

トラスのたわみによる縦桁の付加的影響について

汽車製造KK橋梁技術部設計課

佐々木 道 夫

同 上

高 尾 孝 二

1. 緒 言

トラスの縦桁の設計については、従来色々な計算方法がとられているようである。すなわち、(1) 単純桁、(2) 支点沈下のない連続桁、(3) 弾性支承上の連続桁等々である。

これらは(1)を除き相当な計算労力を要するものでありながら、各計算法とも応力の値に非常な差異があり、設計に不合理な結果を与え勝ちである。

そこでこの報文に於いては、トラスの縦桁を、横桁を弾性支承とした多経間連続桁とした上記(3)の方法によるものと、これに更に、トラスのたわみによる付加的影響をも考慮に入れたものとを比較検討し、この値はかなりの値に達することを示すと同時に各種の条件を異にする単純トラスについての計算結果から簡単な実用的な設計応力の算出式の提案を試みたものである。

2. 解 析 法

縦桁は全経間を連続桁として取扱うべきであるが遠くの方は無視してもほとんど影響がないので、考えている支点から左右の経間づつを有効と考へて計算する。横桁の変位は横桁を単純桁と考へて計算し、トラスの変位は弾性荷重を用いて計算した。また、縦桁曲げモーメント影響線の算出に当つては通常用いられる弾性方程式は非常に繁雑となるので固定モーメント法によつた。計算順序は次のようである。

(1) 縦桁支点 n にヒンジを挿入し単位モーメント $M_n, n=1$ を作用させ、これによる縦桁支点反力、すなわち横桁に加わる荷重、およびトラスに加わる荷重を計算する。

(2) トラスのたわみによる縦桁のたわみを算出しこれに横桁のたわみを加算して、相隣る支点のたわみの差から生ずる固定モーメントを計算する。

(3) 次に支点 $n-1, n+1$ を固定すると伝達モーメントは

$$M_{n-1, n, B} = 0.5000$$

$$M_{n+1, n, B} = -0.5000$$

これを(2)で求めた固定モーメントに加えて各支点の左也に同じ曲げモーメントが作用するように分配する。

(4) (3)で計算した曲げモーメントから、再び縦桁支点反力、およびトラスに加る荷重を計算する。更にトラスおよび横桁の影響による縦桁のたわみを求める。

上記の方法により各支点のたわみおよび曲げモーメントが算出されれば任意点のたわみは容易に求まり影響線縦距は次式により計算される。

$$\eta_{m,n} = -W_{m,n} / \varphi_{n,n}$$

ただし

$\eta_{m,n}$: 支点 n の曲げモーメント影響線の任意点 m の縦距

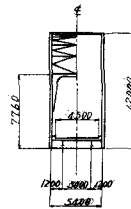
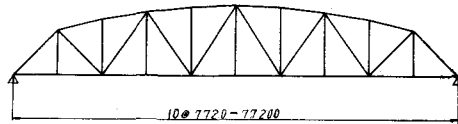
$W_{m,n}$: 支点 n にヒンジを挿入し $M_{n,n=1}$ を作用させたときの任意点 m のたわみ

$\varphi_{n,n}$: 支点 n にヒンジを挿入し $M_{n,n=1}$ を作用させたときの n 点のたわみ角。

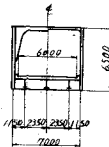
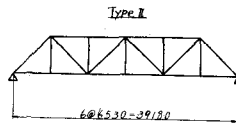
3. 例 解

トラスのたわみが縦桁におよぼす影響をできるだけ明確に把握するために、それぞれの条件を異にする次の種のトラスについて計算を行った。

図 - 1



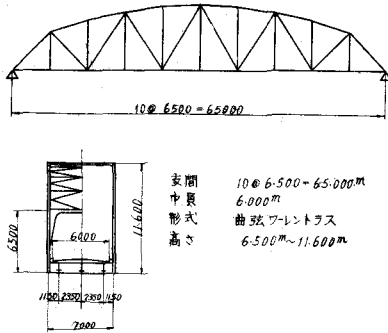
支間 10 @ 7720 = 77200m
中員 4500m
形式 曲線ワレントラス
高さ 4500m



支間 6 @ 6530 = 39180m
中員 4500m
形式 直線ワレントラス
高さ 4500m

图 - 1

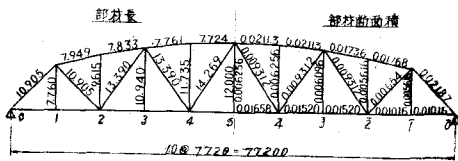
Type III



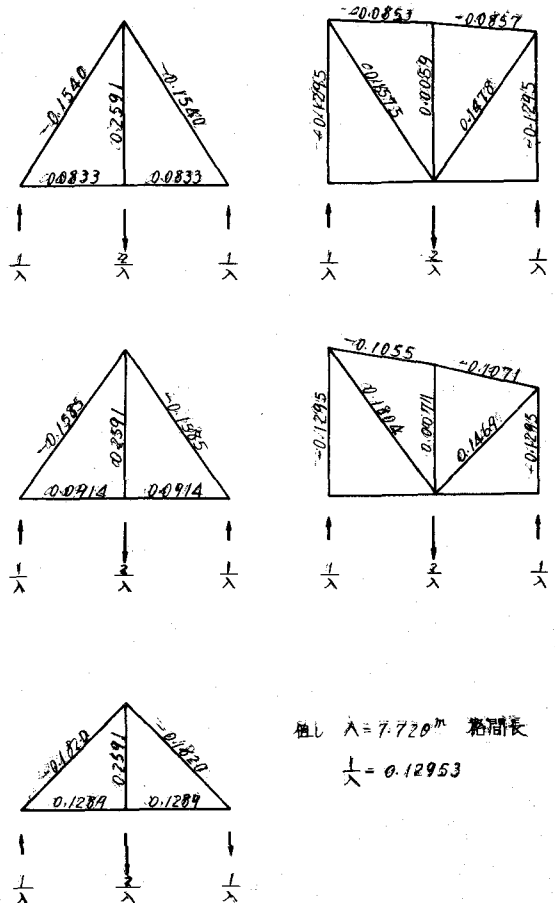
Type I および Type II は、支間、巾員、および高さにおいて各々反対の条件を有するものであり、Type III は一般的なものである。ねお設計荷重はすべて T.L-20 である。また、Type II、III では中央縦桁について計算を行った。

今 Type I 支点 5 を例にとつて曲げモーメン影響線の計算を進める。各部

☒ - 3



☒ — 2



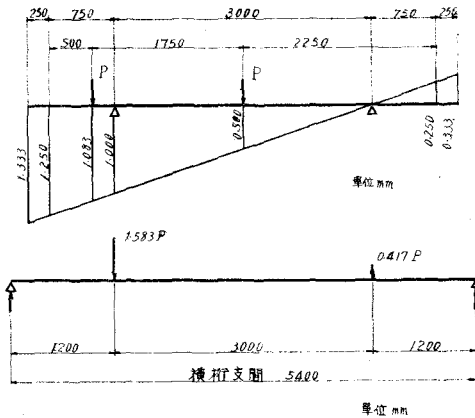
値L $\lambda = 7.720^{\text{m}}$ 格間長

$$\frac{1}{\lambda} = 0.12953$$

(1) トラス格点にて $1/\lambda$ なる荷重を加えたときの部材応力

(2) 縦桁の支点 5 にヒンジを挿入し単位モーメント $M_{55} = 1$ を作用させたときのトラスに加わる荷重

図 - 4



縦桁取付位置における横桁のたわみ

は

$$f = 2.9692 \frac{P}{EI_F}$$

ただし I_F : 横桁の断面二次

モーメント

また横桁支点反力は

$$R_1 = 1.3239P$$

$$R_2 = 0.6761P$$

さて縦桁支点 5 にヒンジを挿入し

$M_{55} = 1$ を作用させると反対側の縦

桁には $M = 0.417 / 1.583 = 0.0263$ が

作用する。したがってトラスに加る

荷重は

$$\frac{0.2427}{\lambda} + \frac{4.2}{5.4\lambda} (0.7836 - 0.2427) = \frac{0.6634}{\lambda}$$

となり結局単位モーメント $M_{55} = 1$ によるトラスの部材応力 S_0 は図 - 6 のようになる。

図 - 5

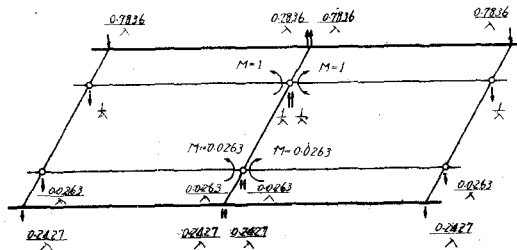
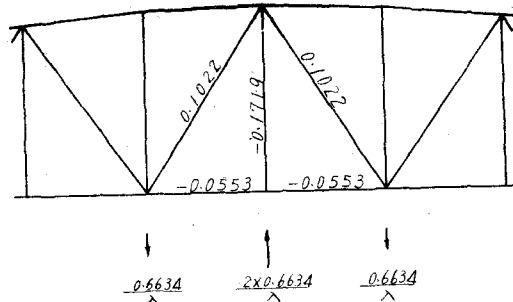


図 - 6



(3) 単位モーメント $M_{5/5}=1$ によるトラスのたわみ弾性荷重は

$$EI_F \bar{W}_i = I_F \sum S_i \lambda_i : SO \cdot S_A$$

ただし S : 部材長 (m)

A : 部材断面積 (m^2)

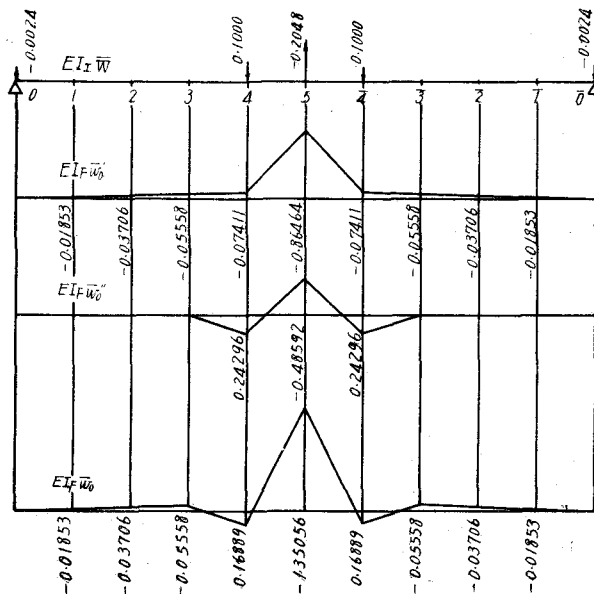
なお計算の便宜上、以下すべて $\mathbb{E}I_F$ を乗ずることにする。

$$E I_{F\bar{W}} = 0.0014842 \left(0.1575 \times 0.1022 \times \frac{14.269}{0.009312} + 0.1295 \times 0.1719 \times \frac{12.000}{0.006256} \right) = 0.1000$$

$$EI_F \bar{W}_5 = (\text{以下計算式省略}) = -0.2048$$

$$EI_F \bar{W}_4 = EI_F \bar{W}_4$$

☒ - 7



これから次の如くたわみが計算される。

ただし $\bar{W}_0' =$ トラスのたわみ

$$\bar{W}_0 = \text{横桁のたわみ}$$

$$EI_{F\bar{W}O} = \frac{2.9692}{1.583} \times \frac{1}{\lambda} = 0.24296$$

$$\bar{W}_0 = \bar{W}'_0 + \bar{W}''_0$$

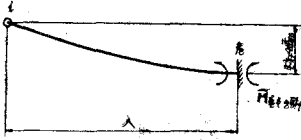
支点 4, $\bar{4}$ を固定すると $M_{56} = 1$ によつて次の曲げモーメントが起る。

$$M_{4,5,B} = 0.5000$$

$$\bar{M}_{4,5}, B = -0.5000$$

次にたわみ $\bar{W}_0$ による各支点の固定モーメントを計算する。

図 - 8



(a) 端支間に於ける固定モーメント

$$\bar{M}_{ik}, \bar{W}_0 = \frac{3EI_S}{\lambda^2} \Delta \bar{W}_0 = \frac{3}{\lambda^2 \frac{I_F}{I_S}} \cdot EI_F \Delta \bar{W}_0$$

ただし $I_S = 0.0010483 m^4$: 縦桁の

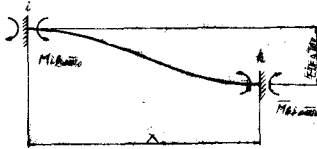
断面二次モーメント

$I_F = 0.0014842 m^4$: 横桁の

断面二次モーメント

$$\lambda^2 \frac{I_F}{I_S} = 84.3836 m^2$$

図 - 9



(b) 中間支間に於ける固定モーメント

$$\bar{M}_{ik}, \bar{W}_0 = \bar{M}_{ki}, \bar{W}_0 = \frac{6EI_S}{\lambda^2} \Delta \bar{W}_0$$

$$= \frac{6}{\lambda^2 \frac{I_F}{I_S}} EI_F \Delta \bar{W}_0$$

したがって

$$\bar{M}_{4,5}, \bar{W}_0 = \frac{3}{\lambda^2 \frac{I_F}{I_S}} EI_F \Delta \bar{W}_0 = \frac{3}{84.3836} \times 1.51941 = 0.0540$$

$$\bar{M}_{3,4}, \bar{W}_0 = \frac{6}{\lambda^2 \frac{I_F}{I_S}} EI_F \Delta \bar{W}_0 = -\frac{6}{84.3836} \times 0.22443 = -0.0160$$

$$\bar{M}_{5,4}, \bar{W}_0 = \bar{M}_{3,4}, \bar{W}_0$$

$$\bar{M}_{2,3}, \bar{W}_0 = \frac{3}{\lambda^2 \frac{I_F}{I_S}} EI_F \Delta \bar{W}_0 = \frac{3}{84.3836} \times 0.01852 = 0.0007$$

$$\bar{M}_{4,5} = \bar{M}_{4,5}, B + \bar{M}_{4,5}, \bar{W}_0 = -0.5000 + 0.0540 = -0.4460$$

さて、G. Kaniの公式によれば

$$M_{ik} = \mu_{ik} (\bar{M}_i + M'_{ki} + M'_{i-1, i})$$

ただし $\bar{M}_i = \bar{M}_{ik} + \bar{M}_{ki}$

$$\mu_{ik} = \frac{1}{2} \frac{m_{ik}}{m_{ik} + m_{ii} - 1}$$

$m_{ik} = 0.75$ (一端固定、他端ヒンジの場合) $= 1.00$ (両端固定の場合)

なる関係が成立する。まず μ_{ik} を計算すると

$$\mu_{53} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{0.75}{0.75+1.00} = -0.2143 = \mu_{35}^{-}$$

$$\mu_{43}^{-} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1.00}{0.75+1.00} = -0.2857 = \mu_{34}^{-}$$

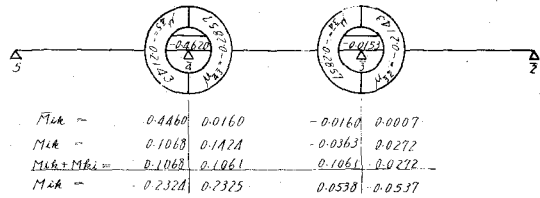
また

$$\bar{M}_4 = -0.4460 - 0.0160 = 0.4620$$

$$\bar{M}_3 = -0.0160 + 0.0007 = -0.0153$$

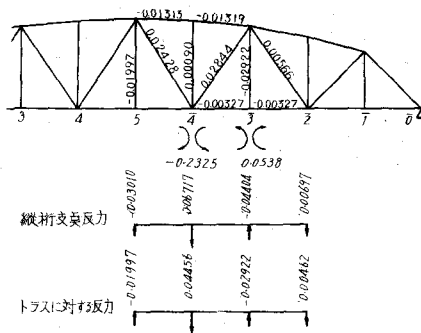
図-10 に於いて、まず円の中の支点上に $\bar{M}_i$ を記入し、その左右に係数 μ_{ik} を記入する。円の下に $\bar{M}_{ik}$, $\bar{M}_{ik}$ および $\bar{M}_{ik} + \bar{M}_{ki}$ を記入し縦に加算すれば支点モーメントが得られる。

図 - 10



上で求めた支点曲げモーメントによつて生ずるトラスの部材応力は、図-11 のようになりこれよりトラスの弾性荷重を計算し、再びたわみを求め先に求めたたわみと加算すると図-12 のようになる。

図 - 11



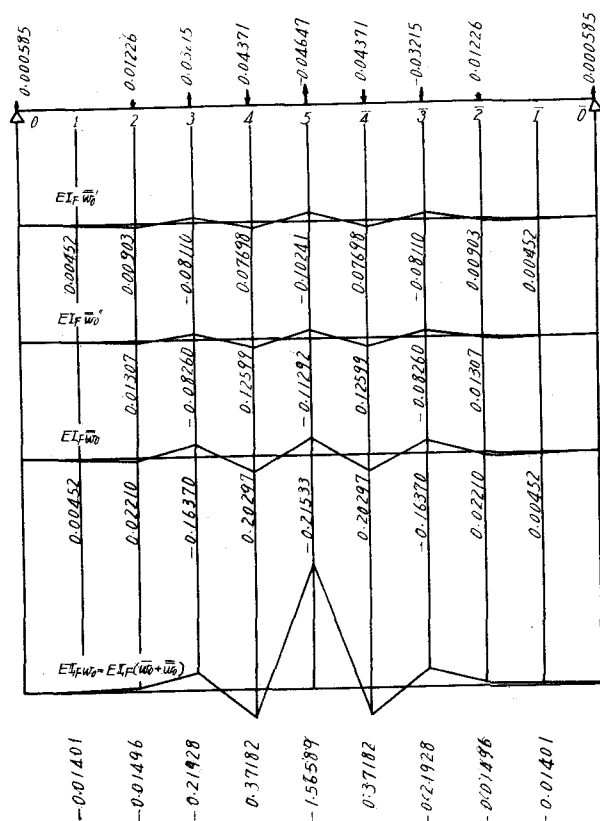
$$EI_F \bar{w}_5 = 2 \times 0.0014842 (-0.1540 \times 0.02428 \times \frac{14.269}{0.009312} - 0.2591 \times 0.01997 \\ \times \frac{12.000}{0.006256}) = -0.04647$$

$$EI_F \bar{w}_4 = (\text{以下計算式省略}) = 0.04371$$

$$EI_F \bar{w}_3 = -0.03215$$

$$EI_F \bar{w}_2 = 0.01226$$

図 - 12



ただし $\bar{w}_0'$: トラス

のたわみ

$\bar{w}_0''$: 横桁の

たわみ

$$\bar{w}_0 = \bar{w}_0' + \bar{w}_0''$$

$$w_0 = \bar{w}_0 + \bar{w}_0$$

さて以上により、縦桁各
支点のたわみおよび曲げモ
ーメントが算出されたわけ
であるが、任意点 m のたわ
みを求めるために、支点 i
より x_m の距離にある m 点
のたわみ $w_{m,n}$ を図 - 13
に示すように $w_{m,n}'$ と $w_{m,n}''$
の2つに分けて考える。

$$w_{m,n} = w_{m,n}' + w_{m,n}''$$

$$w_{m,n}' = w_{i,n} \frac{x_m}{\lambda}$$

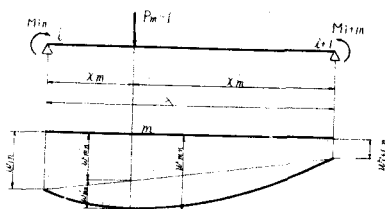
$$+ w_{i+1,n} \frac{x_m}{\lambda}$$

$$w_{m,n}'' = \frac{\lambda^2}{6EI_B} (M_{i,n} \omega_0' \\ + M_{i+1,n} \omega_0'')$$

$$\text{ただし } \omega_0' = \frac{x_m}{\lambda} - \frac{x_m^3}{\lambda^3}$$

$$\omega_0'' = \frac{x_m'}{\lambda} - \frac{x_m'^3}{\lambda^3}$$

図 - 13



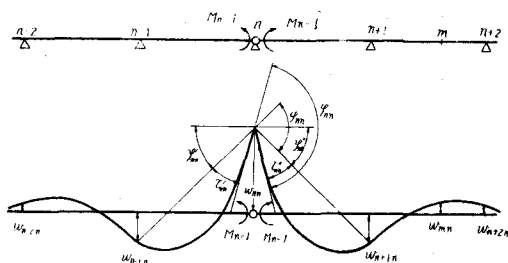
ω_0, ω_0' の値はHütte IIIの表を用いると便利であり、またここでも EI_F を乗じた方が便利であるから

$$W_{m,n} = W_{i,n} \frac{X_m}{\lambda} + W_{i+1,n} \frac{X_m}{\lambda} + \frac{\lambda^2}{6EI_S} (M_{i,n} \omega_0' + M_{i+1,n} \omega_0)$$

$$\therefore EI_F W_{m,n} = EI_F W_{i,n} \frac{X_m}{\lambda} + EI_F W_{i+1,n} \frac{X_m}{\lambda} + \frac{\lambda^2}{6}$$

$$(M_{i,n} \omega_0' + M_{i+1,n} \omega_0) \frac{I_F}{I_S}$$

図 - 14



(4) 回転角 φ_{nn} の計算

図-14により

$$\varphi_{nn} = \varphi_{nn}' + \tau_{nn}$$

$$\varphi_{nn}' = \varphi_{nn}' + \varphi_{nn}''$$

$$= \frac{W_{n-1,n} - 2W_{n,n} + W_{n+1,n}}{\lambda}$$

$$\tau_{nn} = \tau_{nn}' + \tau_{nn}'' = \left(\frac{M_{nn}}{3EI_S} \lambda \right.$$

$$\left. + \frac{M_{n+1,n}}{6EI_S} \lambda \right) + \left(\frac{M_{nn}}{3EI_S} \lambda + \frac{M_{n+1,n}}{6EI_S} \lambda \right)$$

$$\therefore EI_F \varphi_{nn} = \frac{EI_F}{\lambda} (W_{n-1,n} - 2W_{n,n} + W_{n+1,n}) + \frac{2}{3} \lambda \frac{I_F}{I_S} + \frac{M_{n-1,n} + M_{n,n}}{6} \lambda \frac{I_F}{I_S}$$

支点5について φ_{55} を計算すると

$$EI_F \varphi_{55} = \frac{0.14422 + 2 \times 1.79347 + 0.14422}{7.72} + \frac{2}{3} \times 8.43836 - \frac{2 \times 0.2324}{6} \times 8.43836$$

$$= 6.9423$$

(5) 影響線値

支点5の曲げモーメント影響線値は以上の計算から

$$\eta_{m,5} = - \frac{EI_F W_{m,5}}{EI_F \varphi_{55}}$$

と求まりその結果を図-16に示す。その他の支点曲げモーメント影響線も支点5と全く同様な方法

で求まる。また、交間曲げモーメント影響線もこれを用いて容易に算出される。

(6) 曲げモーメント

各 Type について曲げモーメントを計算した結果を図-16~18に示す。参考のため次のものを附記した。

- (a) 支点沈下のない2径間連続桁とした場合
- (b) 支点沈下のない多径間連続桁とした場合
- (c) 横桁のみのたわみの影響を考慮した場合
- (d) DIN 1073 によつて計算した場合。

横桁のみのたわみを考える場合の計算は、G, Kani
方法によつたが計算の詳細については省略する。

4. 提案式とその説明

図-16~18に示したように支間曲げモーメントは、支点沈下のない場合に比較して、8~28%増加している。支点曲げモーメントは、かなりの変動はあるが全体的に減少し減少量は最大57%に達する。今

M: トラスおよび横桁のたわみの影響を考慮した場合の曲げモーメント

 M_0 : 単純桁としての支間中央曲げモーメント

M1: 横桁のみのたわみの影響を考慮した場合の曲げモーメント

M2: 支点沈下のない乙径間連続桁とした場合の曲げモーメント

M3: 支点沈下のない多径間連続桁とした場合の曲げモーメント

とし $K_0 = \frac{M}{M_0}$ $K_1 = \frac{M}{M_1}$ $K_2 = \frac{M}{M_2}$ $K_3 = \frac{M}{M_3}$
を計算すると表-1、表-2のようになる。

以上の結果から、単純トラスの縦桁曲げモーメントは、次のようにとることにより、常に安全で、しかも

簡単に実際に即した設計をすることが出来ると考える。

DIN 1073には支間モーメントは、単純桁としての支間中央曲げモーメントの $\frac{4}{5}$ 、支点曲げモーメントは $\frac{3}{4}$ と規定しているが、これ以上の結果と比較すると、端子間曲げモーメントをも $\frac{4}{5}$ 採ることとは安全側のものではなく支点曲げモーメントの $\frac{3}{4}$ は、明らかに大きすぎる感がある。また、高慣力

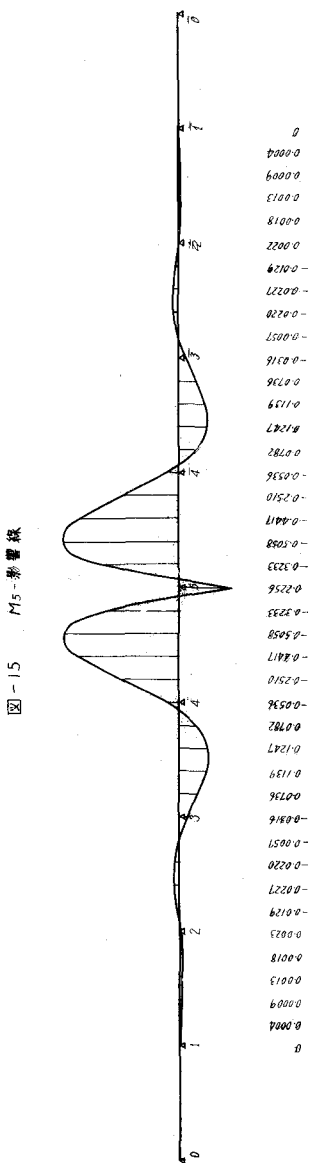


図-16 Type I 曲げモーメント曲線図

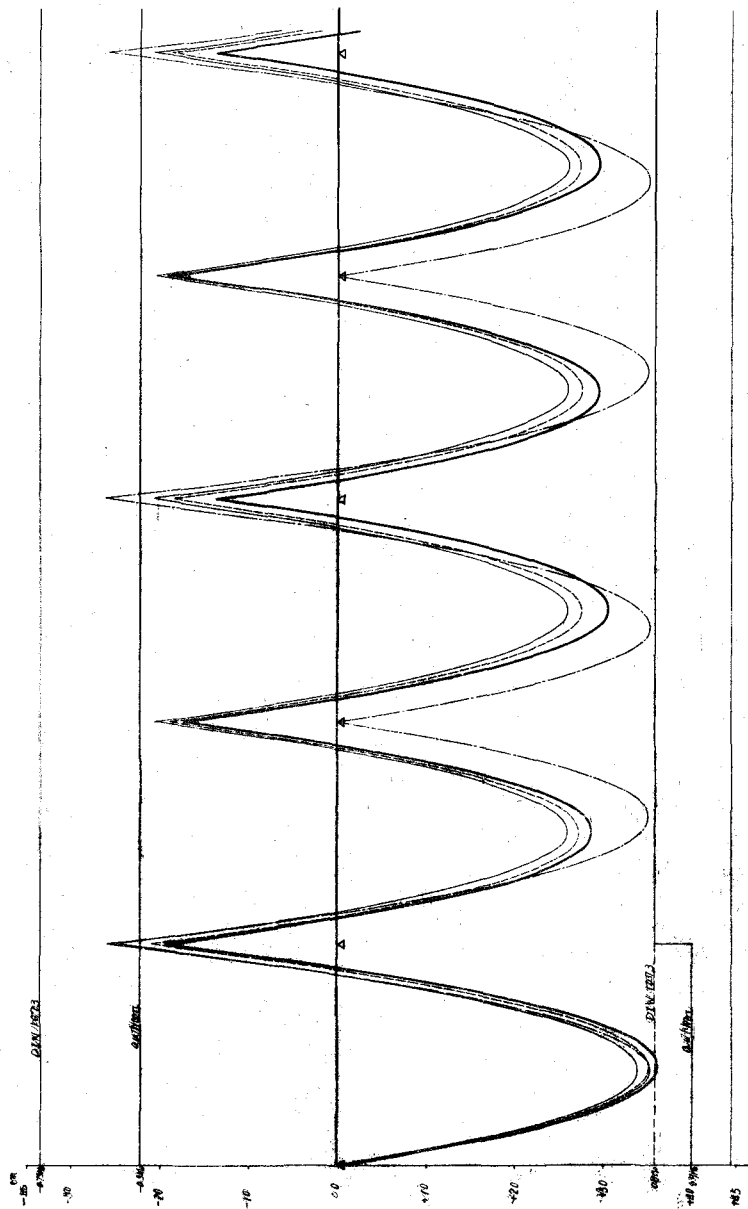


図-17 Type II 曲げモーメント曲線

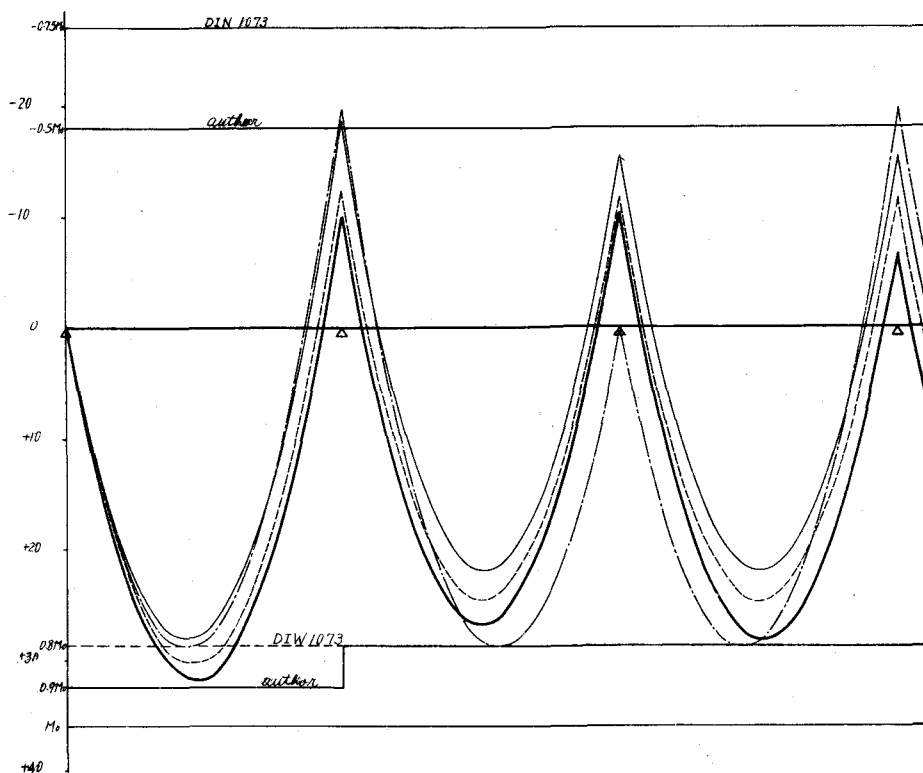


図-18 Type III 曲げモーメント曲線

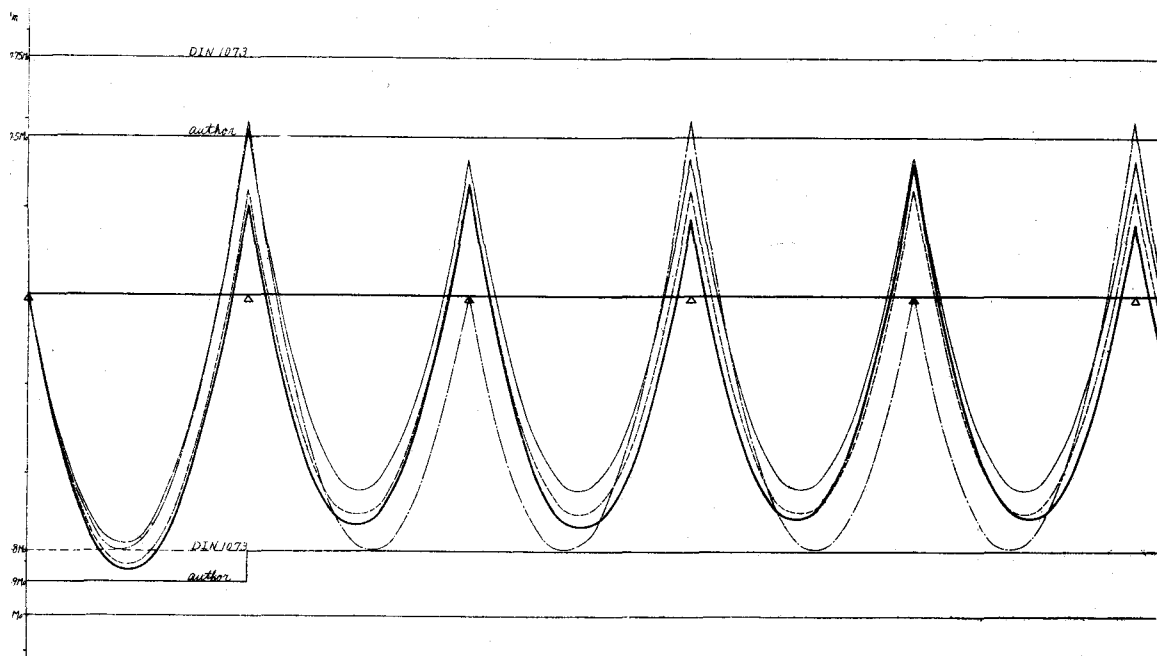


表 - 1 支点曲げモーメント比

Type 支 点	I				II				III			
	K ₀	K ₁	K ₂	K ₃	K ₀	K ₁	K ₂	K ₃	K ₀	K ₁	K ₂	K ₃
1	0.44	0.94	0.76	0.79	0.27	0.77	0.49	0.52	0.23	0.87	0.053	0.56
2	0.39	0.92	—	0.86	0.29	0.89	—	0.68	0.42	1.00	—	0.67
3	0.31	0.75	0.53	0.68	0.18	0.57	0.34	0.43	0.24	0.73	0.44	0.56
4	0.43	1.03	—	0.95	—	—	—	—	0.35	1.26	—	0.98
5	0.31	0.74	0.53	0.68	—	—	—	—	0.29	0.68	0.42	0.53

表 - 2 支間曲げモーメント比

Type 支 間	I				II				III			
	K ₀	K ₁	K ₂	K ₃	K ₀	K ₁	K ₂	K ₃	K ₀	K ₁	K ₂	K ₃
0~1	0.80	1.03	1.04	1.08	0.88	1.06	1.13	1.16	0.86	1.03	1.10	1.13
1~2	0.65	1.05	0.84	1.11	0.75	1.09	0.95	1.23	0.71	1.05	0.91	1.17
2~3	0.68	1.11	0.89	1.17	0.78	1.14	1.00	1.28	0.72	1.06	0.92	1.19
3~4	0.66	1.07	0.86	1.14	—	—	—	—	0.70	1.02	0.89	1.14
4~5	0.66	1.08	0.86	1.14	—	—	—	—	0.70	1.02	0.89	1.14

表 - 3 提 案 式

端支間曲げモーメント	単純桁とした支間中央曲げモーメントの 90 %
中間支間曲げモーメント	単純桁とした支間中央曲げモーメントの 80 %
支点曲げモーメント	単純桁とした支間中央曲げモーメントの 50 %

鋼を用いる場合には、たわみの影響はますます大きくなり、支間曲げモーメントの増大、支点曲げモーメントの減少は更に顕著となる。

5. 結 言

ここに選んだ3種類のトラスは、それぞれ異つた条件を備えており、それらからほとんど同じ結果が得られたことは注目すべきである。上記の方法で計算した縦桁応力が、実際の値と超える危険性は、他の方法で計算した場合と比較してはるかに小さいと考える。

近來、設計が非常に煩雜になつて来たきらいがある。いろいろと詳しい解析を行うのは結構なことにはないが、一方において荷重とか衝撃値、材料の均一性、疲労、許容応力度の Syst. などについても、不確かな要素が入っている現状では、或程度の進んだ計算から、1つの信頼性のある統計的実用公式を作つて、設計々算をより簡易化するのが妥当だと考える。

この報文に使用した Kani の方法は、最近その利用が盛んになつて来た電子計算機を用いる際にも、プログラムの容易なことから有利な方法である。

こゝで用いた計算方法は、更にガーダー形式、多径間トラス形式、アーチ形式などの橋の床組の設計にも応用することができる。これらについては今後更に検討を加えて行くつもりである。

この報文では単純トラスのみについての、縦桁設計の 1 資料を示したのであるが、これが實際設計に當つて多少とも御参考になれば幸である。

参 考 文 献

- 1) 関利雄・佐々木道夫：中谷橋の応力計算について、土木学会誌 昭34-8
- 2) B.N.Thadani: The Analysis of Continuous Beams on Elastic Supports. Civil Engineering and Public Works Review, Dec. 1958, Jan 1959.
- 3) Kart Hirschfeld : Baustatik. 1959
- 4) Camillo Dopp : Zur genaueren Berechnung den Fahrbahn-Langsträger stahlerne Eisenbahnbrücken. 1954