

不整形網目鉄骨シエルの研究

株式会社巴組鉄工所 松 下 富 士 雄
佐 藤 誠
林 健 生

1 ま え が き

鉄骨シエルを構成するトラスの網目が第1図に示すように均等な場合の応力解析については、既に各種のシエルについて、理論、実験の両面より研究を行なつてきた。^{註1)} その結果「鉄骨シエル理論」が充分な精度で応力解析に適用できることが確められた。

しかしながら、実際の鉄骨シエルでは、網目が均等ではない場合がある。殊に、球形シエルでは幾何学的に網目を一様にするのが不可能である。^{註2)}

例えば第5図、第9図に示すような不整形な網目のトラスの応力解析には従来、立体トラスの解法が考えられてきたが、一般に不静定次数が多大であり、^{註3)} 理論的には考えられても、実際に応力を求めることは殆んど不可能である。

本研究は鉄骨シエル理論を上述の不整形な網目のシエルへの適用へと発展させることを目的とした。

2 基 礎 理 論

鉄骨シエルの応力解析は次の過程からなっている。^{註4)}

- a) 鉄骨トラスの基本形を弾性力学的に等価な版に置換する。
- b) 等価シエルの応力をシエル理論を適用して求める。
- c) 求めたシエル応力をトラス部材応力に置換する。

不整形網目の場合特に問題となるのは、a) 等価版への置換と、c) トラス部材応力への置換である。

- 1) 等価弾性諸係数を求めるに当り次のように仮定をする。
 - a) 網目の形状は各点において、多少異つている。従つてシエルの弾性係数が変化することになる。変化の割合が一定の場合は解きうるが、第5図、第9図のような場合はシエル理論で解くことは不可能である。そこでシエルの弾性係数を近似的に仮定することが必要になる。球形シエルの場合は、境界条件によつて生ずる曲げ理論応力は、境界の周辺にのみ発生して、中央部にはあまり影響しない。従つてシエルの弾性係数としては、境界の周辺の値を採用して、一定であると仮定する。
 - b) 基本形は正三角形ではないから、直交する二軸 x 、 y 軸に関しても弾性係数は等しくない。そこでトラス網目をできる限り正三角形に近いものにし、これを正三角形とみなせば、この基本形に対応する等価版は x 、 y 軸について弾性係数が等しくなる。そこでこれを等方性の版として取扱う。

以上二つの仮定を設けることによりシエル応力は容易に求めることができる。

- 2) トラス部材応力の算定

a) 基本三角形の形状は連続的に変化しているものと考えて、第2図に示すように相隣るABCとDCBは合同で、ABDCは平行四辺形を形成するものとする。基本形ABDCに対応する等価版EFGHは相対する辺EF, GH及びEH, FGが基本形ABDCの対角線AD, BCに夫々平行であるように採る。従つて等価版EFGHの各辺に等分布する外力（シエル応力） $N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx}, M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx}, O_x, O_y$ の合力は基本形ABDCの各頂点に作用することになる。

a) x', y' 軸について求められたシエル応力を x', y' 座標に変換する。

まづ辺EHに作用する変換された応力 $N'y, N'y'x'$ を求める。EHLの釣合において、

$$N_y \ell_1 \cos \eta_2 + N_{xy} \ell_1 \sin \eta_2 = N_y' \ell_1 \cos \eta_1 - N_y' x' \ell_1 \sin \eta_2$$

$$\sum x = 0 \text{ により}$$

$$N_{yx} \ell_1 \cos \eta_2 + N_x \ell_1 \sin \eta_2 = N_y' \ell_1 \sin \eta_1 + N_y' x' \ell_1 \cos \eta_2$$

故に

$$N_y' = \frac{1}{\cos(\eta_1 - \eta_2)} (N_y \cos^2 \eta_2 + N_x \sin^2 \eta_2 + N_{xy} \sin \eta_2 \cos \eta_2 + N_{yx} \sin \eta_2 \cos \eta_2)$$

$$N_y' x' = \frac{1}{\cos(\eta_1 - \eta_2)} (N_y \sin \eta_1 \cos \eta_2 - N_x \sin \eta_2 \cos \eta_1 + N_{xy} \sin \eta_1 \sin \eta_2 - N_{yx} \cos \eta_2 \cos \eta_1)$$

$N_{xy} = N_{yx}$ なる関係を入れて

$$\left. \begin{aligned} N_y' &= \frac{1}{\cos(\eta_1 - \eta_2)} (N_y \cos^2 \eta_2 + N_x \sin^2 \eta_2 + N_{xy} \sin^2 \eta_2) \\ N_y' x' &= \frac{1}{\cos(\eta_1 - \eta_2)} (N_y \sin \eta_1 \cos \eta_2 - N_x \sin \eta_2 \cos \eta_1 - N_{xy} \cos(\eta_1 - \eta_2)) \end{aligned} \right\} (1)$$

次にHGKの合を考えると、EHLと全く同様にして、 $N_x', N_x' y'$ が求められる。

$$\left. \begin{aligned} N_x' &= \frac{1}{\cos(\eta_2 - \eta_1)} (N_x \cos^2 \eta_1 + N_y \sin^2 \eta_1 - N_{xy} \sin 2\eta_1) \\ N_x' y' &= \frac{1}{\cos(\eta_2 - \eta_1)} (N_x \sin \eta_2 \cos \eta_1 - N_y \sin \eta_1 \cos \eta_2 + N_{xy} \cos(\eta_1 + \eta_2)) \end{aligned} \right\} (2)$$

(1), (2) 式をまとめて

$$N_y' = \frac{1}{\cos(\eta_1 - \eta_2)} (N_y \cos^2 \eta_2 + N_x \sin^2 \eta_2 + N_{xy} \sin 2\eta_2)$$

$$N_x' = \frac{1}{\cos(\eta_1 - \eta_2)} (N_x \cos^2 \eta_1 + N_y \sin^2 \eta_1 - N_{xy} \sin 2\eta_1)$$

$$N_x'y' = N_y'x' = \frac{1}{\cos(\eta_1 - \eta_2)} (N_x \sin \eta_2 \cos \eta_1 - N_y \sin \eta_1 \cos \eta_2 + N_{xy} \cos(\eta_1 + \eta_2))$$

M, Q についても同様にして式が得られ、それを用いてトラス部材が算定できる。

b) トラス部材は Cremona 法によつて求めることもできる。この場合基本形 ABCD に作用する力を第 3 図のように x-, y- 方向に分けて求めた方が便利である。

辺 EH, FG につき

$$y \text{ 方向: } P_{y1} = N_y l_1 \cos \eta_2 + N_{xy} l_1 \sin \eta_2$$

$$x \text{ 方向: } P_{x1} = N_x l_1 \sin \eta_2 + N_{xy} l_1 \cos \eta_2$$

辺 EF, HG につき

$$x \text{ 方向: } P_{x2} = N_x l_2 \cos \eta_1 - N_{xy} l_2 \sin \eta_1$$

$$y \text{ 方向: } P_{y2} = N_y l_2 \sin \eta_1 - N_{xy} l_2 \cos \eta_1$$

M, Q についても同様の式が得られる。これらの力を基本形 ABCD に作用させ cremona 法でトラス応用を求める。亦算式を用いれば次のようになる。

$$N_{AB} = \operatorname{cosec} \alpha (\sin \alpha_2 P_{y1} + \cos \alpha_2 P_{x1})$$

$$N_{AD} = \operatorname{cosec} \alpha (\sin \alpha_1 P_{y1} + \cos \alpha_1 P_{x1})$$

$$N_{BD} = \frac{1}{2} [\cos \eta_2 P_{2y} - \sin \eta_2 P_{2x} - \sin(\alpha_2 + \eta_2) N_{AD} - \sin(\alpha_1 - \eta_2) N_{AB}]$$

M, Q についても同様の式が得られる。

3 適用例

以上述べてきた「不整形網目鉄骨シェル理論の応力解析法」の精度を確かめるために、網目の密なものとは粗なものについて適用し、その結果を実験値と比較してみた。

実験の詳細については省略する。

1) 厚生年金高岡市民体育館模型

66 m のスパンを有する実物^{註5}の模型を作製し実験及び理論解析を行つた。模型の概要は第 6 図に示す。

本トラスの割込方法は第 4 図に示したように、球面の頂点で接する平面上に正三角形の網目を作り、それを球心に向つて投影し、球面上の投影図をもつて割込みとした。この方法によると 2-1) で述べた仮定に近いトラス割とらる。

スパン 6 M 0 0 0

球殻半径 5 M 2 3 0

半開角 35° - 0°

シェル厚 6 CM

シェル部材 2L_g-20×20×3 A=2,254 cm²

リング部材 3L_g-30×30×5, L-180×75×7 A=3,544 cm²

境界条件 鉛直変位及び回転は完全に拘束する。水平変位はリングで弾性拘束する。

応力測定 ストレン・ゲージを用いた。

荷重 $w = 565 \text{ Kg/m}^2$ (水平面につき等分布)

等価版のヤング率 $E = 3.26 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$

尚シエル応力は第7図に示す。これら応力より前述の式及びCremona法を用いて、アーチ部材応力を算定した。その結果を実験値と並べて第8図に示す。

計算値と実験値の比較

軸力については高応力の部材は実験値とよく一致している。曲げモーメントの実験値は元来軸力に比べて精度の落るるものなので、この程度で満足できると考えられる。全体として、実用的には問題がない。

2) フーラー・ドーム

このドームの部材割込方法は第9図に示すように、基本正20面体を順次二等分していつて求めたもので、部材長の種類が少いこと。網目がほぼ正三角形であることなどが特徴である。

スパン 14.500

球殻半径 7.50

半開角 $90^\circ - 0'$

シエル部材 $6\text{mm}\phi$

リング部材 $L-100 \times 50 \times 5$

境界条件 鉛直、水平変位とも拘束、回転自由

荷重 $w = 300 \text{ Kg/m}^2$ (球面につき等分布)

境界条件から、シエル応力は殆んど完全な薄膜応力と示す。トラス部材応力は第11図に計算値を実験値を示した。両者を比較してみると、一部の部材を除いてよく両者は一致している。Nxが零に近い点 ($\phi \div 51^\circ$) の主としてNxを分担する部材は計算値が実験値を下廻っている。これは網目が粗いための誤差と考えられる。

4 結 論

実験値と計算値の異は、模型と計算の境界条件が一致していないために主として生ずるもので、理論上の仮定に基づくものは僅かであると考えられる。例えばシエルのヤング率を変化させても結果はあまり変わらない。以上のことから、「不整形網目鉄骨シエル理論」は応力解析に実用上充分適用できることが確かめられた。

註1) 松下・津下：鉄骨シエルの研究 (第1報)

建築学会研究報告第29号

松下、線引：鉄骨シエルの研究 (そのI、そのII)

建築学会論文報告集第57号

松井、松下、大屋、木村：鉄骨載断球形シエルの研究

建築学会論文報告集第63号

松井、松下、大屋、木村：鉄骨載断球形シエルの実験的研究

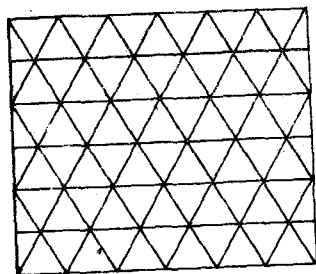
建築学会論文報告集第63号

註2) 正三角形の正多面体としては、正20面体が最高で大スパンの球形シエルは、どうしても不整形網目となる。そのため種々のトラス割込方法が考えられているが、フーラー・ドーム、大円割ドームなどは最も代表的なものである。

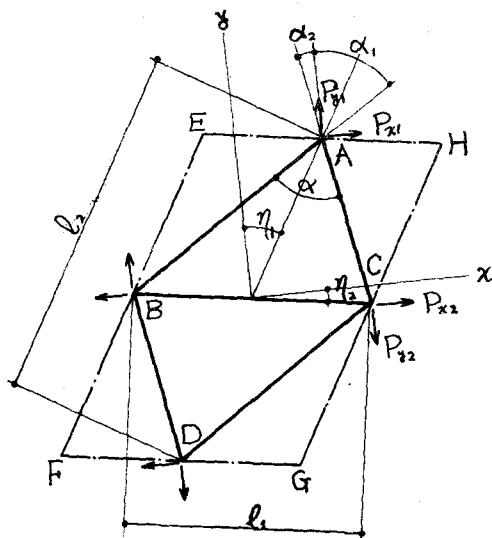
註3) 後述の二例では不静定次数が夫々144, 37次となり、立体トラスの解は実際には求められない。

註4) 鉄骨シエルの研究(第1報)

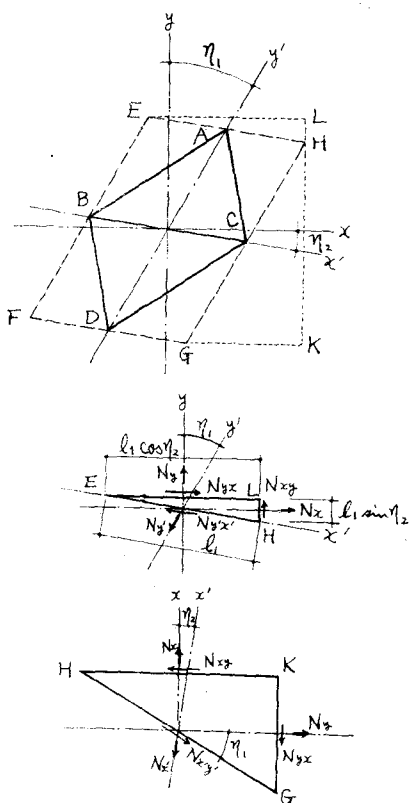
註5) 実物は昭和35年10月完成予定である。模型は約1/10の縮尺で相似律に従って作製された。



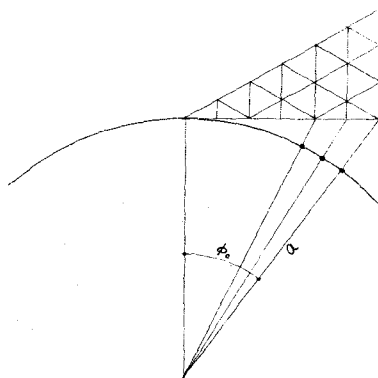
第1図 整形網目



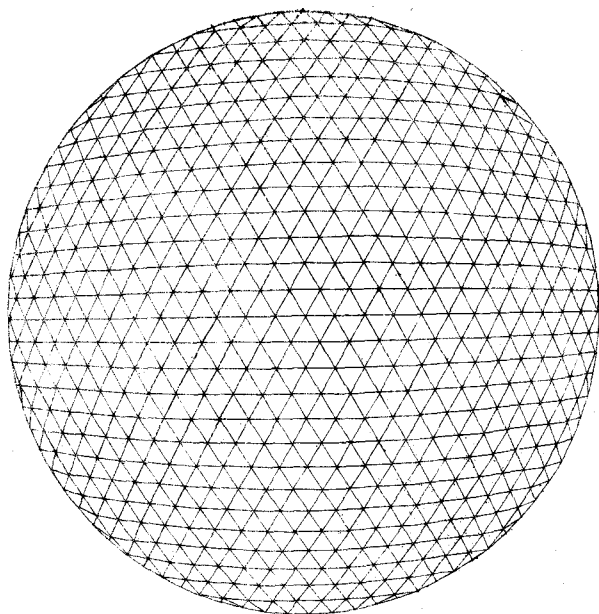
第3図



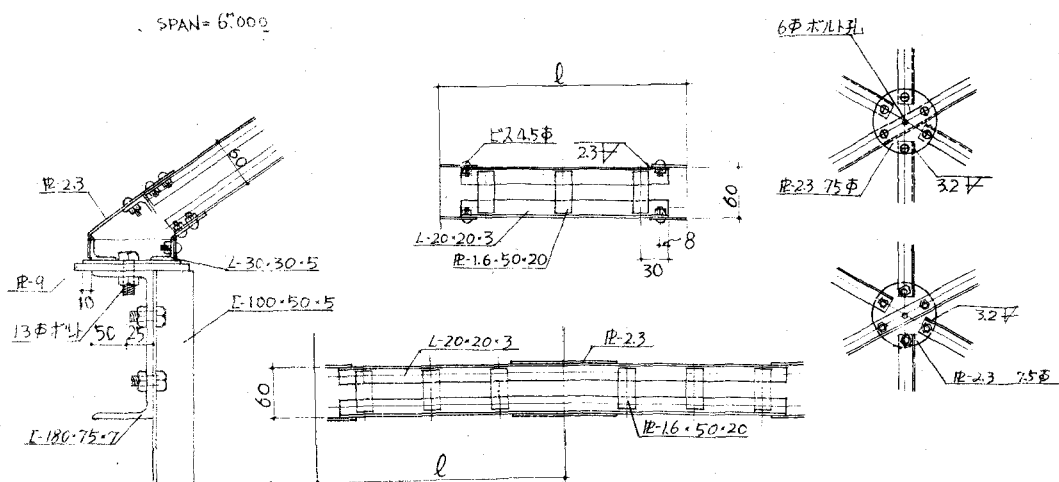
第2図



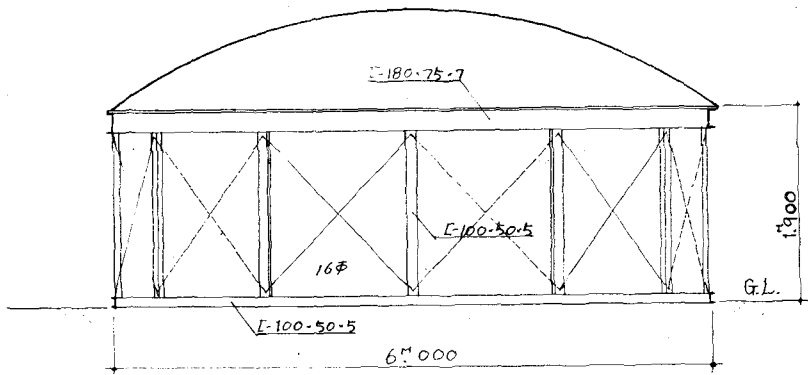
第4図 例1 トラス割込方法



第5図 例1トラス状図

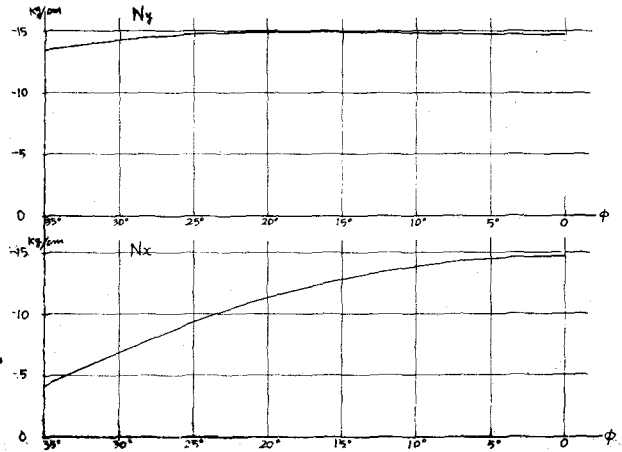
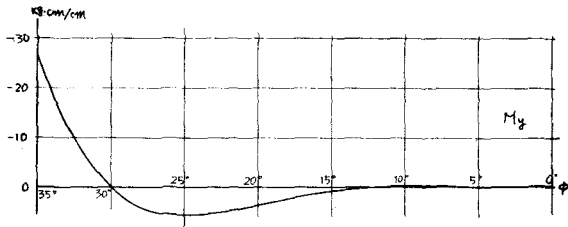


第6図 例1模型概要

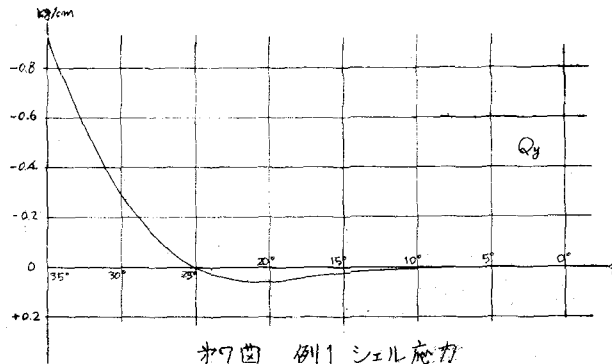


第6図 例1 模型概要

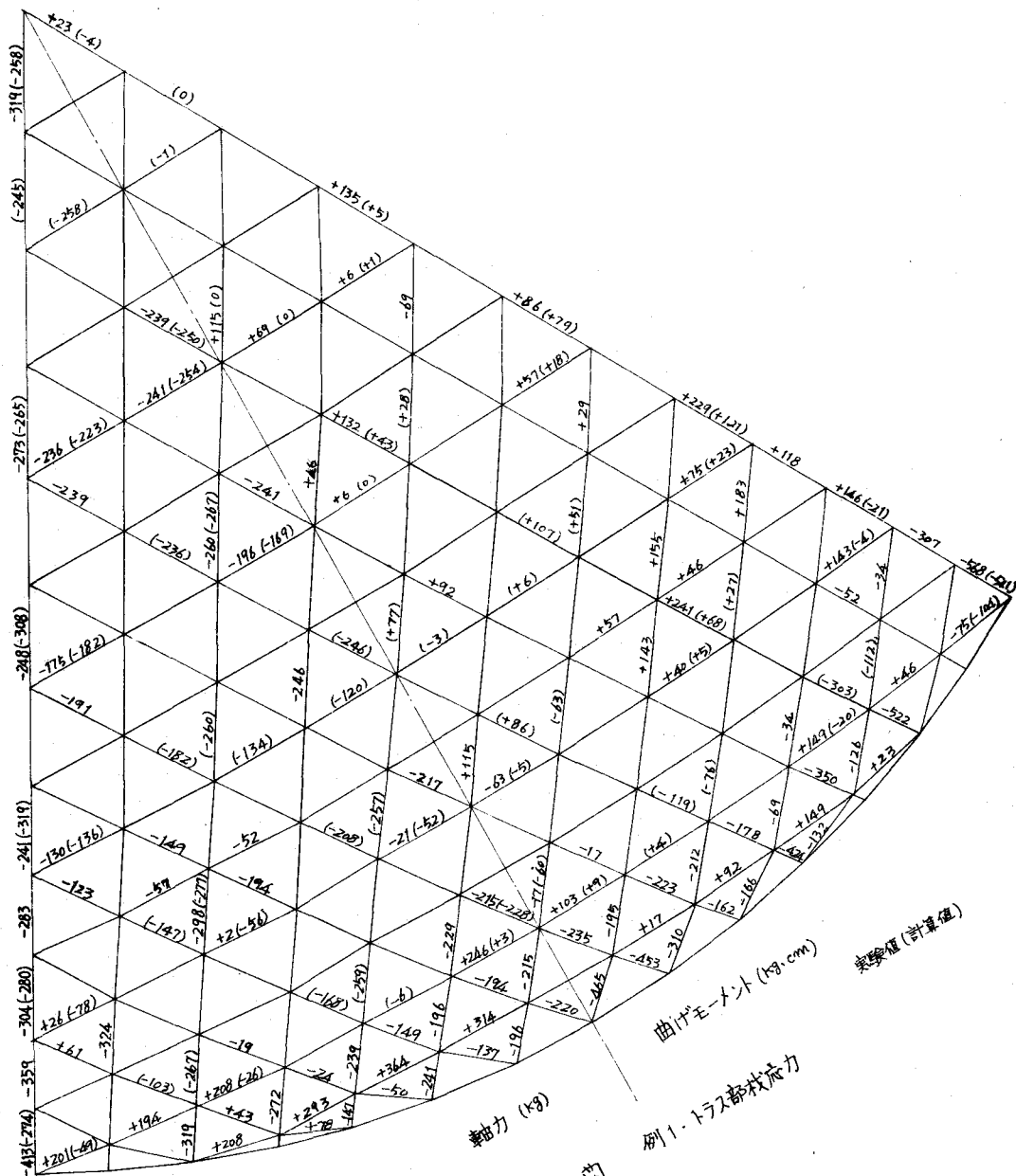
第7図 例1 シェル応力



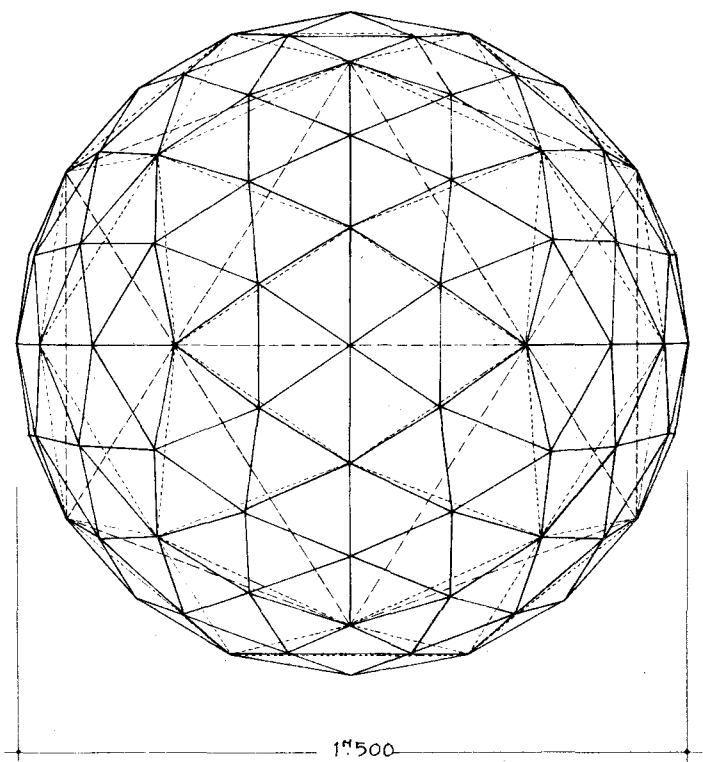
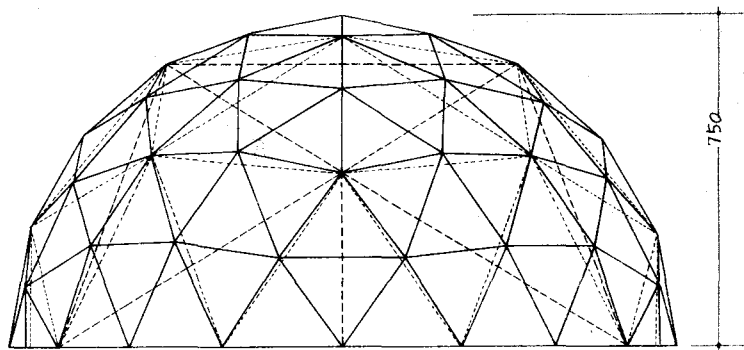
第7図 例1 シェル応力



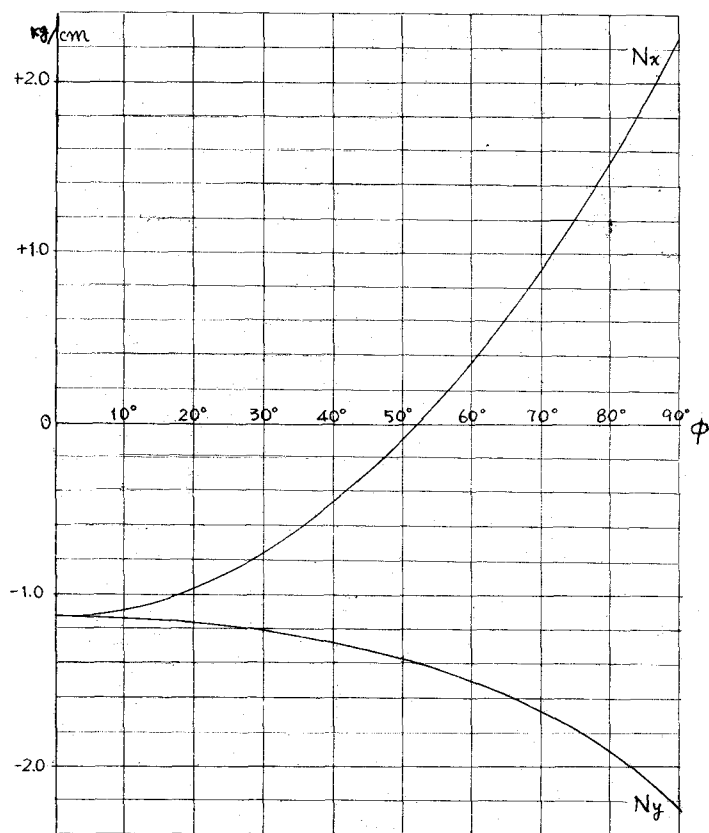
第7図 例1 シェル応力



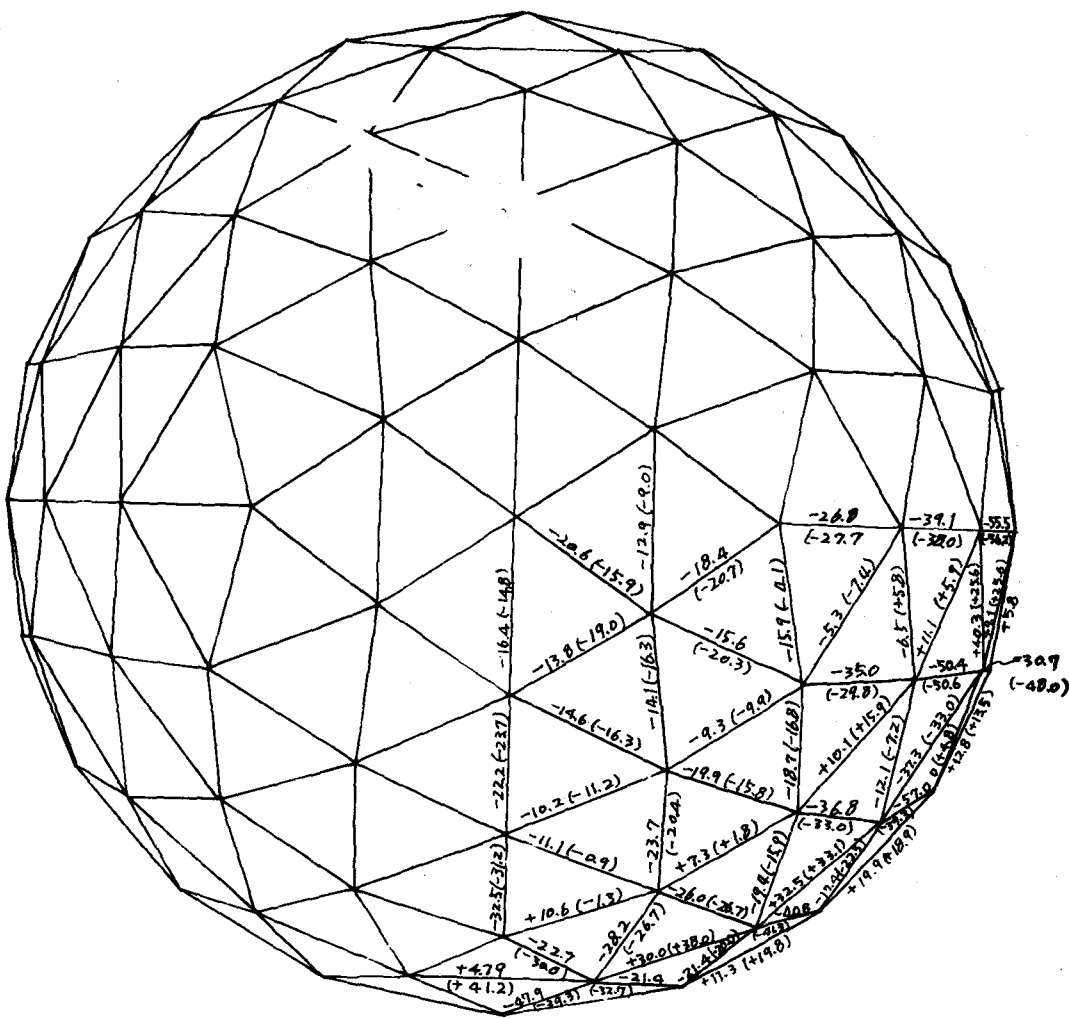
※ 8 図



第9回 例2 模型概要



例2 シェル応力



実験値(計算値) kg

第11図 例2 トラス部材底力