

水平横荷重をうける吊橋の挙動

平井 敦*
竹間 弘**
島田 静雄***

I 要 旨

本研究は長径間吊橋の耐風安定性に関する実験的研究の一部をなすものである。近年我国に於て長径間吊橋が計画設計されるようになり、その場合常に問題になる事の一つに吊橋の耐風安定性の問題がある。この問題を純理論的に取扱って吊橋の設計をすることは現状では困難で風洞実験が是非必要である。

発表者の一人平井はこの問題を水平方向の風力が橋軸に垂直に作用する場合につき補剛桁の撓み振動と捩り振動とを聯成現象として取扱い、この聯成現象の安定性につき論じ、その安定条件を提示し、¹⁾吊橋にとってその運命を支配するものは風圧による捩れ振動であり、吊橋の耐風安定性を支配するものは風圧による吊橋の捩れ挫屈である、この点に関しては外国の文献等ではその認識に欠けているものと思われる。

更にその後水平変位の影響その他を考慮して修正がなされた。²⁾

吊橋に水平横荷重が作用するとき補剛桁は水平方向に変位するが同時に捩れを伴うことは周知の事で、この横荷重が次第に増大し、或値以上に達すると、この捩れが急激に増大し補剛桁は捩れ挫屈を起すことが期待される。

この点の理論的実験的検討を行い、吊橋の耐風安定性を検討し長径間吊橋設計上に一資料を提供せんとするものである。

II 基本式³⁾の考察

$$\frac{2m}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -EJ \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} - mc \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + S'_m p b \varphi - \left(\frac{S'_m p b}{V} + \delta_t \right) \frac{\partial \eta}{\partial t} \dots\dots(1)$$

$$\begin{aligned} \frac{EI}{\ell} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = & \frac{GK}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - mc \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} + \left[S_t p b^2 - \frac{mc}{EI_*} \frac{S_v b}{\lambda^2} + \alpha w_m \right] \varphi \\ & - S_t \frac{p b^2}{V} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \delta_t \frac{\partial \varphi}{\partial t} \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

* 東大教授工博 ** 中大助教授 *** 東大講師工博

この両式より Routh の判別式を作れば、振動の安定条件が得られるが、その内捩れ座屈に関する条件として次のような限界風速（又は限界荷重）が得られる。

$$\text{限界風速 } V_{cr} \leq \kappa \frac{2\sqrt{128} \lambda \sqrt{EJ \cdot GK}}{C_a q b \ell^2} \cdot \frac{1}{\Phi} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{限界横荷重 (理論座屈値)} q_{cr} \leq \kappa \frac{\sqrt{128} \lambda \sqrt{EJ \cdot GK}}{\ell^2} \cdot \frac{1}{\Phi} \dots\dots\dots(4)$$

ここに

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{n\pi}{\ell} \\ EJ &= EI + \frac{2}{\lambda^2} H \\ GK &= GK + \frac{b^2 \lambda^2}{4} EJ + \frac{2}{\lambda^2} mh \\ \Phi &= \left[1 + \frac{\kappa \sqrt{128}}{\ell^2 \lambda^2} \left\{ \left(1 - \frac{C^2}{\lambda^2} \right) \frac{S}{C_a} + \frac{1}{\kappa} + \frac{2a}{\kappa b} \bar{\mu} \right\} \right] \\ \mu^2 &= 1 + \frac{\sqrt{128}}{4\pi^2} \frac{S + C_a}{C_a} \\ &= \frac{(C\ell)^2 \cosh \frac{C\ell}{2}}{8(\cosh \frac{C\ell}{2} - 1)} \quad , \quad C\ell = \sqrt{\frac{2H}{EI_x}} \end{aligned}$$

捩れ座屈に関する限界値(1)式（又は(2)式）を大にする為には

1) λ を大にする即ち n を大にする

n は捩れ座屈の形により決る値で、普通の吊橋では $n=2$  の座屈形が最も起り易い形である。Center Diagonal Stayを有する吊橋の場合には $n=2$ の座屈形は起らず $n=3$ の座屈形  を生ずる。

$$n=2$$

$$q_{cr} = \kappa \frac{2\sqrt{128} \cdot \pi \sqrt{EJ \cdot GK}}{\ell^3} \cdot \frac{1}{\Phi}$$

$$n=3$$

$$q_{cr} = \kappa \frac{3\sqrt{128} \pi \sqrt{EJ \cdot GK}}{\ell^3} \cdot \frac{1}{\Phi}$$

となり理論座屈値は増大する。この点の詳細は文献 2) を参照されたい。

ii) 死荷重 w を大にする。

死荷重を大にすることにより、 EJ , GK K が増大し理論挫屈値も増大する。

iii) Sag f を小にする。

従来用いられている Sag -Span ratio $f/\ell = 1/10$ 位が普通であるが、その値を $1/30$ 以下にすると死荷重の増加をまたずして $Cable$ の水平引張力 H が増大し従って EJ , GK K も大となり理論挫屈値も増大する。

これらの点を実験的に検討する。

III 実験的考察

既に述べた如く本研究の基調をなすものは風圧による振れ挫屈である。この現象を静力学的に調べる目的をもって水平横荷重による振れ挫屈の実験を行い、理論挫屈値の検討、死荷重、 Sag の影響に主眼をおき行った。又 $Side Span$ を有する吊橋についても実験を行った。

型式は G_A 型は $Span \ell = 600 cm$ の単径間吊橋で同じ断面の補剛桁につき $f/\ell = 1/7.5, 1/10, 1/15, 1/30$ の4種類に変化させ、各々につき死荷重も $4.1, 13.6, 23.1, 32.6 g_r/cm/Cable$ に変化させ16 Case につき実験を行った。 G_B 型は中央径間 $\ell = 600 cm$ 、側径間 $\ell' = 270 cm$ で補剛桁の断面は G_A 型と同じで G_A 型と比較するために $f/\ell = 1/7.5, 1/10, 1/15, 1/30$ の4種類に、その各々につき死荷重 $w = 4.1, 13.6, 23.1, 32.6 g_r/cm/Cable$ に変化させて、 G_B 型も16 Case につき実験を行った。

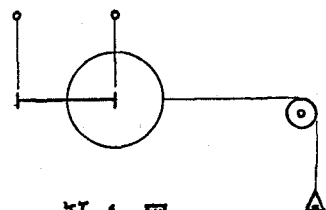
桁端支承は長径間吊橋では両端可動を原則とする故この場合も補剛桁支承は両端とも負の反力を受けられるようなローラー支承を用いた。

$Cable$ は $2.7 mm \phi$ 、素線19本擦りの $Stranded Wire Cable$ を用いた、ヤング率 $E = 1.5 \times 10^6$ 懸である。

ハンガーは $10 cm$ 間隔に麻絲を用いて補剛桁を吊つた。

水平横荷重は $10 cm$ 間隔に才1回に示す様に載荷し、荷重は0より次才に大きくして、その都度補剛桁の8等分点につき水平変位、振れ角等を主として測定した。

この実験は未だ基礎的実験の段階で、もっぱら補剛桁の剛性、死荷重、 Sag 等の一般的影響を検討することに主眼をおき、特定の実在吊橋又は計画予定の吊橋に対する検討は今後行い予定である。



第1図

写真は実験中の写真である。
次に模型の形状寸法及実験結果を示すと、

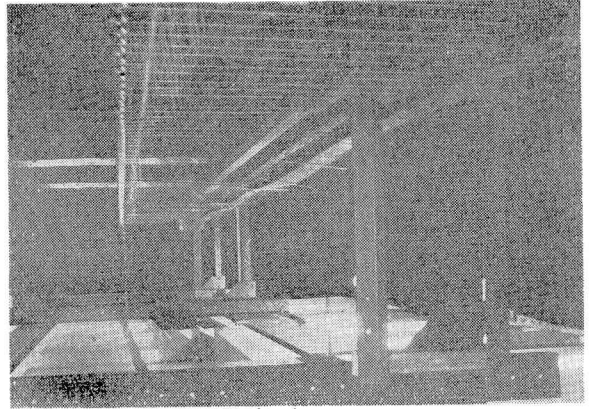


写真 1

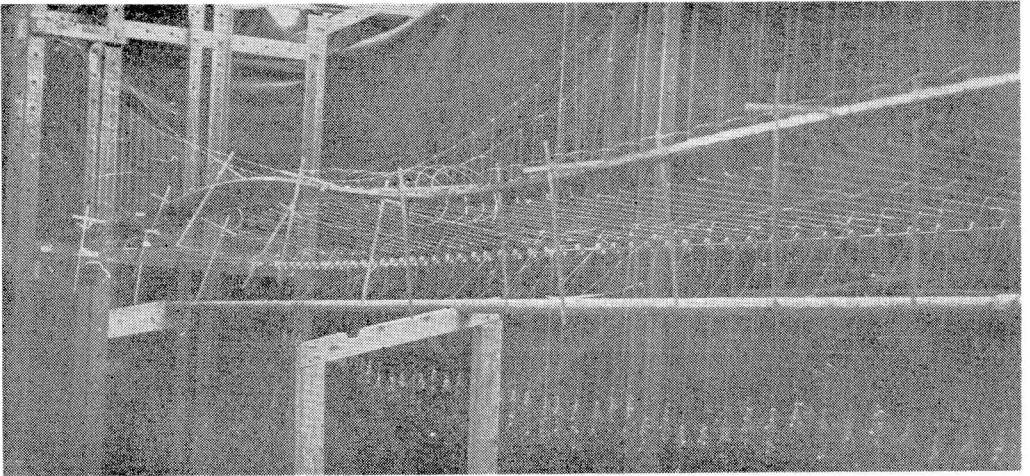
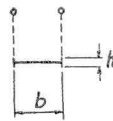
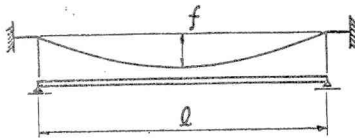
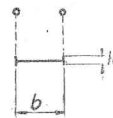
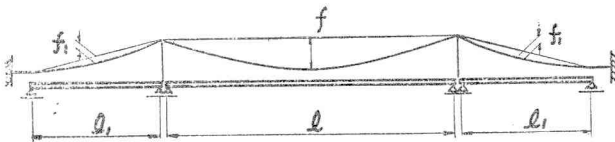


写真 2

GA—型



GB—型



第 2 図

以上の結果より実験挫屈値を表示すると、

死荷重の影響

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
$G_A - 1$	$1/7.5$	4.1 g/cm	4.5 g/cm	$G_A - 5$	$1/10$	4.1 g/cm	4.1 g/cm
2	"	13.6	8.0	6	"	13.6	9.1
3	"	23.1	11.1	7	"	23.1	13.0
4	"	32.6	15.0	8	"	32.6	15.3

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
$G_A - 9$	$1/15$	4.1 g/cm	5.5 g/cm	$G_A - 13$	$1/30$	4.1 g/cm	6.0 g/cm
10	"	13.6	12.0	-14	"	13.6	15.5
11	"	23.1	15.2	-15	"	23.1	23.0
12	"	32.6	19.5	-16	"	32.6	35.0

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
$G_B - 1$	$1/7.5$	4.1 g/cm	4.9 g/cm	$G_B - 5$	$1/10$	4.1 g/cm	5.1 g/cm
2	"	13.6	7.6	6	"	13.6	9.7
3	"	23.1	9.5	7	"	23.1	14.8
4	"	32.6	11.6	8	"	32.6	18.0

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
$G_B - 9$	$1/15$	4.1 g/cm	6.0 g/cm	$G_B - 13$	$1/30$	4.1 g/cm	7.2 g/cm
10	"	13.6	11.8	14	"	13.6	15.4
11	"	23.1	16.2	15	"	23.1	22.4
12	"	32.6	20.2	16	"	32.6	34.0

才 1 表

f/l の影響

名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$	名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$
$G_A - 1$	4.1 $\mathcal{F}/cm$	1/75	4.5	$G_A - 2$	13.6 $\mathcal{F}/cm$	1/75	8.0
5	"	1/10	4.1	6	"	1/10	9.1
4	"	1/15	5.5	10	"	1/15	12.0
13	"	1/30	6.0	14	"	1/30	15.5

名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$	名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$
$G_A - 3$	23.1 $\mathcal{F}/cm$	1/75	11.1	$G_A - 4$	32.6 $\mathcal{F}/cm$	1/75	15.0
7	"	1/10	13.0	8	"	1/10	15.3
11	"	1/15	15.2	12	"	1/15	19.5
15	"	1/30	23.0	16	"	1/30	35.0

名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$	名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$
$G_B - 1$	4.1 $\mathcal{F}/cm$	1/75	4.9	$G_B - 2$	13.6 $\mathcal{F}/cm$	1/75	7.6
5	"	1/10	5.1	6	"	1/10	9.7
9	"	1/15	6.0	10	"	1/15	11.8
13	"	1/30	7.2	14	"	1/30	15.4

名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$	名 称	死荷重	f/l	挫屈値 $\mathcal{F}'/cm$
$G_B - 3$	23.1 $\mathcal{F}/cm$	1/75	9.5	$G_B - 4$	32.6 $\mathcal{F}/cm$	1/75	11.6
7	"	1/10	14.8	8	"	1/10	18.0
11	"	1/15	16.2	12	"	1/15	20.0
15	"	1/30	22.4	16	"	1/30	34.0

才 2 表

型式の影響

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 1	1/75	4.1 $\frac{g}{cm}$	4.5 $\frac{g}{cm}$	G _A - 2	1/75	13.6 $\frac{g}{cm}$	8.0 $\frac{g}{cm}$
G _B - 1	"	"	4.9	G _B - 2	"	"	7.6

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 3	1/75	23.1 $\frac{g}{cm}$	11.1 $\frac{g}{cm}$	G _A - 4	1/75	32.6 $\frac{g}{cm}$	15.0 $\frac{g}{cm}$
G _B - 3	"	"	9.5	G _B - 4	"	"	11.6

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 5	1/10	4.1 $\frac{g}{cm}$	4.1 $\frac{g}{cm}$	G _A - 6	1/10	13.6 $\frac{g}{cm}$	9.1 $\frac{g}{cm}$
G _B - 5	"	"	5.1	G _B - 6	"	"	9.7

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 7	1/10	23.1 $\frac{g}{cm}$	13.0 $\frac{g}{cm}$	G _A - 8	1/10	32.6 $\frac{g}{cm}$	15.3 $\frac{g}{cm}$
G _B - 7	"	"	14.8	G _B - 8	"	"	18.0

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 9	1/15	4.1 $\frac{g}{cm}$	5.5 $\frac{g}{cm}$	G _A - 10	1/15	13.6 $\frac{g}{cm}$	12.0 $\frac{g}{cm}$
G _B - 9	"	"	6.0	G _B - 10	"	"	11.8

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 11	1/15	23.1 $\frac{g}{cm}$	15.2 $\frac{g}{cm}$	G _A - 12	1/15	32.6 $\frac{g}{cm}$	19.5 $\frac{g}{cm}$
G _B - 11	"	"	16.2	G _B - 12	"	"	20.2

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 13	1/30	4.1 $\frac{g}{cm}$	6.0 $\frac{g}{cm}$	G _A - 14	1/30	13.6 $\frac{g}{cm}$	15.5 $\frac{g}{cm}$
G _B - 13	"	"	7.2	G _B - 14	"	"	15.4

名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値	名 称	f/l	死荷重	挫 屈 値
G _A - 15	1/30	23.1 $\frac{g}{cm}$	23.0 $\frac{g}{cm}$	G _A - 16	1/30	32.6 $\frac{g}{cm}$	35.0 $\frac{g}{cm}$
G _B - 15	"	"	22.4	G _B - 16	"	"	34.0

才 3 表

Ⅳ 結 言

以上実験結果につき申し述べたが、結論として一括申し述べると、

i) 死荷重の影響

死荷重の増大は振り変形を減少せしめ、振れ挫屈に対する限界荷重を増大させる効果がある。理論挫屈値と実験挫屈値とはほぼ一致するものと考えられる。

水平変位についてはその効果は前者程ではない。

ii) f/ℓ の影響

f/ℓ は小さくなる程振れ挫屈に対する限界荷重は増大する。又水変位は f/ℓ が小さくなる程小さくなる。

iii) 単径間吊橋及び側径間を有する単純吊橋についてはその挫屈値はほぼ等しいと考えられる故、単径間吊橋につき導いた理論挫屈荷重はそのままの形で側径間を有する単純吊橋に適用して差支えないものと思われる。

1) 平井敦：吊橋の振り振動に対する安定性について

(I), (II), (III), (IV) 土木学会論文集

平井敦：吊橋の流体力学的安定性に就て

土木学会誌論文集 昭和 22. 23 年

2) 平井敦、他 若戸吊橋の耐風安定性に関する実験的研究 日本道路公団 1960

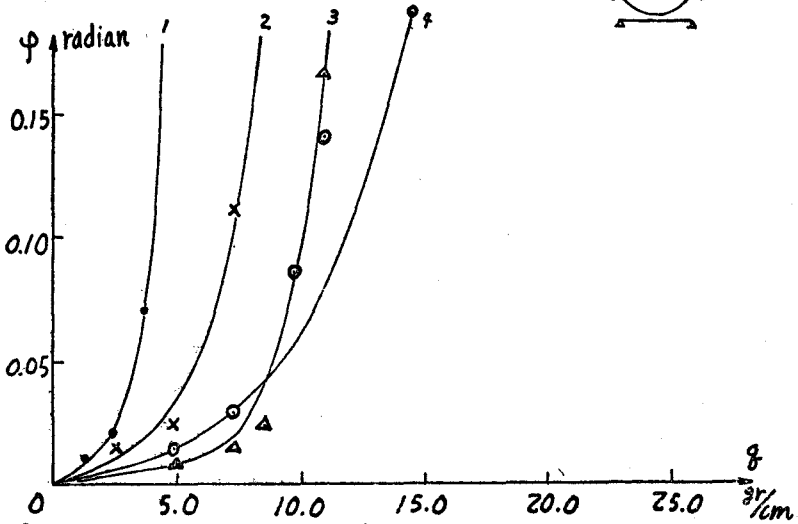
3) 文献 2) を参照されたい。

水平横荷重(q) - 最大挠れ角(φ)

型式; GA 型

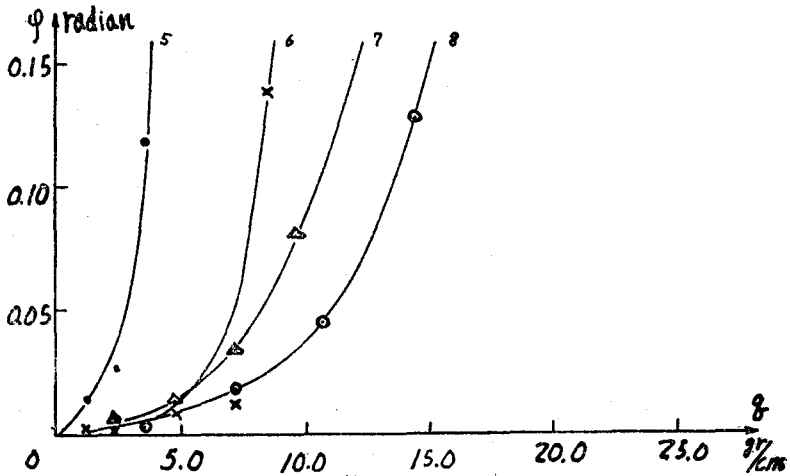
死荷重の影響

f/l ; $1/2.5$



f/l ; $1/1.0$

第 3 図



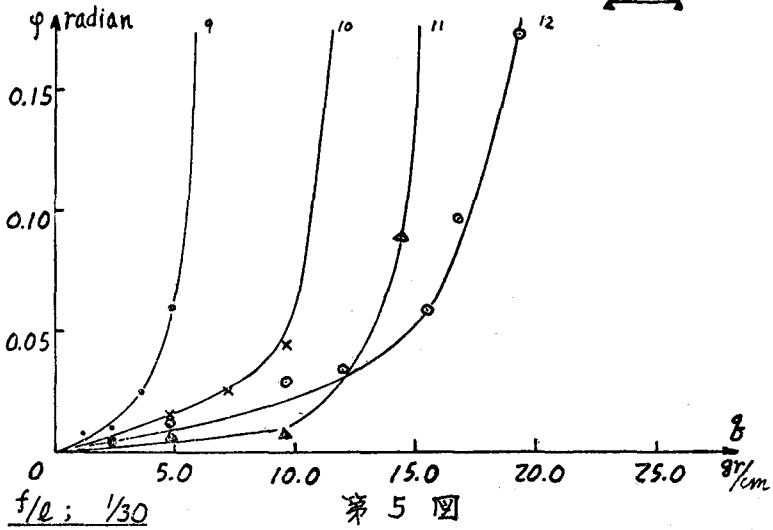
第 4 図

水平橫荷重(q)-最大撓曲角(φ)

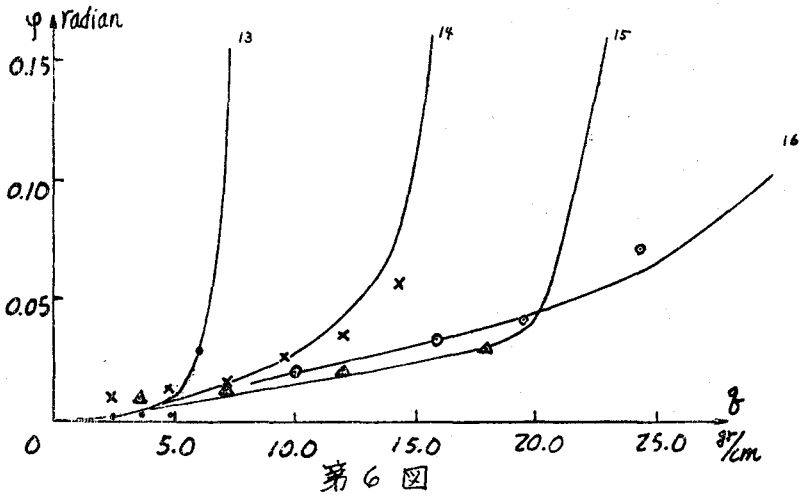
型式: GA 型

死荷重の影響

f/l : $1/15$



第 5 図



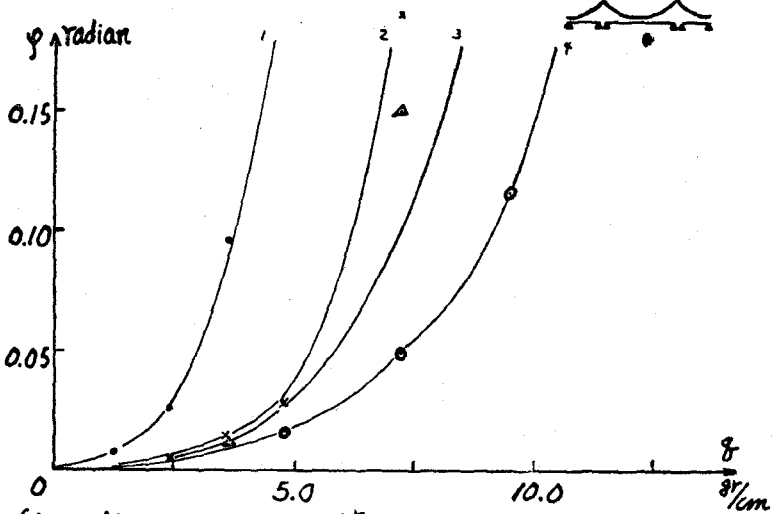
第 6 図

水平横荷重(q)—最大撓曲角(φ)

型式; GB型

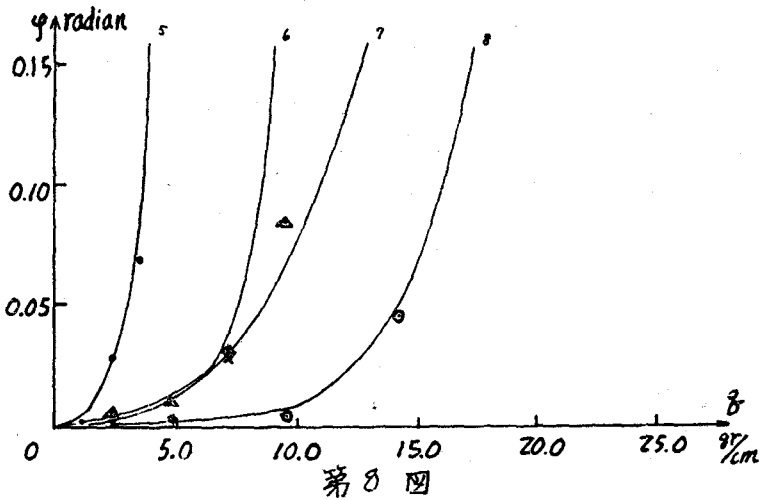
死荷重の影響

f/l ; $1/7.5$



f/l ; $1/10$

第 7 図



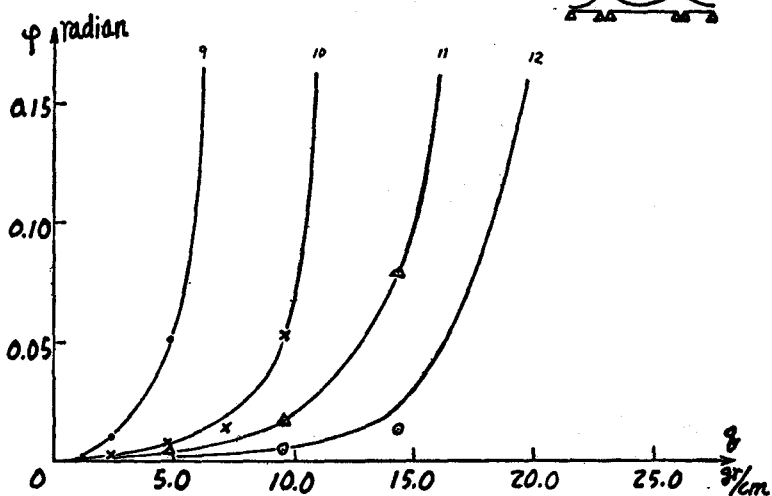
第 8 図

水平橫荷重(q)-最大撓曲角(ϕ)

型式: GB 型

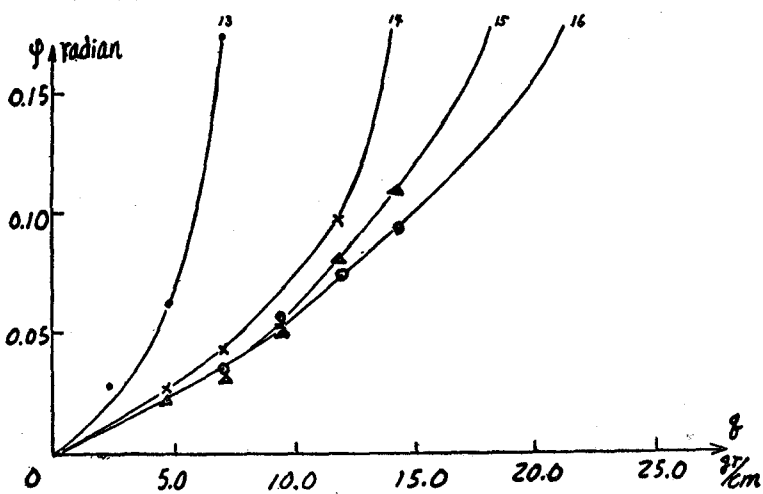
死荷重, 影響

f/l : $1/15$



f/l : $1/30$

第 9 圖



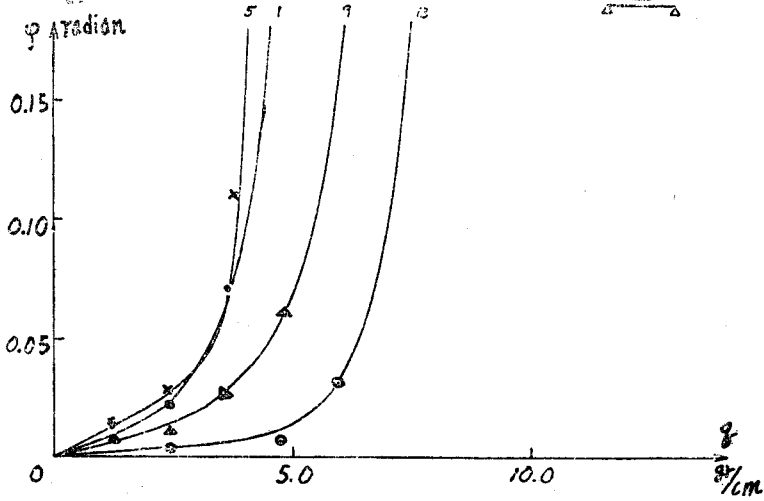
第 10 圖

水平横荷重(q)—最大挠度(φ)

型式; GA 型

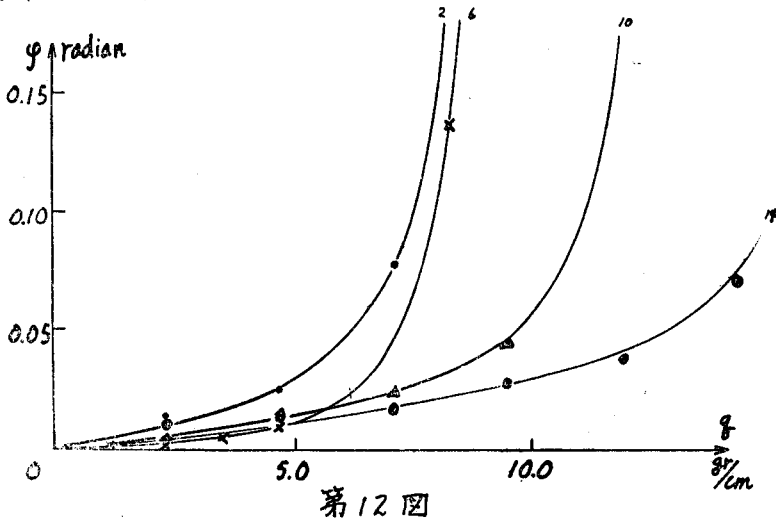
$5/2$ の影響

死荷重; $4.1 \text{ } \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$



死荷重; $13.6 \text{ } \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

第 11 図



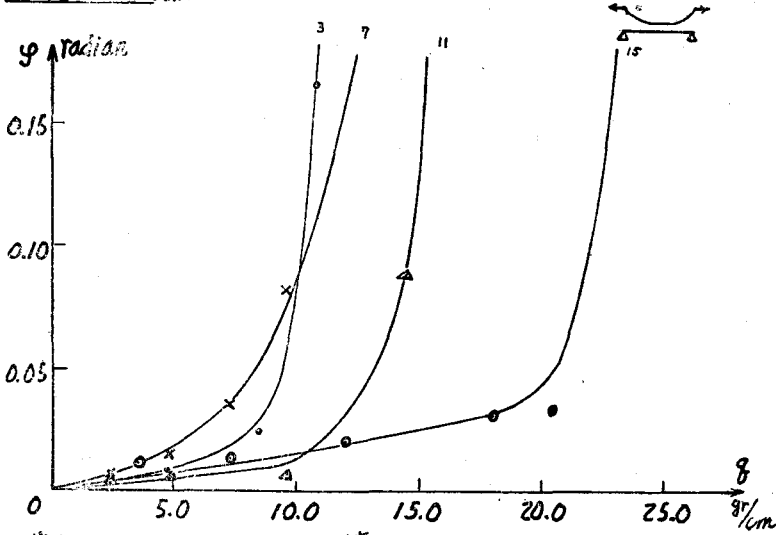
第 12 図

水平橫荷重(δ)-最大撓曲角(φ)

型式: GA型

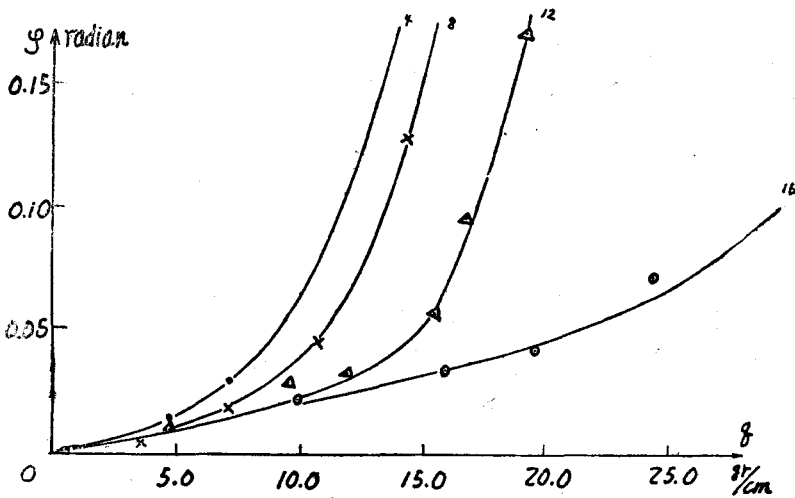
f/l の影響

死荷重; 23.1 kg/cm



死荷重; 32.6 kg/cm

第 13 圖



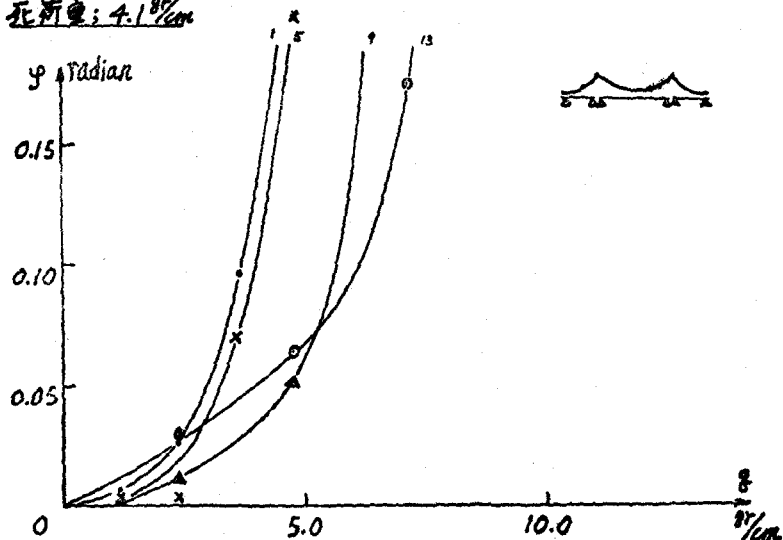
第 14 圖

水平横荷重(q)—最大挠角(φ)

型式: GB型

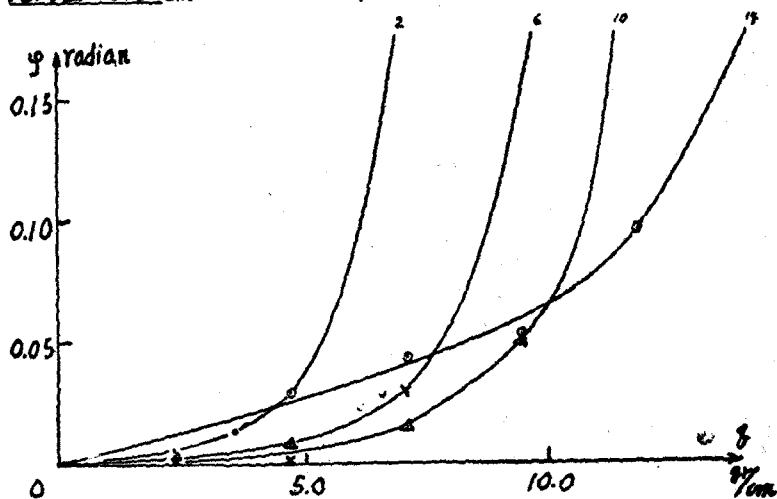
f/l の影響

死荷重: $4.18\%/cm$



死荷重: $13.6\%/cm$

第 15 図



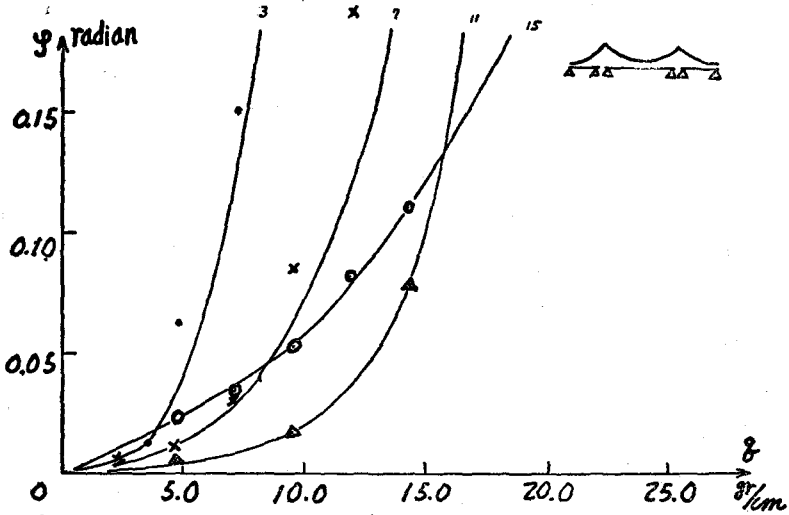
第 16 図

水平橫荷重(q)-最大撓曲角(φ)

型式; G_B 型

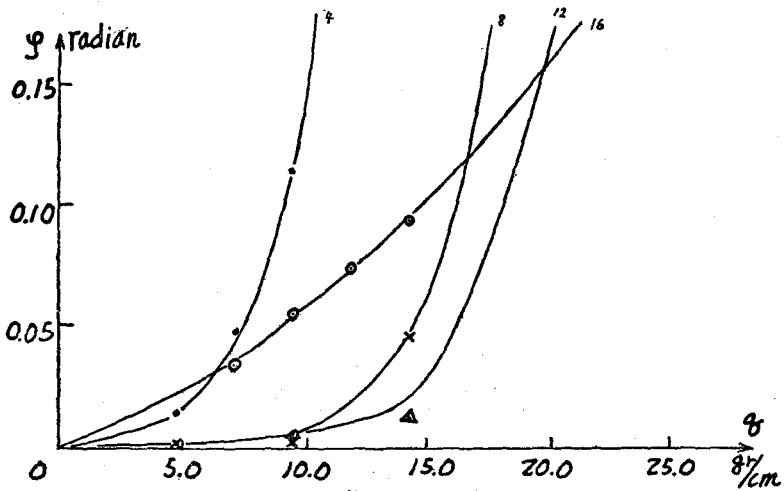
f/l 影響

死荷重; $23.1\%m$



死荷重; $32.6\%m$

第 17 圖



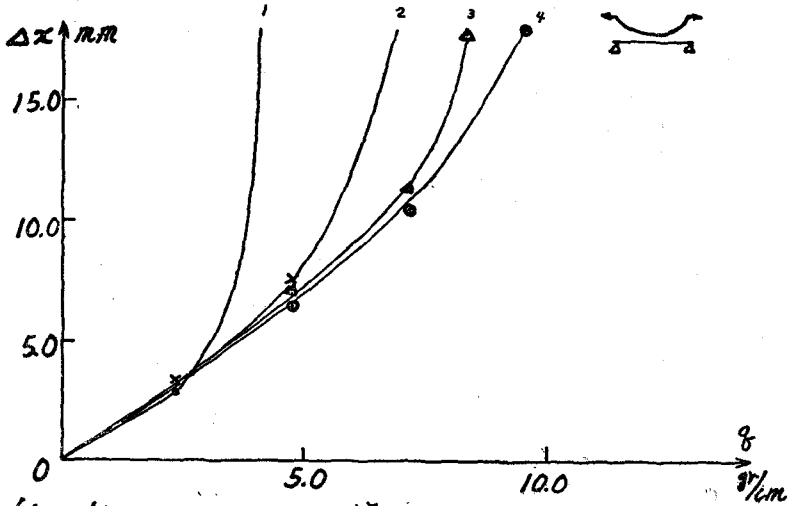
第 18 圖

水平横荷重(q)—水平変位(Δx)

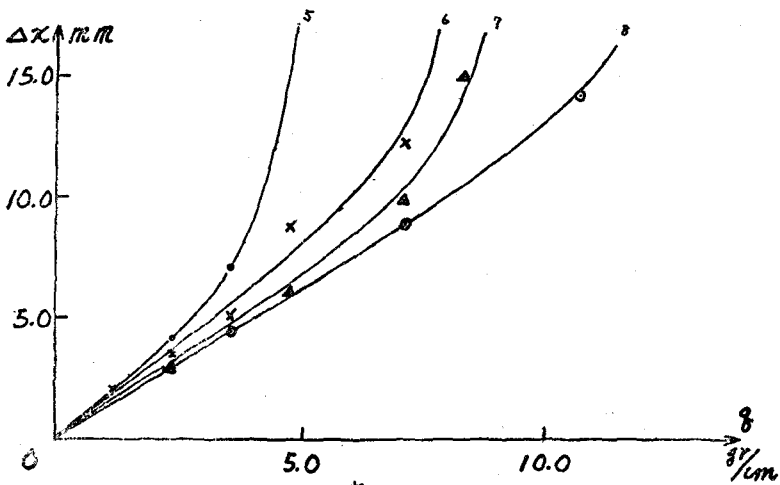
型式: GA 型

死荷重の影響

$\frac{f}{l} : 1/7.5$



第 19 図



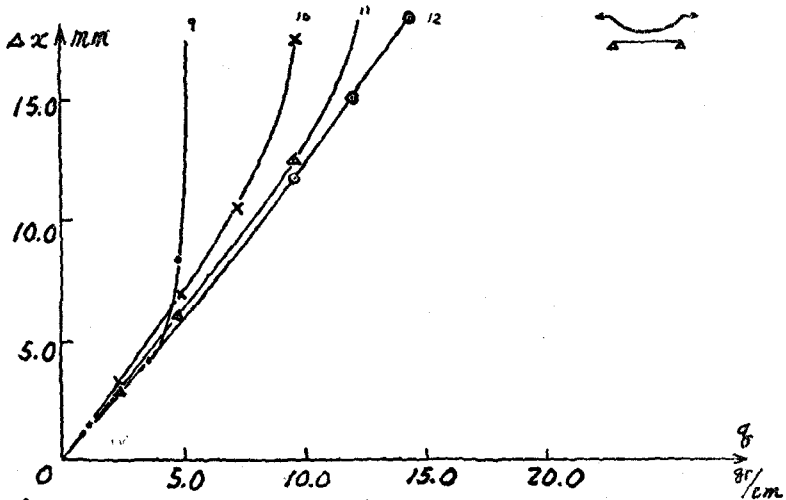
第 20 図

水平横荷重(q)-水平変位(Δx)

型式: GA 型

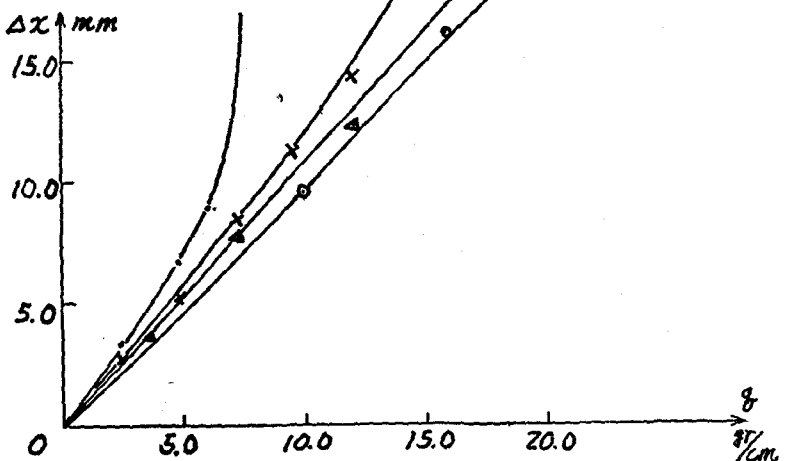
死荷重の影響

f/l : $1/15$



f/l : $1/30$

第 21 図

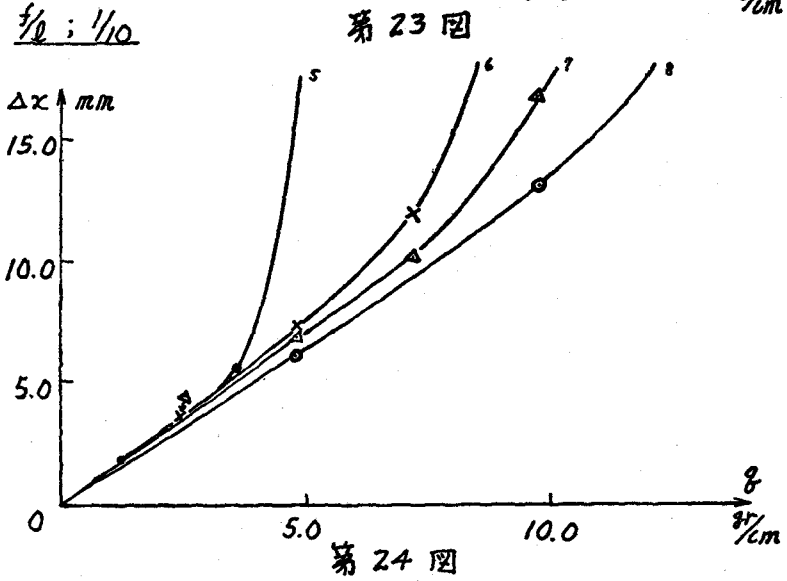
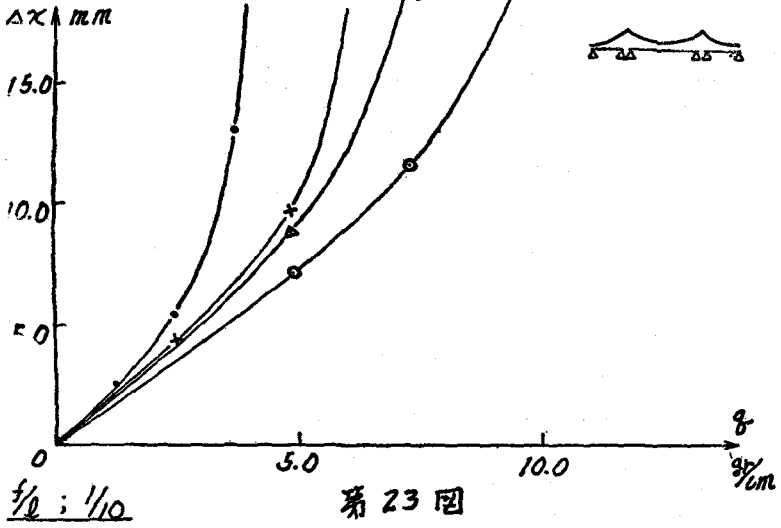


第 22 図

水平横荷重(q)—水平変位(Δx)

型式: G_B 型 死荷重の影響

f/l : $1/7.5$

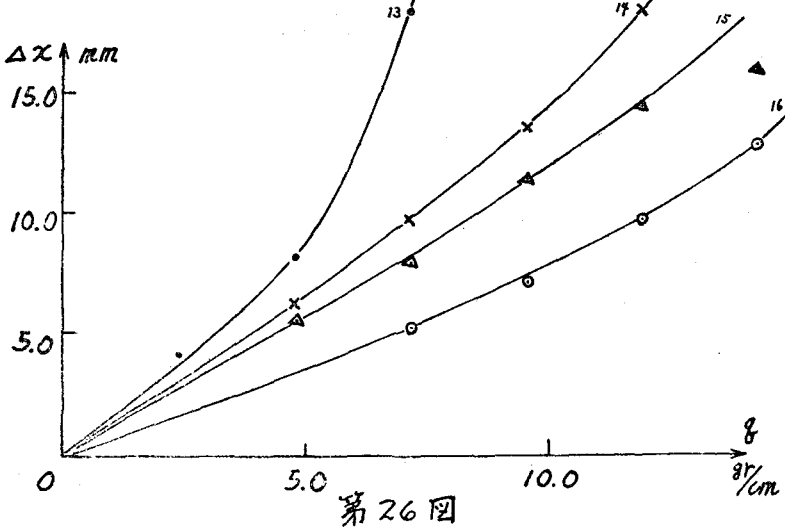
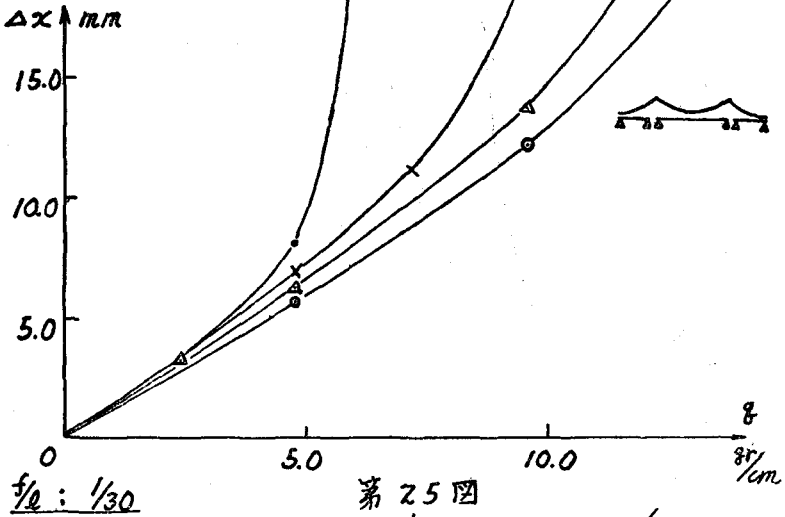


水平横荷重(q) - 水平変位(Δx)

型式: GB型

死荷重の影響

$f/l: 1/15$

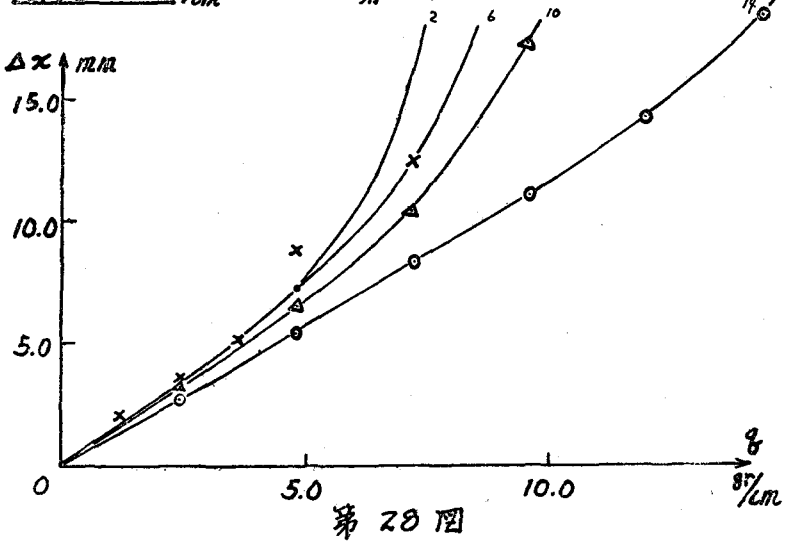
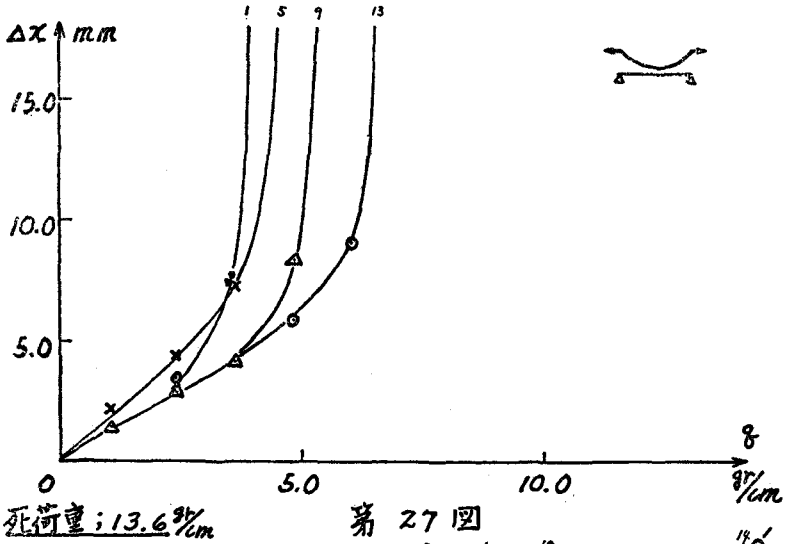


水平横荷重(q)—水平変位(Δx)

型式: GA 型

f/l の影響

死荷重: 4.1 kg/cm

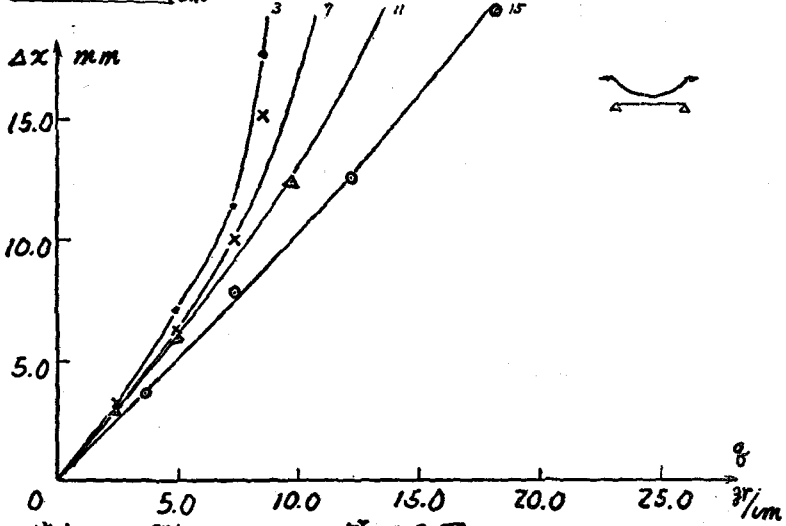


水平横荷重(q)—水平变位(Δx)

型式: GA 型

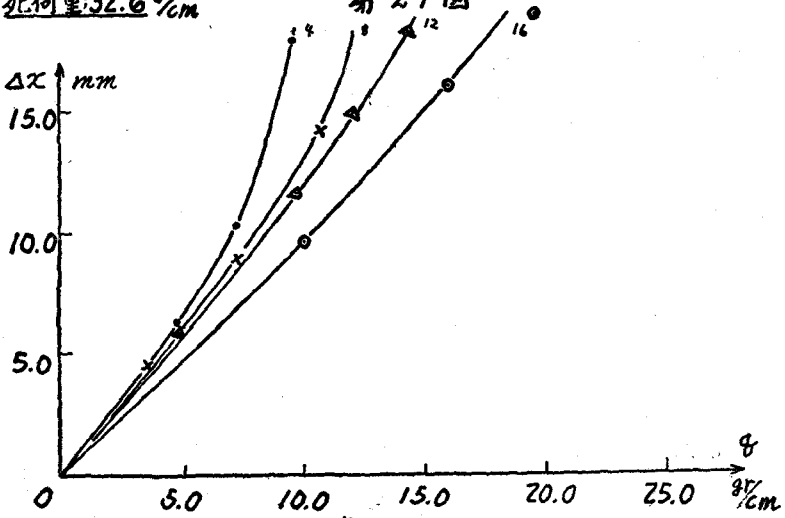
f/l の影響

死荷重: 23.1 kg/cm



死荷重: 32.6 kg/cm

第 29 図



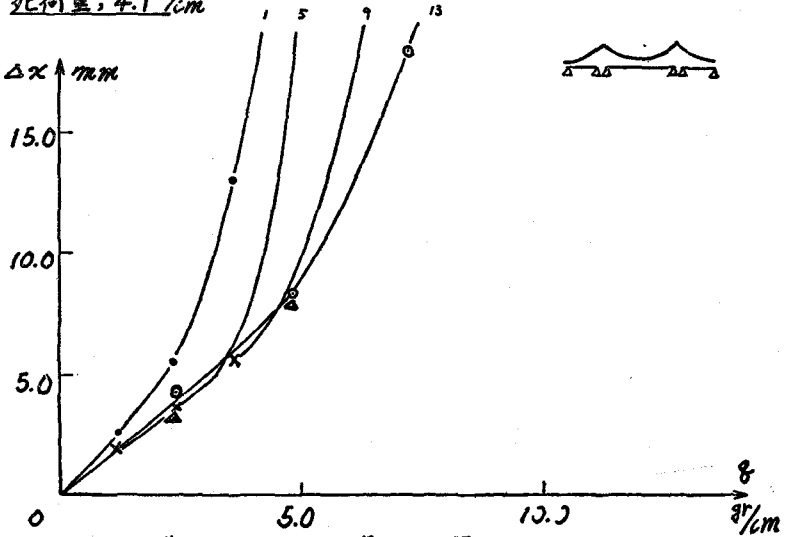
第 30 図

水平横荷重(q) - 水平变位(Δx)

型式: GB 型

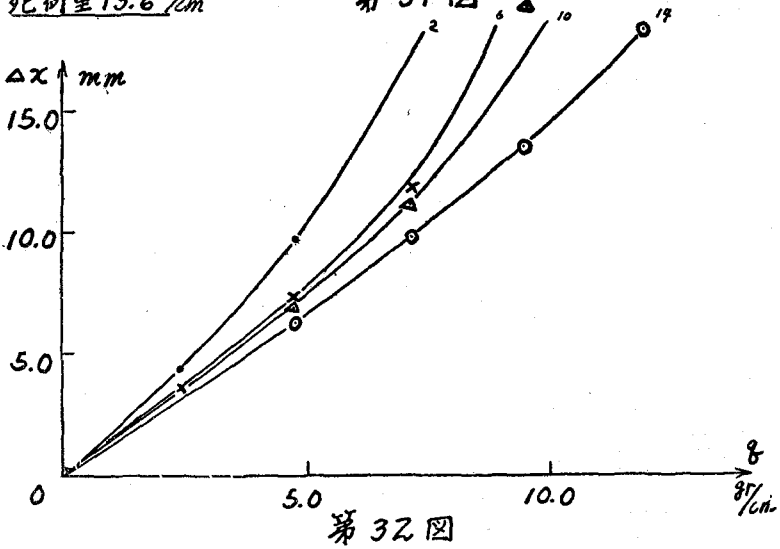
f/l 影响

死荷重: $4.1 \text{ } \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$



死荷重 $13.6 \text{ } \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$

第 31 图

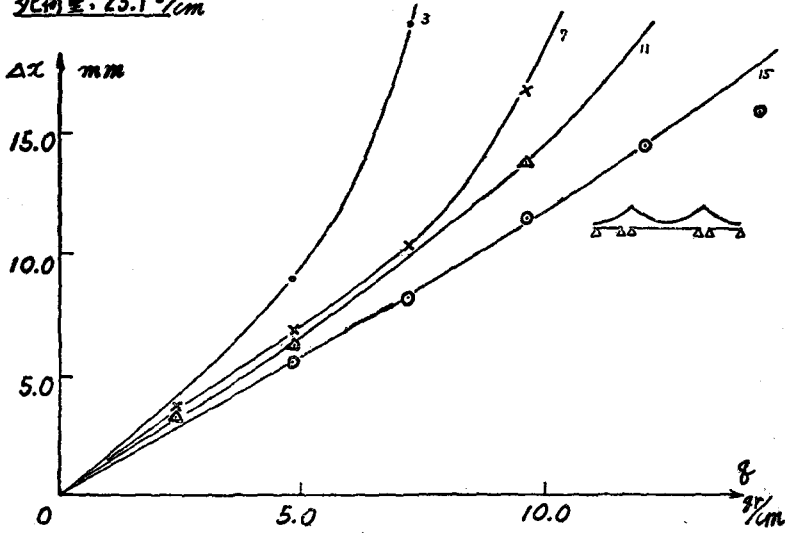


第 32 图

水平横荷重(q)-水平变位(Δx)

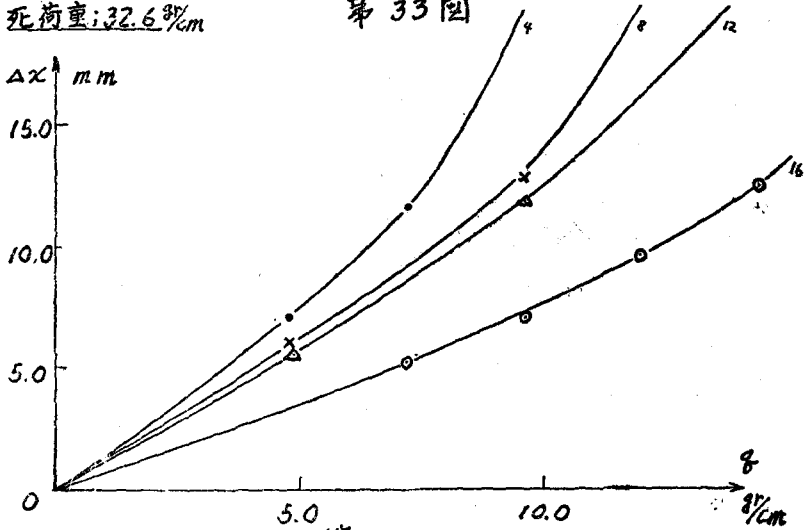
型式: G8 型 f/l の影響

死荷重: 23.1 kg/cm



第 33 図

死荷重: 32.6 kg/cm



第 34 図