

電子計算機による長径間吊橋の設計について

深 谷 俊 明 *
雨 宮 敏 男 **
西 田 繁 一 ***

§ 1 概 要

本論文は、三径間単純及び連続吊橋の補剛トラスと塔の活荷重（温度変化を含む）及び横荷重（風荷重及び地震荷重）に対する解析について、その理論式、電子計算機の為のフローチャート、計算例を示す。補剛トラスの活荷重に対する計算は、ケーブルの水平張力を一定と考え、水平張力の最大と最小の2組の影響線を計算する事により応力又は変位が最大となる様な載荷状態を求める方法を用い、任意の径間長を持つ単純及び連続吊橋の補剛トラスの応力と変位まで連続的に求める様プログラムしている。補剛トラスの横荷重に対する計算は、任意の径間を10又は20等分し、各点における補剛トラスの横荷重分担量を未知量として、ケーブルと補剛トラスの釣合式より各点の荷重分配を求める方法を用い、任意の径間長を持つ単純及び連続吊橋のケーブル変位、補剛トラスの応力及び変位まで連続的に求める様プログラムしている。塔柱は活荷重により橋軸方向に撓むが、この撓みは塔頂鉛直力塔自重及び路面荷重の他、塔頂水平力により生ずるものとし、塔柱断面の変化する点の境界条件よりN元連立方程式を作り、塔頂の水平力及び塔柱の撓み曲線を求める方法で、任意の高さの変断面塔柱の応力及び変位まで連続的に求める様プログラムしている。塔の橋軸直角方向の計算には変位法を用い、計算は任意の結構及び任意の荷重状態に対し、INPUT DATA の順序に従って各部材の節点の性質、支点の性質等を判別し、N元連立方程式を作り、各部材の変位及び応力計算まで連続的に求める様プログラムしている。

§ 2 活荷重に対する応力計算

撓度理論による吊橋の解析は、次の微分方程式を解く事により求められる。

$$EI \frac{d^4 \eta}{dx^4} - (Hd+H) \frac{d^2 \eta}{dx^2} - H \frac{d^2 y}{dx^2} = P(x) \dots\dots\dots(1)$$

ここにEIは補剛桁の曲げ剛性、 η は撓み、Hdは死荷重によるケーブルの水平分力、Hは活荷重によるケーブルの水平分力、yはケーブルの垂距、P(x)は活荷重を示す。上式は軸方向張力を受け

* 日本交通技術(株) 工博 ** 日本交通技術(株) *** 左 同

る初期撓みのある梁の微分方程式と同一で、種々の鉛直荷重が作用する場合、ケーブルの水平分力一定 ($H_r = H_d + H = \text{Const}$) と仮定すると、曲げモーメント、せん断力、撓み角、撓み等は、各々の载荷状態を重畳する事によって得られる。従って(1)式は、水平分力 H_r を受けている曲げ剛性 EI の梁が、 $P=1$ の集中荷重を受けている場合、及び等分布荷重 $8fH/\ell^2$ (但し最初のケーブル曲線は放物線である。)を受けている場合に分けて考える事が出来る。

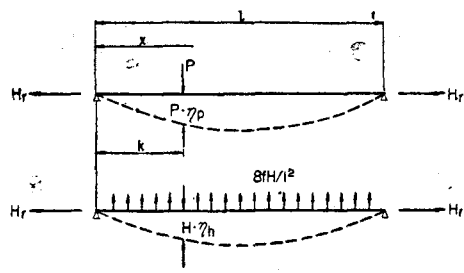


図 1

これ等の荷重状態について(1)式の解を求めると、

$$\left. \begin{aligned} \gamma_p &= -\frac{\sinh(\ell-k)}{C^3 EI \sinh C \ell} \sinh c x + \frac{1}{C^2 EI} \frac{\ell-k}{\ell} & (x < k) \\ \gamma_p &= -\frac{\sinh c k}{C^3 EI \sinh c \ell} \sinh c(\ell-x) + \frac{1}{C^2 EI} \frac{k}{\ell} (\ell-x) & (x > k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\gamma_h = -\frac{8f}{EI C^4 \ell^2} \left(\tanh \frac{C \ell}{2} \sinh c x - \cosh c x + 1 - \frac{C^2 \ell^2}{8f} y \right) \dots\dots\dots (3)$$

(2)式より撓み角、曲げモーメント、せん断力は次式により求められる。

$$\gamma'_p = \frac{d \gamma_p}{dx} \quad m_p = -EI \frac{d^2 \gamma_p}{dx^2} \quad V_p = -EI \frac{d^3 \gamma_p}{dx^3} \dots\dots\dots (4)$$

同様にして(3)式より γ_h, m_h, V_h が求められる。

連続吊橋の場合は、塔の点に曲げモーメント T の作用している状態を考えると、(図-2)の荷重

状態を解いて

$$\eta_1 = \frac{T}{C^2 EI} \left(\frac{x}{\ell} - \frac{\sinh cx}{\sinh c\ell} \right) \dots\dots\dots (5)$$

この支点モーメント T は、単純と考えた時の塔の点での不連続角を除去する様に作用せしめ、(2)(3) (4)式の各値を修正するものである。この値は塔の点で両側の撓み角が等しいとして求められる。モーメント T が径間の左端に作用する場合は(5)式の x の項を $(\ell - x)$ に置き換えればよい。従って、 $P=1$ 及び H の単位荷重による撓みの連続に対する修正値 η_{tp}, η_{th} は塔の点で不連続角を除去する様な T_p, T_h を(5)式に代入して求められる。同様に、曲げモーメント、せん断力、撓み角の連続に対する修正値 $(M_{tp}, M_{th}), (V_{tp}, V_{th}), (\eta_{tp}, \eta_{th})$ も求められる。

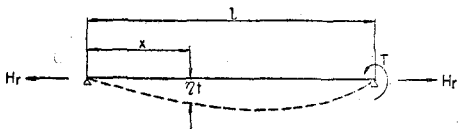


図 - 2

ケーブルの水平分力 H の影響線は、一般の不静定構造物の不静定力の影響線を求めると同様に水平分力 H を不静定力に撰ぶと、軸方向張力 H をもつ梁の撓み曲線として計算出来る。即ち、 H の単位荷重によって生ずるケーブルの水平方向の変位を D とすると、 H の単位荷重によって生ずる移動荷重方向の撓みは $(\eta_h + \eta_{th})$ によって表わされる為、 H の影響線は次式により求められる。

$$\frac{H}{P}(\text{Inf. Line}) = - \frac{\eta_h + \eta_{th}}{D} \dots\dots\dots (6)$$

D はケーブルの弾性的な水平方向の変位 $\frac{L_s}{AEc}$ 及び $(\eta_h + \eta_{th})$ によって生ずるケーブルの水平方向の変位量を含み次式で求められる。

$$D = \frac{L_s}{AEc} - \Sigma \frac{8f}{\ell^2} \int_0^\ell \eta_h dx - \Sigma \frac{8f}{\ell^2} \int_0^\ell \eta_{th} dx \dots\dots\dots (7)$$

補剛トラスの任意点の撓みは、次式によって求められる。

$$E = (\eta_p + \eta_{th}) \cdot P + (\eta_h + \eta_{th}) \cdot H \dots\dots\dots (8)$$

同様にして、撓み角 E' 、曲げモーメント M 、せん断力 V が求められる。従って、これ等の影響線は次式に示す如く全く同様の手順で求められる。

$$\begin{pmatrix} \frac{E}{P} \\ \frac{E'}{P} \\ \frac{M}{P} \\ \frac{V}{P} \end{pmatrix} \text{ (Inf.Line) } = \begin{pmatrix} (\eta_p + \eta_{tp}) + (\eta_h + \eta_{th}) \frac{H}{P} \\ (\eta'_p + \eta'_{tp}) + (\eta'_h + \eta'_{th}) \frac{H}{P} \\ (m_p + m_{tp}) + (m_h + m_{th}) \frac{H}{P} \\ (V_p + V_{tp}) + (V_h + V_{th}) \frac{H}{P} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

温度応力は単独に計算し、上記によって求めた応力に加え合せばよい。温度変化によるケーブルの水平分力 H_t は、温度変化 ψ 、線膨脹係数 W に対して、ケーブルの水平方向変位は w 、 L_t となる故、

$$H_t = - \frac{W_t \cdot L_t}{D} \dots\dots\dots (10)$$

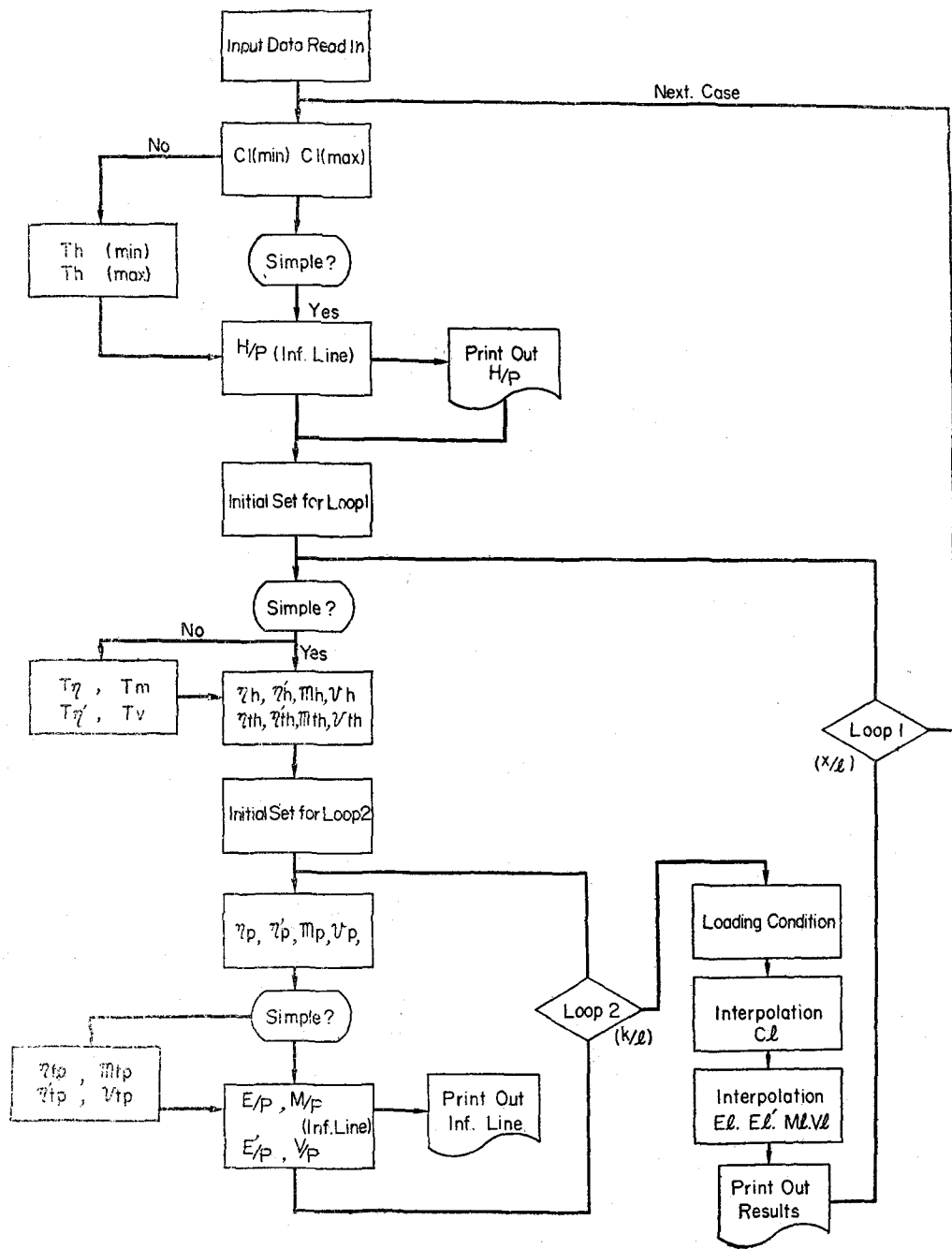
又温度変化による撓み、撓み角、曲げモーメント、せん断力は、(8)式で $P=0$ として

$$\begin{pmatrix} E_t \\ E'_t \\ M_t \\ V_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\eta_h + \eta_{th}) H_t \\ (\eta'_h + \eta'_{th}) H_t \\ (m_h + m_{th}) H_t \\ (V_h + V_{th}) H_t \end{pmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

上記の各計算は、 $H_t = \text{Const}$ として計算したもので、実際には活荷重の載荷状態によってケーブルの水平分力が変化する為に得られた結果を補正しなければならない。ある点に最大の影響を及ぼす様な載荷状態は H_t の最大と最小の値の1次補挿によって求められる為、2組の H_t に対して(9)式を計算し、最大載荷状態が定まると、それ等の載荷状態に対する正確な H_t を求め、2組の H_t について計算した、撓み、撓み角、曲げモーメント、せん断力を補正すればよい。

此等の計算は全て電子計算機により連続的に計算出来る。(図-3)はその計算順序の流れ図を

示している。



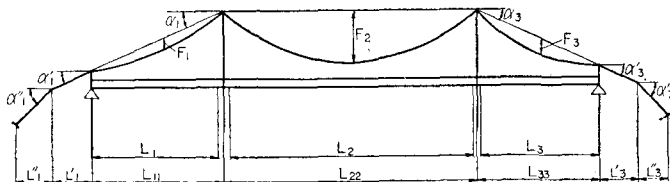
☒ — 7

表-1、2は中央径間1,500 mの二鉸補剛トラスの吊橋の曲げモーメントの計算例を示したもので、表-1はInput Data。表-2は中央径間0.2ℓ点の正負の最大曲げモーメントを示している。その結果を図示すると図-4の如くである。

(b)の影響線より正負の最大曲げモーメントを与える様な載荷状態を求め、この載荷状態に対するCL値を(a)より求め、最終的な水平張力と曲げモーメントHL、MLはこのCL値を用いて一次補挿した値として求められる。

せん断力、撓み、撓み角も全く同様の手法で求められる。

表 - 1



項	目	記号	単位	基本数値
左側側支間		L_1	m	675
中央支間		L_2	m	1500
右側側支間		L_3	m	675
主塔サドル間距離	中央	L_{22}	m	1512
	左側	L_{11}	m	693
	右側	L_{33}	m	693
中間塔サドルとアンカーサドル間距離				
	左側	L'_1	m	0
	右側	L'_3	m	0
アンカーサドルとケーブル定着点間距離				
	左側	L''_1	m	15
	右側	L''_3	m	15
中央径間のサグ		F_2	m	150
側径間のサグ	左側	F_1	m	30.4
	右側	F_3	m	30.4
中央径間ケーブル弦の傾斜角			sec	0
側径間ケーブル弦の傾斜角				
	左側	α_1	sec	1.0355
	右側	α_3	sec	1.0355
中間塔部ケーブルの傾斜角			sec	
	左側	α'_1	sec	0
	右側	α'_3	sec	0

項	目	記 号	単 位	基 本 数 値
アンカー部ケーブルの傾斜角	左側	α^L	sec	1.4142
	右側	α^R	sec	1.4142
側径間補剛トラス断面 2 次モーメント		I ₁	m ⁴	4.338
中央径間補剛トラス断面 2 次モーメント		I ₂	m ⁴	4.338
側径間補剛トラス断面 2 次モーメント		I ₃	m ⁴	4.338
ケーブルの断面積		A C	m ²	1.112
鋼の弾性係数		E	t/m ²	20 × 10 ⁶
ケーブルの弾性係数		E C	t/m ²	19 × 10 ⁶
鋼の線膨脹係数		OMEGA		0.000012
死荷重強度 (片側ケーブル当り)		W ₁	t/m	25.47
〃		W ₂	t/m	25.47
〃		W ₃	t/m	25.47

表 - 2

CALCULATION OF BENDING MOMENT

X/L = .200

AREA

	M(MIN)	H(MIN)	M(MAX)	H(MAX)
-	133.6652875	130.0708625	- 109.4507938	128.7722475
-	13.4643086	31.8184977	- 16.1731721	37.8681735
	1589.7231058	258.5288304	1355.3727926	239.8374229
-	1166.9680145	1187.6859292	- 960.8075272	1176.4493729
-	133.6652875	130.0708625	- 109.4507938	128.7722475

INTERPOLATION

		PLUS		MINUS	
	MIN	MAX	MIN	MAX	
H	1292.6441524	1199.1871148	7398.2307606	7359.3102074	
HT	- 533.4049006	- 634.0599383	533.4049006	634.0599383	
H+HT	759.2392518	565.1271765	7931.6356612	7993.3701457	
HL	734.8943182		7984.9120614		
CL	34.5813533		37.0968910		

		PLUS		MINUS	
	MIN	MAX	MIN	MAX	
M	7948.6155290	6676.8639630	-7238.8144913	-5979.4114360	
MT	548.1452032	538.9232926	- 548.1452032	- 538.9232926	
M+MT	8496.7607323	7215.7872556	-7786.9596946	-6518.3347286	
ML	8336.1050179		-6692.1458008		

§ 3 横荷重に対する応力計算

吊橋に横荷重が作用する場合、その荷重はケーブルと補剛トラスによって支持され、その反力が塔柱と橋台に伝達される。トラスとケーブルを連結している吊材は、この2つの構成要素が一体となって働く様に一方が変形するとその影響を他方に伝達する役目をしている。吊橋がその鉛直面外に揺れると、死荷重又は活

荷重が働き、水平方向の変位を減じようとする。従ってあらゆる作用力が平衡状態に落ちつくまで作用している横荷重の再分配が続けられる事になる。図-5は吊橋が横荷重により変位した状態を示している。

図-5より次の関係式を得る。

$$\delta_{1x} - \delta_{2x} - \delta_0 = \Delta \delta_x \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで δ_{1x} は補剛トラスの水平変位、 δ_{2x} はケーブルの水平変位、 δ_0 は塔頂の横方向変位、 $\Delta \delta_x$ はケーブルと補剛トラスとの水平変位の差である。

又補剛トラスとケーブルの水平変位の幾何学的な関係から

$$\Delta \delta_x = \frac{h_x}{P_{1x}} \cdot Z_x \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで h_x はハンガーの長さ、 P_{1x} は補剛部分の鉛直荷重 Z_x は補剛トラスからケーブルに伝達される横荷重を示す。今、補剛トラスが受け持つ荷重を未知量と考えると、その残りの荷重はケーブルが P_{2x} の荷重を受け持っている時の釣合状態を示すと図-6の如くである。

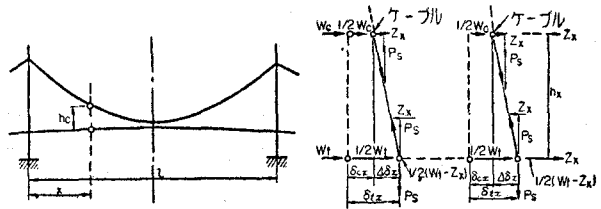
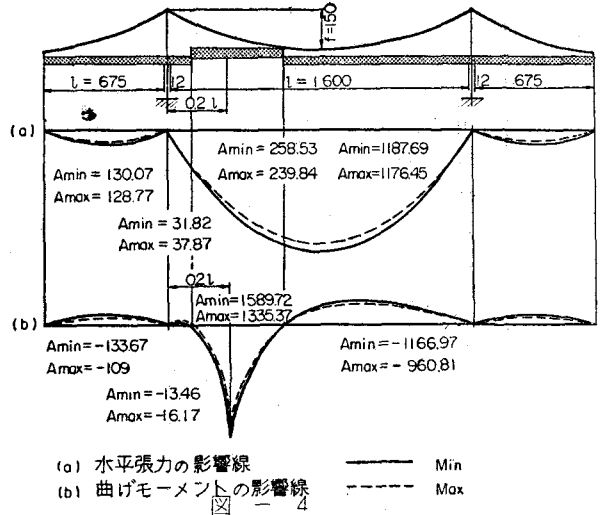


図 - 5

支点より x の断面におけるケーブルの釣合から

$$H_r \cdot \delta_{cx} = S_r \cdot x - \int_0^x P_{cx} \cdot x \cdot dx \quad \dots\dots\dots (14)$$

こゝで S_r は横荷重によるケーブルの支点反力、 P_{cx} はケーブルの受け持つ風荷重を示す。上式の右辺は支間 l で荷重 P_{cx} による単純桁の曲げモーメント M_{ox} と同じになる。従って(14)

式は

$$\delta_{cx} = \frac{M_{ox}}{H_r} \quad \dots\dots\dots (15)$$

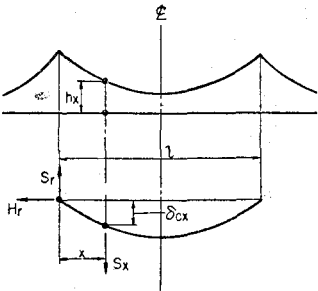


図 - 6

今、補剛トラスの受け持つ横荷重を $X_1, X_2, X_3, \dots\dots\dots X_n$ とすると、 δ_{1x} は X の関数として表わす事が出来る。又(13)式の Z_x は補剛トラスに作用する横荷重を W_1 とすると、 $(W_1 - X_n)$ で表わされる。又(15)式の M_{ox} は全体の横荷重を W とすると、 $(W - X_n)$ で表わされ、結局(12)式は n ケの未知数を含む式となる。この関係が n ケの点で同様に成立するから $X_1, X_2, X_3, \dots\dots\dots X_n$ の n 元連立方程式を解く事により補剛トラスの受け持つ風荷重を求める事が出来る。 X_n が求まると補剛トラスのせん断力、曲げモーメント、撓み角、撓み及びケーブルの反力、水平変位を求める事が出来る。

補剛トラスの受け持つ横荷重を図-7に示す。この横荷重は米当りの荷重で従って実際の荷重は $X \cdot \lambda$ として表わされる。

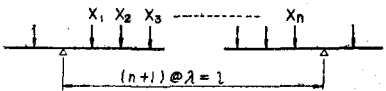


図 - 7

下記の荷重状態について、各分割点のせん断力[S]、曲げモーメント[M]、撓み角[δ'_i]、撓み[δ_i]をマトリックスの形で表わすと

$$\begin{aligned} [S] &= [Y][\lambda_0][X] \\ [M] &= [\lambda][Y][\lambda_0][X] \\ [\delta'_i] &= [Y][EI][\lambda][Y][\lambda_0][X] \\ [\delta_i] &= [\lambda][Y][EI][\lambda][Y][\lambda_0][X] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

又(13)式、(15)式はそれぞれ、次式の如くである。

$$\Delta\delta = \frac{n}{P} \{ [W_1] - [X] \} \dots\dots\dots (17)$$

$$\delta_c = \frac{1}{H} \{ [\lambda][Y][\lambda_0][W] - [\lambda][Y][\lambda_0][X] \} \dots\dots\dots (18)$$

こゝで $[S][M][\delta_1][\delta_2][\Delta\delta][\delta_c][W_1][W][X]$ は1列の行列で $[\lambda_0][EI]$ は対角行列で、 $[\lambda]$ は三角行列を示す。 $[Y]$ は支点反力の影響線の縦距 y_n で表わされ次の如くである。

$$[Y] = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \dots\dots\dots y_n \\ y_1 - 1 & y_2 & y_3 & \dots\dots\dots y_n \\ y_1 - 1 & y_2 - 1 & y_3 & \dots\dots\dots y_n \\ \vdots & & & \\ y_1 - 1 & y_2 - 1 & y_3 - 1 & y_n \end{pmatrix}$$

又補剛トラスが塔の点で連続している場合は、単純と考えた時の塔の点での撓み角に、塔の点での不連続角を除去する様な支点モーメント M_A, M_B を考慮すると M_A, M_B は X_0 の函数として表わされる為、 M_A, M_B による補剛トラスの撓み δ_c は(18)式と同様にして求められる。従って、連続の場合は、支点モーメントに依るものを考慮して単純の場合と全く同様にして求める事が出来る。これ等の計算は全て電子計算機により、連続的に計算出来る。図-8はその計算順序の流れ図を示している。

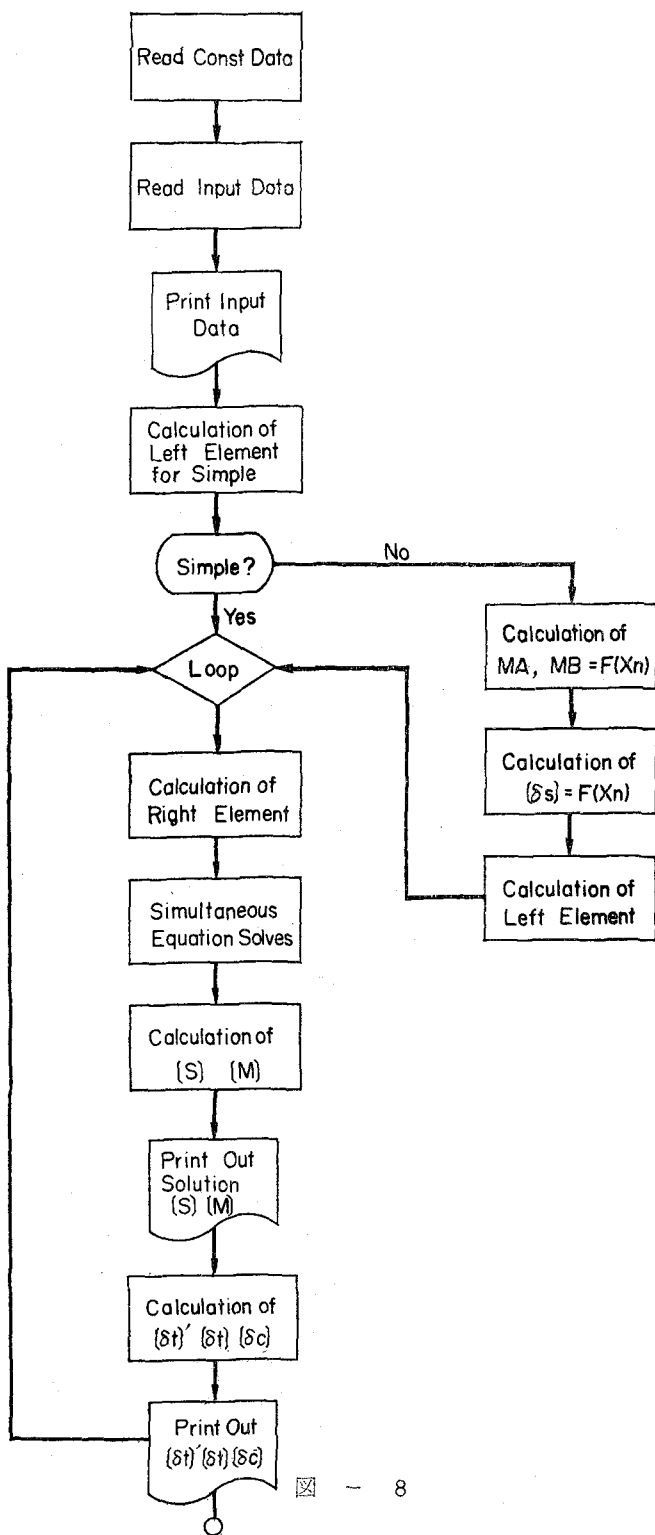
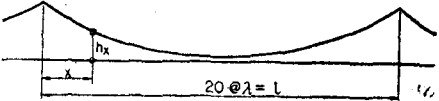


表-3、4は中央径間1500mの二鉸補剛トラス吊橋の横荷重によるせん断力、曲げモーメント、撓み角、撓みの計算例を示したもので、表-3はInput Data、表-4は、中央径間に横荷重を満載した場合の計算結果である。その結果を図示すると図-9の如くである。

表 - 3



補剛トラスに作用する横荷重	$W_1 = 5.52 \text{ t/m}$
ケーブルに作用する横荷重	$W_c = 0.99$
補剛部分の鉛直荷重	$P_{sx} = 30.94$
ケーブル水平張力	$H = 95512 \text{ t}$
補剛トラスの横方向断面2次モーメント	$I_y = 98.16 \text{ m}^4$
分割長	$\lambda = 75 \text{ m}$
ハンガーの長さ(20等分点について計算する)	h_x

表 - 4

1-19

	SOLUTION(T/M)*20	SHEAR(T)	MOMENT(T,M)
S	.26083379	1273.40319	95505.2393
R	.24045109	882.15250	161666.6772
Q	.21498133	521.47586	200777.3669
P	.18435538	199.00386	215702.6566
O	.14808062	- 77.52921	209887.9657
N	.10467371	- 299.65015	187414.2041
M	.05012434	- 456.66073	153164.6493
L	-0.02738237	- 531.84724	113276.1058
K	-0.16462068	- 490.77367	76468.0798
J	-0.32512353	- 243.84264	58179.8812
I	-0.16462068	243.84264	76468.0798
H	-0.02738237	490.77367	113276.1058
G	.05012434	531.84724	153164.6493
F	.10467371	456.66073	187414.2041
E	.14808062	299.65015	209887.9657
D	.18435538	77.52921	215702.6566
C	.21498133	- 199.00386	200777.3669
B	.24045109	- 521.47586	161666.6772
A	.26083379	- 882.15250	95505.2393
		-1273.4031	

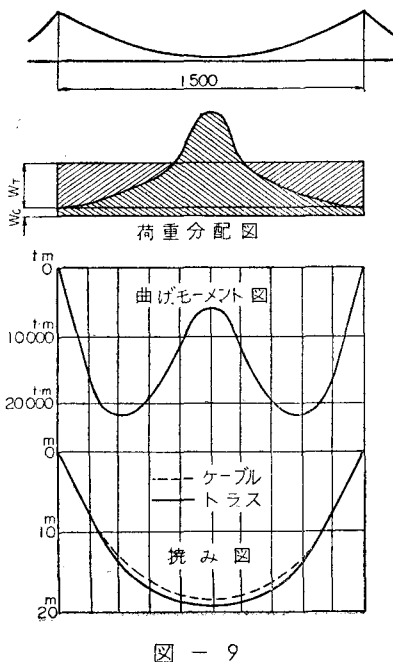
	DEF,ANGLE(M/M)	DEF, TRUSS(M)	DEF, GABLE(M)
S	.05250003	3.93750	2.64231
R	.04902519	7.61439	5.20846
Q	.04314315	10.85012	7.67443
P	.03583812	13.53798	10.01023
O	.02799005	15.63724	12.17978
N	.02035354	17.16375	14.14035
M	.01353470	18.17886	15.84082
L	.00796200	18.77601	17.21693
K	.00384059	19.06405	18.17740
J	.00105840	19.14343	18.56057
I	-0.00105840	19.06405	18.17740
H	-0.00384059	18.77601	17.21693
G	-0.00796200	18.17886	15.84082
F	-0.01353470	17.16375	14.14035
E	-0.02035354	15.63724	12.17978
D	-0.02799005	13.53798	10.01023
C	-0.03583812	10.85012	7.67443
B	-0.04314315	7.61439	5.20846
A	-0.04902519	3.93750	2.64231
	-0.05250003		

§ 4 塔頂鉛直反力及び塔頂移動量

塔はフレキシブル形式で、塔頂鉛直反力は、活荷重の種々の載荷状態に対しケーブルの傾斜角の変位を考慮し塔頂移動量は、不平均張力を受けるケーブルが平衡する位置まで塔柱が撓むものとして計算する。

吊橋に活荷重及び温度変化が作用するとケーブルの傾斜角が変化する。この変化量は補剛トラス端部の撓み角を求める事により得られる。従って(1)式より

$$\frac{d\gamma}{dx} = -\frac{1}{EIc^2} [C(C_1 e^{cx} - C_2 \bar{e}^{cx}) + \frac{T_r - T_s}{\ell} + \frac{dM_0}{dx}] - H \frac{4f}{\ell^2} (\ell - 2x)]$$



支点モーメント T_1, T_2 は、塔の点での撓み角を等しく置いて求められる。又積分常数、 C_1, C_2 は種々の載荷状態により異なり、それぞれの荷重状態に対する境界条件より求める事が出来る。勿論、撓み角は § 2 のフローチャートにより計算したものと一致する。

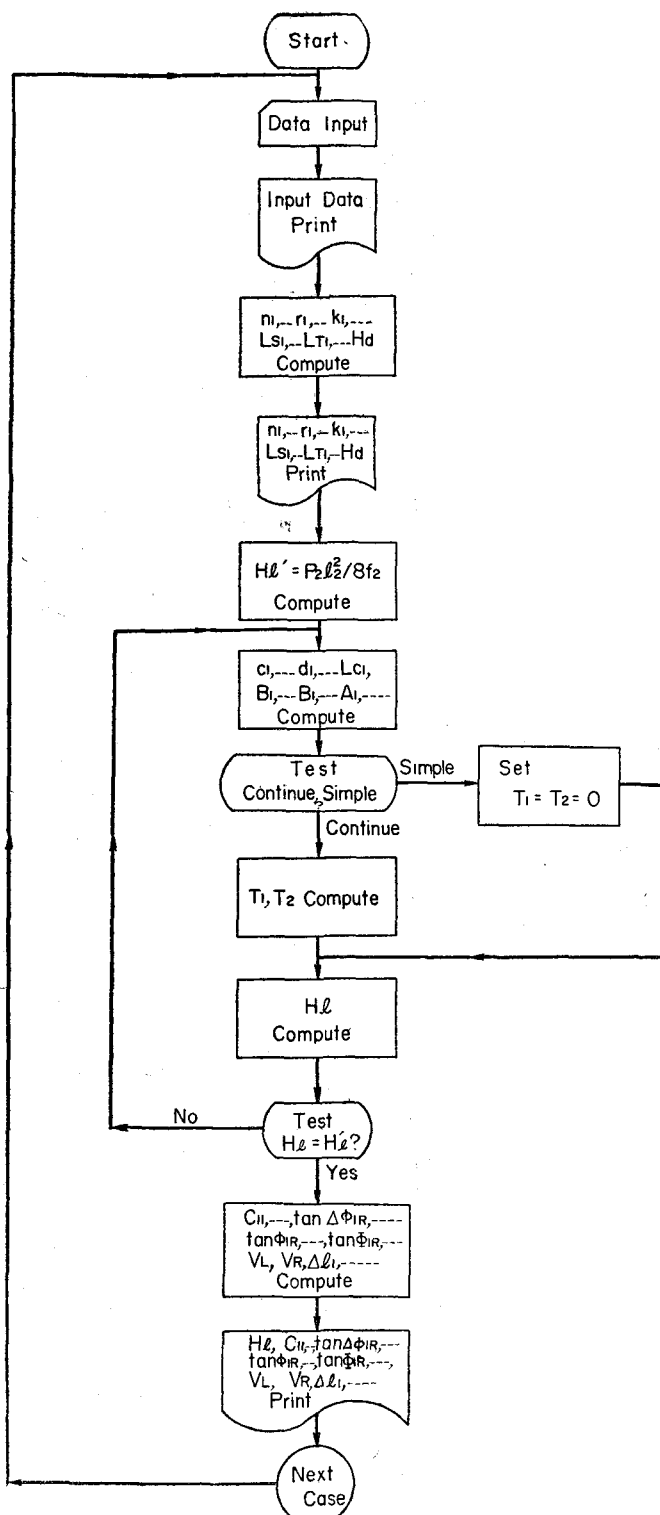
塔頂の移動量は活荷重及び温度変化によるケーブルの水平方向の変位量に等しいと考える。活荷重及び温度変化によるスパンの変化量は、(7)式にケーブルの温度変化による変位の項、 w, L_1 を加え、次式の如く示される。

$$\Delta \ell = \frac{H}{E_c A_c} L_1 \pm w_1 L_1 - \frac{8f}{\ell^2} \int_0^\ell \eta dx - \frac{8f}{\ell^2} \int_0^\ell \eta_{th} dx \dots \dots (20)$$

図-10 は、電子計算機による計算順序の流れ図を示している。

活荷重及び温度変化によるケーブルの鉛直反力及び塔頂移動量については塔に及ぼす影響が最も大であると思われる載荷状態（図-11 参照） 即ち活荷重が中央径間及び片側側径間載荷で温度変化が $+30^\circ\text{C}$ の場合の計算例を示す。

Input Data は表-5 に示す通りで、計算結果中、 $TDIR$ =ケーブル傾斜角の変位量 $V L$
 VR =左右塔頂鉛直力、 $DEL_{1,2,3}$ = 各径間長の変位量を示している。



☒ - 10

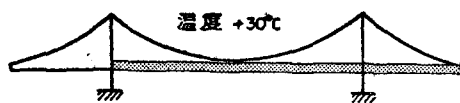


图 - 11

表 - 5

CALCULATION OF TOWER, V-REACTION AND DISPLACEMENT

INPUT DATA

L1 =	675.0000000	L2 =	1500.0000000	L3 =	675.0000000
P1 =	.0000000	P2 =	5.0000000	P3 =	5.0000000
F1 =	30.4000000	F2 =	150.0000000	F3 =	30.4000000
SC1 =	1.0355000	SC1' =	.0000000	SC1 ^{II} =	1.4142000
SC3 =	1.0355000	SC3' =	.0000000	SC3 ^{II} =	1.4142000
L1 ^I =	.0000000	L1 ^I =	15.0000000		
L3 ^I =	.0000000	L3 ^I =	15.0000000		
W1 =	25.4700000	W2 =	25.4700000	W3 =	25.4700000
I1 =	4.3380000	I2 =	4.3380000	I3 =	4.3380000
OMEGA =	.000012000				
E =	21000000.0000000	L =	1500.0000000	T =	30.0000000
EO =	19000000.0000	AC =	1.1120		
L11 =	693.0000000	L22 =	1512.0000	L33 =	693.0000

RESULTS

N1 =	.0450370	.1000000	.0450370
R1 =	1873.4580592	R2 =	1875.0000000 R3 = 1873.4580592
K1 =	1.0008230	K2 =	1.0000000 K3 = 1.0008230
LS1 =	823.1258376	LS2 =	1635.8630400 LS3 = 823.1258376
LT1 =	780.5725029	LT2 =	1592.6399999 LT3 = 780.5725029
HD =	47756.2500		
HL =	7328.0603885		
C11 =	-0.0004002	C12 =	6468.8538100
C21 =	.0000000	C22 =	1805.4263113
C31 =	.0001113	C32 =	1800.1064185
TD1R =	.0210779	TD2L =	.0140580 TD2R = -0.0148640 TD3L = .0058655
SF1R =	.4489608	SF2L =	.4000000 SF2R = .4000000 SF3L = .4489608
LF1R =	.4238716	LF2L =	.4163996 LF2R = .4173454 LF3L = .4560272
VL =	46285.7623746	VR =	48109.1311944
DEL1 =	1.5006984	DEL2 =	-1.8065645 DEL3 = .3065342

§ 5 塔柱、橋軸方向の応力計算

塔頂の水平移動により塔頂には、橋軸方向水平力が生じる。塔頂を $\Delta \theta$ 撓ませるに必要な塔頂水平力及びケーブル鉛直反力、塔体重量、路面荷重等の関係は次の如く求められる。

上記の各荷重を考慮した場合のモーメントを一般に

$$-\frac{M}{EI} = \frac{d^2 y}{dx^2} = -A \cdot y - Bx - Dx^2 - C$$

とすると、上式の一般解は、

$$y = -\frac{K}{A} \sin x\sqrt{A} - \frac{G}{A} \cos x\sqrt{A} - \frac{D}{A} x^2 - \frac{B}{A} x + \frac{2D}{A^2} - \frac{C}{A}$$

上式に於いて、 $D=0$ 、 $A=n_i^2$ と置くと、任意の点の撓み、撓み角、曲げモーメント、せん断力は次式の如く求められる。

$$\left. \begin{aligned} y_i &= -\frac{K_i}{n_i^2} \sin n_i x_i - \frac{G_i}{n_i^2} \cos n_i x_i - \frac{B_i}{n_i^2} x_i - \frac{C_i}{n_i} \\ \frac{dy_i}{dx_i} &= -\frac{K_i}{n_i} \cos n_i x_i + \frac{G_i}{n_i} \sin n_i x_i - \frac{B_i}{n_i^2} \\ EI_i \frac{d^2 y_i}{dx_i^2} &= EI_i (K_i \sin n_i x_i + G_i \cos n_i x_i) \\ EI_i \frac{d^3 y_i}{dx_i^3} &= EI_i (K_i n_i \cos n_i x_i - G_i n_i \sin n_i x_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

上式に於いて

$$n_i^2 = \frac{V + W_0 + W_1 + W_2 + \dots\dots\dots W_{n-1}}{EI_i} \quad B_i = \frac{F}{EI_i}$$

$$C_i = -\frac{W_0 \cdot e + W_1 y_1 + W_2 y_2 + \dots\dots\dots + W_{i-1} y_{i-1}}{EI_i}$$

K_i 、 G_i は、積分常数、 V はケーブル鉛直反力、 W は塔柱重量、 F は塔頂水平力、 e は V の偏心量を表わす。

(21) 式は $i = 1, 2, 3, \dots, i, \dots, m$ の m ケの式である。これ等の式の中には $K_1, K_2, \dots, K_m$ 、 $G_1, G_2, \dots, G_m$ 、 $y_1, y_2, \dots, y_{m-1}$ 及び F の $3m$ ケの未知数を含んでいる。これ等の未知数は次の様な m ケの境界条件により決定する事が出来る。

$$\begin{aligned} x = x_i \text{ の時} & \quad y = y_i \\ x = x_i \text{ の時} & \quad M(i-1, \sim i) = M(i, i+1) \\ x = x_i \text{ の時} & \quad \frac{dy}{dx}(i-1, \sim i) = \frac{dy}{dx}(i, i+1) \\ x = 0 \text{ の時} & \quad y = e \\ x = h_0 \text{ の時} & \quad y = e + \Delta l \\ x = h_0 \text{ の時} & \quad \frac{dy}{dx} = 0 \end{aligned}$$

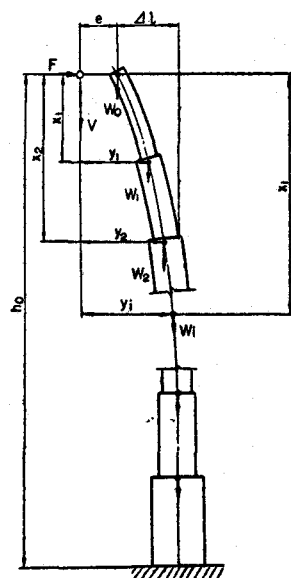


図 - 12

これ等の計算は全て電子計算機により、連続的に計算出来る。§ 3により求められた塔頂鉛直反力と塔頂移動量及び各点の断面積 A 、断面 2 次モーメント I_x 、断面の中立軸より両縁までの距離 Y_1, Y_2 。及び塔の自重 W を Input Data として(表-6 参照)計算した結果を表-7に示す。

表 - 6

CALCULATION OF TOWER, H-REACTION AND STRESS

INPUT DATA

E = 21000000
V = 46286.00000
DEL = 1.50100
EX = 0

	X	A	I X	Y T	Y C	W
0	0	0	8.0000	0	0	280.0
1	4.400	2.4420	16.1113	3.7500	3.7500	1280.0
2	40.150	2.7600	24.6469	4.1640	4.1640	1430.0
3	75.900	3.0779	33.1825	4.5780	4.5780	1590.0
4	111.650	3.3959	41.7180	4.9910	4.9910	1750.0
5	147.400	3.7138	50.2536	5.4050	5.4050	200.0
6	151.400	3.7496	51.2129	5.4520	5.4520	650.0
7	163.900	3.8606	54.1939	5.5960	5.5960	920.0
8	180.900	4.0118	58.2528	5.7930	5.7930	1950.0
9	214.900	4.3142	66.3707	6.1860	6.1860	330.0
10	220.400	4.3632	67.6858	6.2500	6.2500	.0

表 - 7

CALCULATION OF TOWER, H-REACTION AND STRESS

RESULTS

	Y	Q	M	SC	ST
1	0.053303	-603.107	-2656.405	19654.330	18417.742
2	0.472381	-569.414	-24124.961	21309.878	13158.238
3	0.837831	-492.949	-43554.544	21511.750	9493.806
4	1.128593	-393.782	-59772.038	21249.101	6947.253
5	1.336532	-282.524	-72147.224	20694.218	5174.703
6	1.354411	-269.117	-73252.420	20195.862	4599.316
7	1.403405	-227.421	-76375.323	20044.124	4271.267
8	1.453571	-170.592	-79789.523	19701.526	3832.050
9	1.500102	-58.944	-83787.056	18990.022	3371.482
10	0	-40.584	-84061.081	18445.969	2921.834

$$F = 40.584024$$

§6. 塔柱、橋軸直角方向の応力計算

今、構造物の1部材 mn を取り出し (図-13) に示す如く m を原点として、 x 軸 y 軸をとり m 点の水平方向変位を X_m 鉛直方向変位を Y_m とすると部材の長さは x 方向に $X_{nm} = X_n - X_m$ y 方向に $Y_{nm} = Y_n - Y_m$ 伸びる。

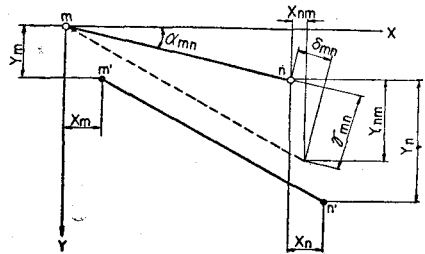


図 - 13

こゝで部材の傾斜 α_{mn} が変化しないものとする

$$\left. \begin{aligned} \delta_{mn} &= X_{nm} \cos \alpha_{mn} + Y_{nm} \sin \alpha_{mn} \\ \gamma_{mn} &= -X_{nm} \sin \alpha_{mn} + Y_{nm} \cos \alpha_{mn} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

α は全て x 軸の正方向より測った時の部材の角度である、 δ_{mn} は部材方向の変位であり、 γ_{mn} は部材直角方向の変位である。従って部材 m, n の軸方向力 N_{mn} は

$$N_{mn} = \eta_{mn} (X_{nm} \cos \alpha_{mn} + Y_{nm} \sin \alpha_{mn}) \dots\dots\dots (23)$$

こゝで、 $\eta_{mn} = A_{mn} E / \ell_{mn}$ ℓ_{mn} : 部材 mn の長さ、 A_{mn} : 部材 mn の断面積を示す、又部材 mn の回転角 ψ_{mn} は

$$\psi_{mn} = \frac{1}{\ell_{mn}} (-X_{nm} \sin \alpha_{mn} + Y_{nm} \cos \alpha_{mn}) \dots\dots\dots (24)$$

今、節点 $m n$ の回転角を ϕ_m, ϕ_n とし未知数として取り扱おうと部材 $m n$ の曲げモーメントは、

$$\begin{aligned} M_{mn} &= K_{mn} (2\phi_m + \phi_n - 3\psi_{mn}) \\ M_{nm} &= K_{mn} (2\phi_n + \phi_m - 3\psi_{mn}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (25)$$

こゝで $K_{mn} = 2EI_{mn}/\ell_{mn}$ 、又此等のモーメントによるせん断力 Q_{mn} は

$$Q_{mn} = -\epsilon_{mn} (\phi_m + \phi_n - 2\psi_{mn}) \quad \dots\dots\dots (26)$$

こゝで $\epsilon_{mn} = 3K_{mn}/\ell_{mn}$

此等の式は、何れの格点についても x 方向の変位 X 、 y 方向の変位 Y 、及び節点角 ϕ の函数である。此等を未知数と考える為、結局は1つの格点 i に対して、 X_i 、 Y_i 、 ϕ_i の3ヶの未知数が存在する事になる。然るに1ヶの格点に対して各々、 $\Sigma H = 0$ 、 $\Sigma V = 0$ 、 $\Sigma M = 0$ 、の3ヶの釣合式が成立する為、上式を用いて任意の構造物を解析する事が出来る。

此等の計算は、任意の結構及び任意の荷重状態に対し Input Data の順序に従って各部材の節点の性質、支点の性質等を判別し、 N 元連立方程式を作り、各部材の変位及び応力計算まで連続的に求める様プログラムしている。図-14は、その計算順序の流れ図を示している。

表-8、9、10は、§3の計算例より求めた風荷重反力が作用している塔の橋軸直角方向の計算例を示したもので(図-15参照)表-8に示す Input Data の順序に従って各部材の節点の性質、支点の性質等を判別し、 N 元連立方程式を作る。表-9は上式を解いた結果で格点 N の水平鉛直変位、 X 、 Y 及び回転角 ϕ を示したものである。変位量が求まるとすぐに各部材 ($M-N$) の軸力 $N (M-N)$ 、せん断力 $Q (M-N)$ 、 M 及び N 点の曲げモーメント $M (M-N)$ 、 $M (N-M)$ を求める事が出来る。(表-10) 上記の計算は任意の形の構造物に適用出来るがこれ等の計算時間の大半は連立方程式の解を得る事で連立方程式の元数は不静定次数に無関係に次式より簡単に求める事が出来る。

$$n = 3F + 2P - 3FS - 2PS - RS$$

こゝで n = 元数、 F = 剛節点の数、 P = 鉸節点の数、 FS = 固定支承の数、 PS = 鉸支承の数、 RS = 滑動支承の数を示す。従って本文中の計算例は $F = 26$ 、 $P = 0$ 、 $FS = 2$ 、 $PS = 0$ 、 $RS = 0$ より、 $n = 72$ 元の方程式を解いたものである。

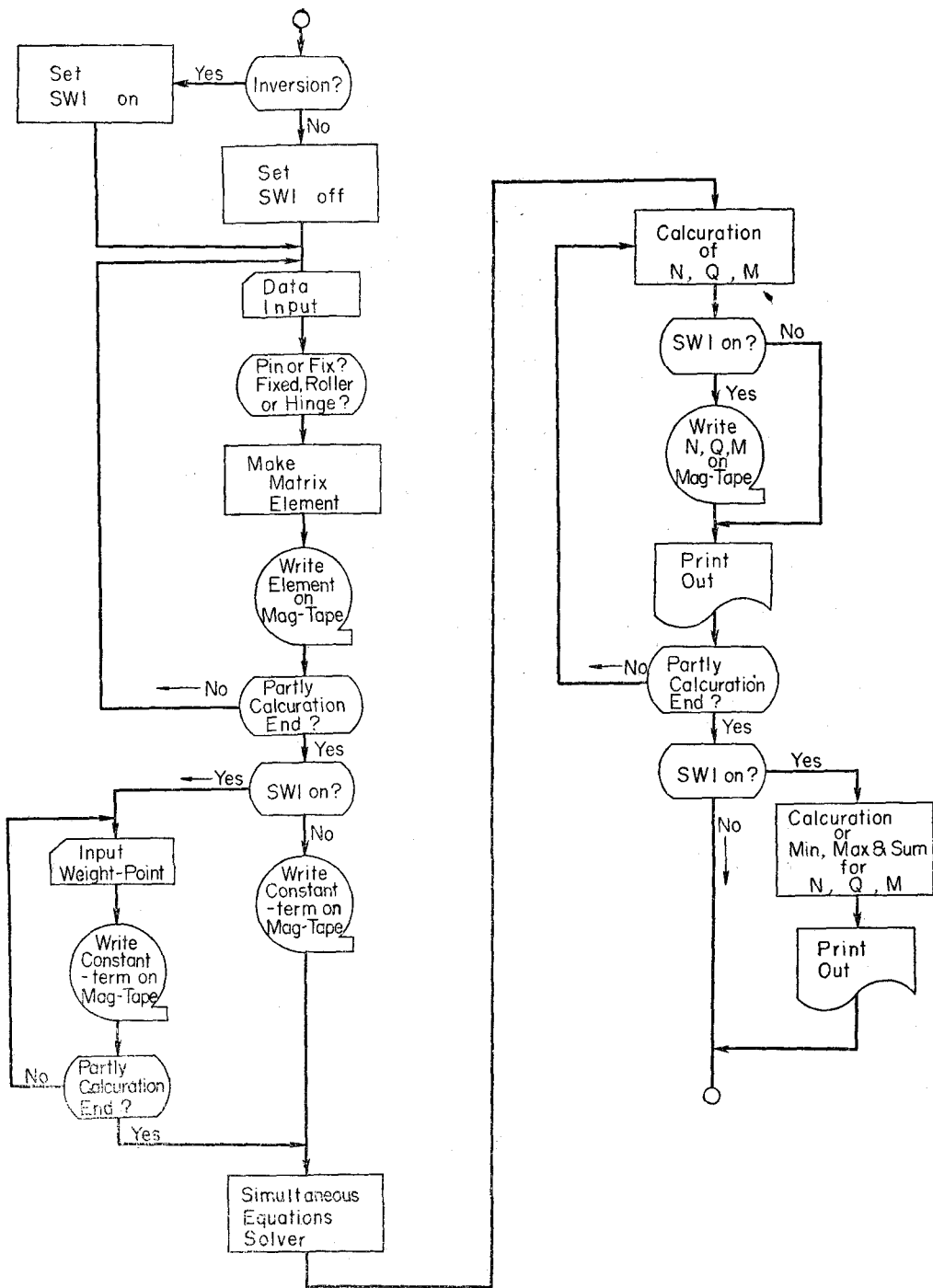


図 - 15

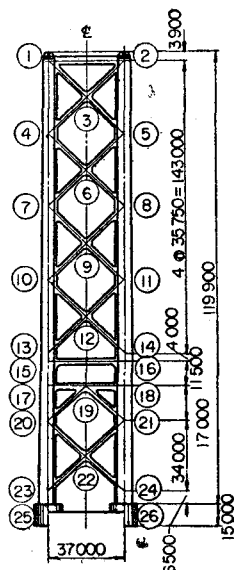


表 - 8

格点 番号	部材 番号	断面積 A (m ²)	断面2次モーメント I (m ⁴)	水平部材長 l _x (m)	鉛直部材長 l _y (m)	結合条件		荷重 (t)
1	2	0.642	0.923	37.000	0	F	F	H= 2206
	3	0.550	0.516	18.500	17.875	F	F	V=42023
	4	2.601	14.811	0	35.750	F	F	M=0
2	1	0.642	0.923	-37.000	0	F	F	H= 2206
	3	0.550	0.516	-18.500	17.875	F	F	V=42023
	5	2.601	14.811	0	35.750	F	F	M=0
3	1	0.550	0.516	-18.500	-17.875	F	F	H=0
	2	0.550	0.516	18.500	-17.875	F	F	V=0
	4	0.550	0.516	-18.500	17.875	F	F	M=0
	5	0.550	0.516	18.500	17.875	F	F	
26 FS	24	4.339	30.166	0	-6.500	F	F	H=0
								V=0
								M=0

表 - 9

N	X	Y	PHAI
+ 1	.463563691	.099629928	.003016207
2	.467190202	.179294693	.002175259
3	.417761920	.132515328	.002244222
4	.357042134	.074376397	.002713686
5	.385945523	.151159995	.002477156
6	.324639302	.099149302	.002103094
7	.268769474	.052747071	.002365894
8	.293950991	.121991014	.002472960
9	.237991862	.074737383	.001857032
10	.189050766	.034839930	.001902064
11	.211131536	.092607537	.002225828
12	.158120549	.048399316	.001450343
13	.120892497	.020722053	.002372236
14	.125723387	.062878361	.002721379
15	.111025391	.019328166	.002553973
16	.114663039	.059482979	.002788941
17	.080473622	.015342860	.002587384
18	.083699423	.049776200	.002433400
19	.075725209	.027523155	.000353223
20	.041456649	.009567483	.001937357
21	.048901702	.035678041	.001816517
22	.018469507	.011391252	.000619370
23	.001336869	.001395362	.000386695
24	.002200529	.005847749	.000606029
25			
26			

表 - 10

(M-N)	N(M-N)	Q(M-N)	M(M-N)	M(N-M)
1-2	1321.42196	- 75.20400	1831.81717	950.73117
1-3	- 4529.24267	- 93.08466	1522.47374	872.11109
1-4	-38733.68894	334.89634	- 3354.29091	- 8618.25329
2-3	1365.58293	85.10317	- 1123.68042	- 1065.58211
2-5	-42985.88365	- 156.61558	172.94925	5426.05782
3-4	1467.52064	154.53275	- 2185.41382	- 1789.91138
3-5	- 4456.35208	- 192.57700	2378.88483	2575.12123
4-6	- 2733.82905	- 165.17475	2381.74225	1867.34624
4-7	-37086.88266	- 246.61940	8026.42242	790.22127
5-6	3568.74701	161.08597	- 1914.38766	- 2229.51764
5-8	-50014.80760	342.96145	- 6086.79139	- 6174.08077
5-7	3563.12714	112.35589	- 1555.86545	- 1334.46816
5-8	- 2782.72342	- 161.23228	1918.03684	2229.63241
7-9	- 3077.17544	- 130.74160	1895.99793	1467.30434
7-10	-34049.61566	389.77029	- 1351.75104	-12582.53704
8-9	3326.34318	131.16249	- 1427.61888	- 1946.51075
8-11	-55871.34545	- 133.15467	5372.06724	- 611.78754
8-10	3355.28145	109.59501	- 1428.62395	- 1390.68649
9-11	- 3097.73604	- 160.40372	1907.83036	2218.52416
10-12	- 5756.71197	- 90.71786	1357.12724	976.57206
10-13	-29481.68045	-1069.03070	12616.09629	25601.75138
11-12	3324.52901	163.02227	- 1770.20247	- 2423.51399
11-14	-62082.00285	- 391.98694	163.46585	13850.06742
12-13	3385.73076	- 25.93466	- 54.74476	721.90905
12-14	- 5943.45485	- 158.37493	1501.68668	2572.47766
13-15	-27310.43887	1422.79754	-26323.66045	20632.47027
14-16	-66525.73528	3847.20244	-16422.54507	1033.73529
15-16	1325.48024	- 269.49745	4862.61170	5108.79415
15-17	-27690.94142	4164.27778	-25495.08198	-22394.11255
16-18	-67445.23273	3937.72220	- 6142.52944	-39141.27594
17-19	- 3460.43851	- 551.78082	7444.77010	2763.17523
17-20	-28059.16059	761.83926	14949.34245	-27900.60999
18-19	5811.26292	- 129.42770	3376.66918	- 982.25670
18-21	-68494.66043	-1815.54071	35764.60675	- 4900.41461
19-20	6014.63497	62.58245	- 1469.40186	- 102.96280
19-21	- 6543.05118	- 25.43999	- 311.51666	950.68870
20-22	- 7213.75116	- 124.80091	2136.22537	999.35873
20-23	-21012.68683	113.68533	25867.34742	-29732.64898
21-22	2746.75330	64.55503	- 294.64611	- 1327.27905
21-24	-76701.57561	1026.88497	4244.37202	-39158.46121
22-23	2690.09663	51.76762	- 549.97260	- 750.67281
22-24	- 7231.27235	- 69.42488	877.89292	866.38567
23-25	-19560.61734	2217.49305	30480.24876	-44893.95363
24-26	-81975.55681	6392.38905	38288.02829	-79838.55713

§ 7 む す び

現在どの設計事務所においても相当の工数が計算業務のために費やされている。従来土木分野の計算は長年の経験より数式が手計算向きに簡単化されている為に、そのまゝの計算システム全体を計算機にのせる事が困難とされ、機械にかけやすい一部のみを機械化している例が多く、電子計算機を用いてもあまり利益とならなかったが、本論文では吊橋上部工の設計々算の主要な部分の数式を一般化し、任意の吊橋に対し適用出来る様に考え、構造物の性質を与える事により、それに必要な式を選び計算し、それがそのまゝ報告書の一部となる様整頓し印刷する様考えている。この様に計算機を総合的に用いる事により、吊橋の基本条件が与えられると、一回の試算に必要な計算時間がすぐに分り、従って設計の工程が立てやすく、設計費の見積が簡単に出来る。又計算機による印刷物はそのまゝ報告書となる為に、計算書を整理する事務的な手間が省け、資料保存にも便利である。この様に電子計算機を一連の作業工程に組み入れる事により設計作業の能率化は勿論設計室内の管理業務の一切の方式を合理的に改善する事が可能となるであろう。

最後に、本研究にあたり多くの御忠告と御指導を戴いた東京大学平井敦教授に対して、深甚なる謝意を表したい。