

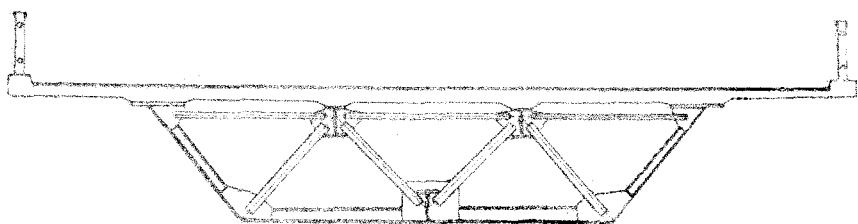
台形箱桁橋の床組の計算法について

小 西 保 則 *

上 原 基 也 **

ま え が き

第1図に示すような台形断面をもつた箱桁橋は、巾員にくらべて支点相互間の距離がみじかくてすむため、下部工の巾がせまくてすむこと、また下フランジの巾がせまいため、不必要に



第 1 図

大きな下フランジ断面積となることがないから経済的であること、など一般の矩形の箱桁橋とくらべて設計上大きな利点がある。

この構造の特長は箱断面を構成する隔板のかわりに、トラスを用いて使用鋼材の軽減をはかり、床組の荷重はこのトラスを通じて主桁下フランジの横リブに伝えられることである。

この特長的な床組構造のため慣用的な従来の計算方法で床組の応力を計算することは適当でない。

筆者らは、大阪市立大学小松助教授の御指導により、比較的簡単に台形箱桁のトラス式床組を解く方法を考案し、設計にも応用し得る段階に達したので、若干の計算例と共に、その理論と計算方法を紹介したいと思う。

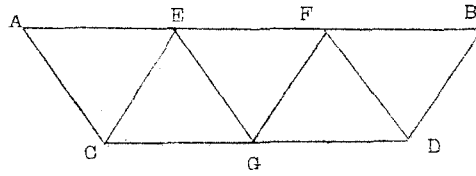
1. 床組構造の仮定

一般に台形箱桁の床組は、連続した縦桁と、これをささえる横トラスから成つていていると考え

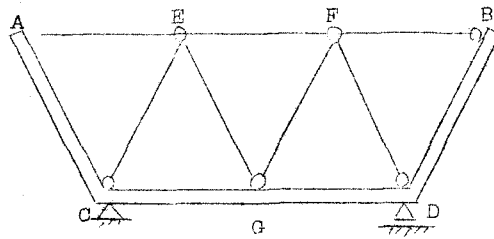
* 日本橋梁設計部

**

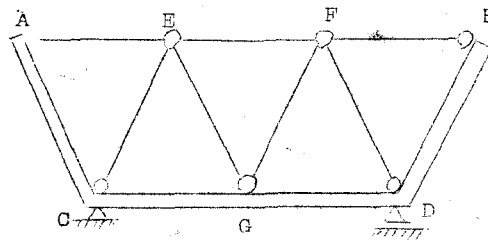
〃



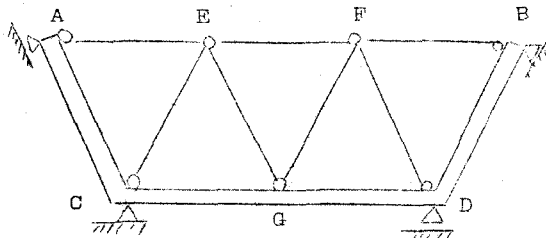
① トラスとして見る（横桁の応力が不明）



② 床組の横梁をラーメン構造と見る（最も安全）



③ 上フランジを弾性支点とみなす



④ 上フランジをピン支点とみなす

ることができる。

さて、橋梁の設計における一般の仮定に従つて、床組は動かない主桁の上に乗っているものとする、第2図に示すように4つの構造が考えられる。

①は横桁がすべてトラス部材からなりたっているものという考えである。最も構造として単純であるが、これでは部材 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ に作用する曲げモーメントがまったく考えられないことになる。また、載荷位置によつては、部材 $\overline{AE}$, $\overline{FB}$ にはしばしば無応力の場合がでてくるが、横桁としてトラス部材のどれかが当然なんらかの応力を生じているはずであるから、実際構造と、この仮定構造とはすこしかけはなれているというべきであろう。

②は部材 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ を曲げモーメントをうけるラーメン構造とみなした場合である。上フランジは自由で、横トラスの変形をさまたげないものとする。この仮定によれば、横トラス各部材の応力がはつきり生じてくるだけでなく、仮定としての条件も比較的単純で計算上の取り扱いも楽である。また、実際構造にくらべてすこし自由度が多いので、各部分の応力としては安全側に計算されることになる。本論文にのべる計算法は、②の仮定によつたものである。

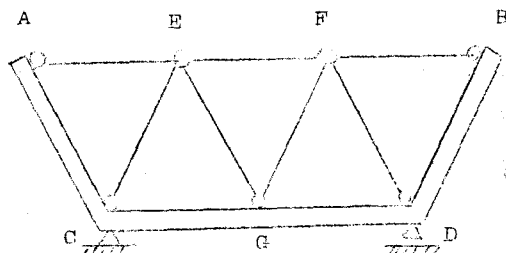
③は、床版を上フランジとする合成台形箱桁として、もつとも厳密な仮定と思われるが、A点およびB点の弾性固定度をきめることは必ずしも簡単なことではない。

④は床版による固定度を無限に大きいと考えて、上フランジの移動をとめた構造である。この支点反力はジベルをわたつて、床版に作用するものとする。ジベルの設計にはこの方法によつて計算された反力を用いるとよいと思われる。

以下、②の仮定にしたがつて台形箱桁の床組の計算法を述べよう。

2. 計算の方針

まず、床組のうち、横方向のトラスを第3図のような構造と考えて解く。これは外的には静



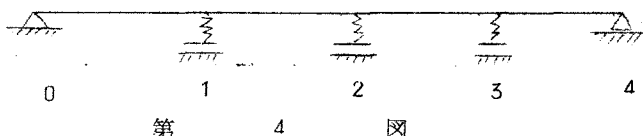
第 3 図

定であり、内的には三次の不静定構造である。これによつて横トラスの各格点のたわみを横桁に作用する力の関数としてあらわすことができる。

次に、縦方向には、縦桁が横トラスによつて弾性支持された連続梁であると考えて解く。第4図

縦桁の各支点のたわみ

は横トラスのたわみによ
つておこるものであるか
ら、前にのべた横トラス
の解と、縦桁の解とはひ

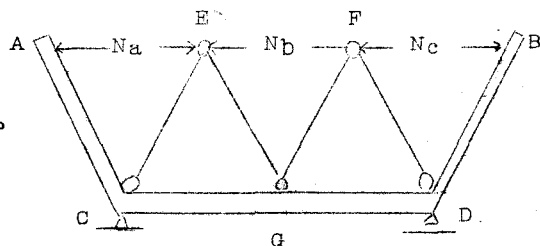


としくなければならない。このことを条件にいて弾性方程式をつくつて解けばよいわけであ
る。なお、本計算法では未知数として、縦桁と横トラスの格点に作用してい
る不静定力と縦桁の支点曲げモーメントをとることにした。これは、最後
の連立方程式の解そのものが、ズバリ曲げモーメントの大きさをあらわすことになつて、便利
である。このため未知数は格子桁の解法などの場合に比べて2倍となるが、電子計算機に依
つて連立方程式を解けば、未知数の量はあまり問題にならない。本論文にかかげた計算例は未
知数は18ケであつたが、18元連立方程式は半日で解くことができた。

3. 横トラスのたわみの解

第5図のような静定基本系を考える。

荷重 P_m に対し、仮想仕事式
を作ると、 $\delta a, \delta b, \delta c$ をそれ
ぞれ N_a, N_b, N_c による $A E$
 $E F, F B$ の相対変位とするとき。



第 5 図

$$1 \times \delta a = \sum P_m \delta m_a - N_a \delta a_a - N_b \delta a_b - N_c \delta a_c$$

$$1 \times \delta b = \sum P_m \delta m_b - N_a \delta b_a - N_b \delta b_b - N_c \delta b_c$$

$$1 \times \delta c = \sum P_m \delta m_c - N_a \delta c_a - N_b \delta c_b - N_c \delta c_c$$

しかるに、上記基本系は釣合状態にあつて、何等の外的仕事もないから、左辺は0。また
 $P_m = 1$ とすると

$$\left. \begin{aligned} \delta m_a - N_a \delta a_a - N_b \delta a_b - N_c \delta a_c &= 0 \\ \delta m_b - N_a \delta b_a - N_b \delta b_b - N_c \delta b_c &= 0 \\ \delta m_c - N_a \delta c_a - N_b \delta c_b - N_c \delta c_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-1)$$

ここに

$\delta m_a : N_a = -1$ による P_m の作用点の変位

$\delta_{ua}: N_u = -1$ による N_u の作用点の変位

$\delta_{bu}: N_u = -1$ による N_b の作用点の変位

各係数を更にくわしく書けば下のようである。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ma} &= \int \overline{M_o} \overline{M_a} \frac{ds}{EI} + \int \overline{N_o} \overline{N_a} \frac{ds}{EA} + \int \overline{Q_o} \overline{Q_a} \frac{ds}{GA} \\ \delta_{ua} &= \int \overline{M_u}^2 \frac{ds}{EI} + \int \overline{N_u}^2 \frac{ds}{EA} + \int \overline{S_u}^2 \frac{ds}{GA} \\ \delta_{bu} &= \int \overline{M_u} \overline{M_b} \frac{ds}{EI} + \int \overline{N_u} \overline{N_b} \frac{ds}{EA} + \int \overline{S_u} \overline{S_b} \frac{ds}{GA} \end{aligned} \right\} \quad (3-2)$$

ここに

M_o, N_o, S_o : 基本系に $P_m = 1$ が作用したときの各部材の曲げモーメント、軸力およびせん断力

$\overline{M_u}, \overline{N_u}, \overline{S_u}$: 基本系に $N_u = -1$ が作用したときの各部材の曲げモーメント、軸力およびせん断力

筆者らの計算によれば (3-2) 式で、軸力およびせん断力の項は曲げモーメントの項の30分の1以下であつて、以下の計算結果に及ぼす影響はすくないようであつた。計算の単純化、じん速化の上からは本計算は第1項のみで充分である。

(3-1) 式を解いて N_a, N_b, N_c を得る。

次に、不静定力 N_a, N_b, N_c をつかつて、横トラスの各格点のたわみを求める。

たわみをそれぞれ $\delta_{AE}, \delta_{AF}, \delta_{AG} \dots\dots$ とするとたわみの仮想仕事式は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} 1 \times \delta_{AE} &= \int \overline{M_E} \overline{M_A} \frac{ds}{EI} + \int \overline{N_E} \overline{N_A} \frac{ds}{EA} + \int \overline{S_E} \overline{S_A} \frac{ds}{GA} \\ 1 \times \delta_{AF} &= \int \overline{M_F} \overline{M_A} \frac{ds}{EI} + \int \overline{N_F} \overline{N_A} \frac{ds}{EA} + \int \overline{S_F} \overline{S_A} \frac{ds}{GA} \\ 1 \times \delta_{AG} &= \int \overline{M_G} \overline{M_A} \frac{ds}{EI} + \int \overline{N_G} \overline{N_A} \frac{ds}{EA} + \int \overline{S_G} \overline{S_A} \frac{ds}{GA} \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

ここに

M_E, N_E, Q_E : $P_m = 1$ が E 点に作用したときの各部材の曲げモーメント、軸力およびせん断力

びせん断力

$\overline{M}_A, \overline{N}_A, \overline{Q}_A$: 仮想荷重 $\overline{P}=1$ がA点に作用したときの各部材の曲げモーメント、軸力およびせん断力

びせん断力

この結果から、各点の荷重を $\overline{X}_E, \overline{X}_F, \overline{X}_G$ とすると、各格点のたわみは次のようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} Y_A &= \delta_{AA} P_A + \delta_{AB} P_B + \delta_{AE} \overline{X}_E + \delta_{AF} \overline{X}_F + \delta_{AG} \overline{X}_G \\ Y_B &= \delta_{BA} P_A + \delta_{BB} P_B + \delta_{BE} \overline{X}_E + \delta_{BF} \overline{X}_F + \delta_{BG} \overline{X}_G \\ Y_E &= \delta_{EA} P_A + \delta_{EB} P_B + \delta_{EE} \overline{X}_E + \delta_{EF} \overline{X}_F + \delta_{EG} \overline{X}_G \\ Y_F &= \delta_{FA} P_A + \delta_{FB} P_B + \delta_{FE} \overline{X}_E + \delta_{FF} \overline{X}_F + \delta_{FG} \overline{X}_G \\ Y_G &= \delta_{GA} P_A + \delta_{GB} P_B + \delta_{GE} \overline{X}_E + \delta_{GF} \overline{X}_F + \delta_{GG} \overline{X}_G \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

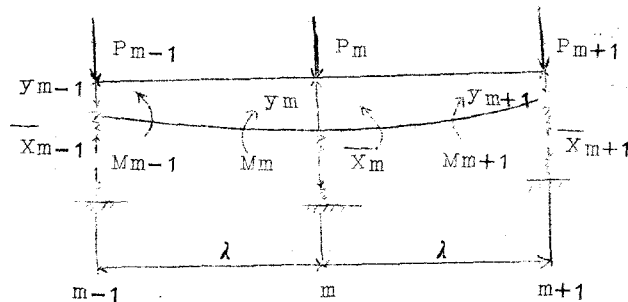
ここに、 P_A, P_B は主桁フランジ上に荷重された場合でこれは不静定量とはならない。

なお、(3-3) 式では軸力の項は相当影響するから省略しない方がよい。

4. 縦桁の連続梁としての解

縦桁はおのおの弾性支承上の連続梁として、支点が沈下する場合の三連モーメントの式をたてる。

第6図を参照して



第 6 図

$$M_{m-1} + 4M_m + M_{m+1} + 6EI \left(\frac{y_{m-1}}{\lambda^2} - 2 \frac{y_m}{\lambda^2} + \frac{y_{m+1}}{\lambda^2} \right) = 0$$

$$\therefore M_{m-1} + 4M_m + M_{m+1} + \frac{6EI}{\lambda^2} y_{m-1} - \frac{3EI}{\lambda^2} y_m + \frac{6EI}{\lambda^2} y_{m+1}$$

$$= 0 \quad \dots\dots\dots (4-1)$$

次に荷重と曲げモーメントの釣合条件から

$$\frac{M_{m-1}}{\lambda} - \frac{2}{\lambda} M_m + \frac{M_{m+1}}{\lambda} = -X_m$$

また $X_m = P_m - \overline{X}_m$

$$\therefore \frac{M_{m-1}}{\lambda} - \frac{2}{\lambda} M_m + \frac{M_{m+1}}{\lambda} - \overline{X}_m = -P \quad (4-2)$$

(4-1) および (4-2) 式が各縦桁の各格点について成立する。

5. 床組としての解

最後に、3と4で求めた結果をたわみがひとしいという条件で連立方程式にして解く。

第7図の場合は縦桁の格点曲げモーメントが9ヶ、不静定反力が9ヶ、合計18ヶの未知数をもつことになる。

ここで、(3-4)式を(4-1式)に代入する。 M と $\overline{X}$ を未知数とするこの式を(5-1式)としよう。

(5-1式)と(4-2)式を連立にして解けばよい。式は本計算例の場合18元連立方程式である。

6. 数 値 計 算 例

第8図のような断面をもつ床組を解いてみる。

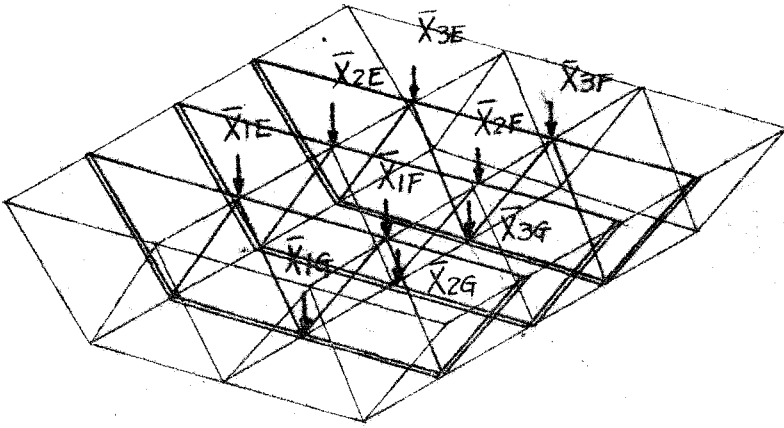
(3-1)式によつて N_a, N_b, N_c を求めると次のようになった。

	N_a	N_b	N_c
$P=1 \text{ at } A$	0.722	0.339	0.008
$P=1 \text{ at } E$	-0.017	-0.457	-0.008
$P=1 \text{ at } G$	-0.020	-0.839	-0.020

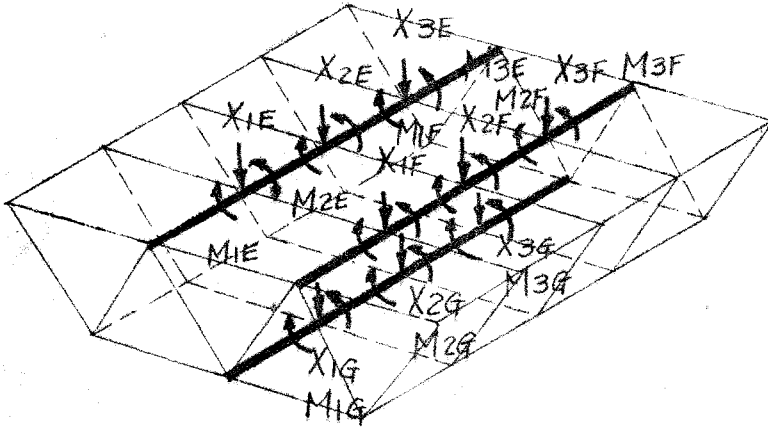
したがつて、おのおの場合について曲げモーメントと軸力を計算すると第9図のようになる。

この数値をつかつて(3-3)式から各点のたわみが容易に求められる。この場合、せん断力の影響は省略した。

たわみの計算結果は次のようになった。

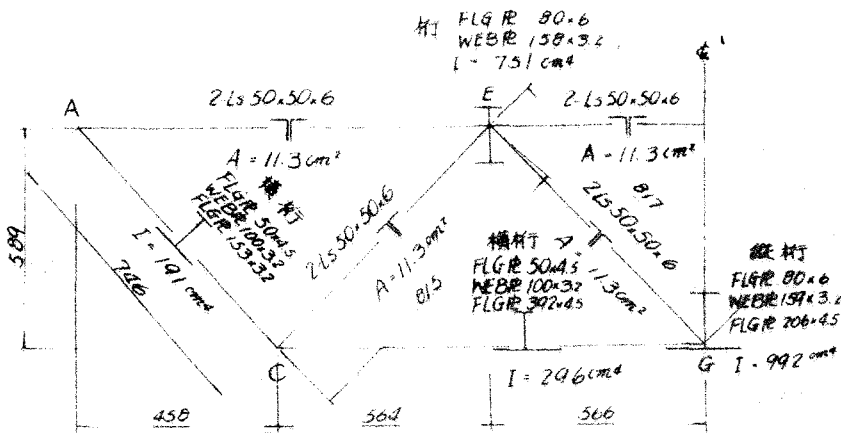


横トラスに対しての互静定力

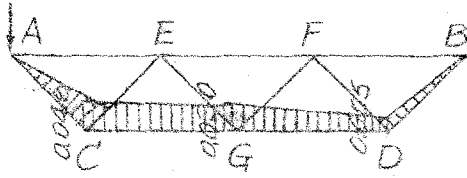


縦桁に対しての互静定力

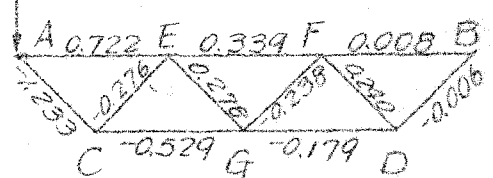
第 7 図



第 8 図

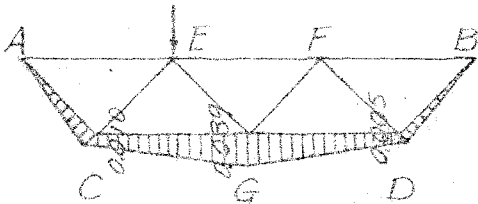


曲ゲ モーメント

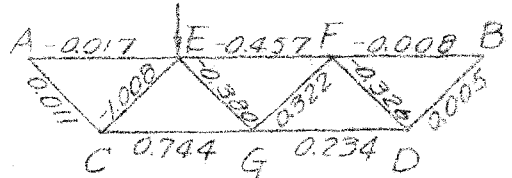


軸力

$p = 1$ at E

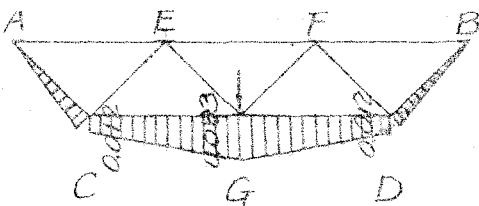


曲げモメント

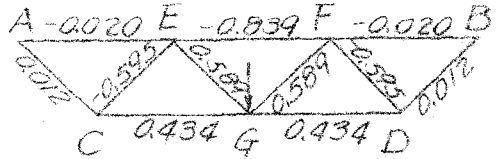


軸 力

P-1 at G



曲げモメント



軸力

第 9 圖

$$\left. \begin{array}{llll} y_A = -4.0803 & \bar{X}_E - 4.0562 & \bar{X}_F - 4.082 & \bar{X}_G \\ y_B = -4.0562 & \bar{X}_E - 4.0803 & \bar{X}_F - 4.082 & \bar{X}_G \\ y_E = 8.3394 & \bar{X}_E + 5.1061 & \bar{X}_F + 8.1878 & \bar{X}_G \\ y_F = 5.1061 & \bar{X}_E + 8.3383 & \bar{X}_F + 8.1878 & \bar{X}_G \\ y_G = 8.1878 & \bar{X}_E + 8.1878 & \bar{X}_F + 15.3563 & \bar{X}_G \end{array} \right\} (6-1)$$

(5-1) 式は機械的に計算できる。(4-2) 式も簡単に求めることができる。

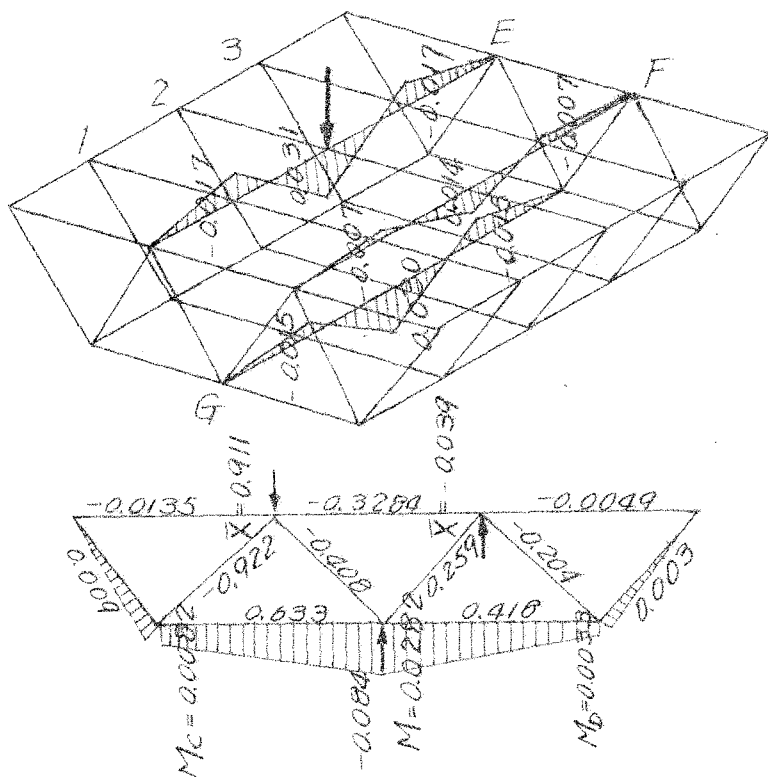
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	M1E	M2E	M3E	M1F	M2F	M3F	M1G	M2G	M3G
1	4	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	4	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	4	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	4	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	4	1	0	0	0
6	0	0	0	0	1	4	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	4	1	0
8	0	0	0	0	0	0	1	4	1
9	0	0	0	0	0	0	0	1	4
10	-1.8467	0.9234	0	0	0	0	0	0	0
11	0.9234	-1.8467	0.9234	0	0	0	0	0	0
12	0	0.9234	-1.8467	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	-1.8467	0.9234	0	0	0	0
14	0	0	0	0.9234	-1.8467	0.9234	0	0	0
15	0	0	0	0	0.9234	-1.8467	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	-1.8467	0.9234	0
17	0	0	0	0	0	0	0.9234	-1.8467	0.9234
18	0	0	0	0	0	0	0	0.9234	-1.8467

表

10	11	12	13	14	15	16	17	18	
X_{1E}	X_{2E}	X_{3E}	X_{1F}	X_{2F}	X_{3F}	X_{1G}	X_{2G}	X_{3G}	荷重項
-0.1345	0.0673	0	-0.0824	0.0412	0	0.1321	0.0661	0	0
0.0673	-0.1345	0.0673	0.0412	-0.0824	0.0412	0.0661	0.1322	0.0661	0
0	0.0673	-0.1345	0	0.0412	-0.0824	0	0.0661	-0.1321	0
-0.0824	0.0412	0	-0.1345	0.0673	0	-0.1321	0.0661	0	0
0.0412	-0.0824	0.0412	0.0673	-0.1345	0.0673	0.0661	-0.1321	0.0661	0
0	0.0412	-0.0824	0	0.0673	-0.1345	0	0.0661	-0.1322	0
-0.1746	0.0873	0	-0.1746	0.0873	0	-0.3273	0.1636	0	0
0.0873	-0.1746	0.0873	0.0873	0.1746	0.0873	0.1636	-0.3273	0.1636	0
0	0.0873	-0.1746	0	0.0873	-0.1746	0	0.1636	-0.3273	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0

第 2 表

$M1E = -0.0169$	$\overline{X1E} = +0.0600$
$M2E = +0.0311$	$\overline{X2E} = +0.9111$
$M3E = -0.0169$	$\overline{X3E} = +0.0660$
$M1F = -0.0069$	$\overline{X1F} = +0.0260$
$M2F = +0.0142$	$\overline{X2F} = -0.0391$
$M3F = -0.0069$	$\overline{X3F} = +0.0260$
$M1G = -0.0149$	$\overline{X1G} = +0.0556$
$M2G = +0.0304$	$\overline{X2G} = -0.0886$
$M3G = -0.0149$	$\overline{X3G} = +0.0556$



② 列横トラス

第 10 図

これらの係数をまとめると第1表を得る。いま、荷重 $P=1$ が第7図の2E点に作用したとして、第1表の未知数を求めると、第2表のようになった。

これを図にかくと第10図のようになる。荷重の分配状況、縦桁の曲げモーメントのおこりぐあい、よくわかるのである。

7. ま す び

計算例はある特殊なもの一つを解いてみたにすぎないが、このほか、いろいろな場合について、現在計算しているところである。

また、模型実験によつて計算値の精度をたしかめるよう計画中であるが、その比較結果は後日機会を得て発表したい。

本文の執筆にあたり、指導と激励を賜つた大阪市大小松助教授に深く感謝申し上げる次第である。

参 考 文 献

1. 台形箱桁の実例

O. Berr und A. Kramer: Die Wupper-Talrücke bei Wuppertal-Oehde, Der Stahlbau, 29 Jahrgang Heft 6 S. 161-173, Juni 1960

2. 鋼板の有効巾の計算

計算例における下フランジおよび腹板の横桁としての有効巾は下記の示方書案に依つた。

溶接鋼道路橋設計示方書改訂案第6節 鋼床板

