi$$

$S_w(f_r)$ については各風速での測定値からスペクトル密度を計算し、その結果を用いている。

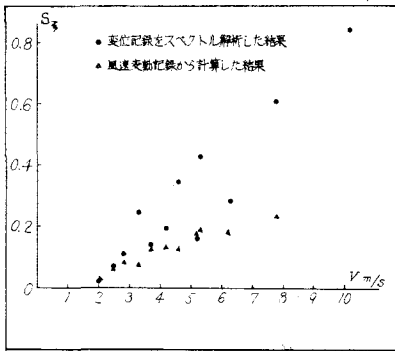


図-13 スパン $1/4$ における撓み変位のスペクトル $L f = 1.5\%$ に於て)

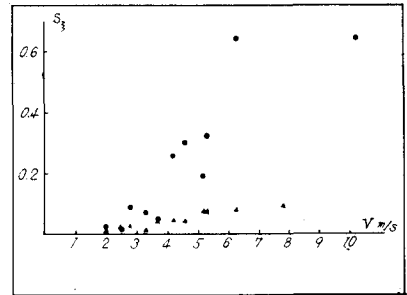


図-14 スパン $1/2$ 点における撓み変位スペクトル $L f = 2.2\%$ に於て

図-13、14に測定記録した変位のスペクトル解析した結果を合わせてのせてあるが、上式から計算した値とはかなりの差がみられる。これについては、計算を行うときに次のような仮定をしたことによると考えられる。

- i) V なる速度で流れる空気流中の減衰力についての考え方(対数減衰率のとり方)……………倍率係数 X の値に大きく影響する。
- ii) 風速変動 w による非定常空気力について

iii) 風速変動の空間相関について

6 実験結果の総括と今後の研究課題

トラス型補剛桁をもつ吊橋模型の定常流で発生する曲げ振動は、トラス部材から剝離する渦によるがこの効果自体が小さい上に相互に干渉されて減殺されるので大きい振動とはなり得ないと考えられる。これはタイプAの変動流中では振巾は増大するが、振動波形などは同じ様相を示すことから判断できる。ただし、変動流がトラス部材によつて再度如何なる乱され方をするかは明らかでない。即ち、変動流そのものがすぐ起振力になるとは一概に云えないのであるが、トラス断面のような場合については前述の如く扱つても大きな差はないであろう。ここで、風速あるいは風速変動成分が固有な断面形をもつ振動体に対し如何なる力を作用させることになるが、即ち、非定常空気力の解明が望まれるのである。これは定常流中でいわゆる自励振動を行うH型モデルが各種の様相をもつ変動流をうけたときの応答を考えるとときにも大きな問題となる。

こんどの問題として、自然風との対応(空間相関、渦流の大きさなど)を十分に考えた変動流を風洞内で再現するように一層努めること、振動する固有な断面形に対して定常流、変動流が作用する空気力、あるいは空気力学的減衰値を十分考慮して解明を行うことがあると考えている。