

Balanced Langer girder 橋のプレストレスの 一方法について

北海道大学 今 俊 三
同 渡 辺 昇

1. 要 旨

Langer Girder 橋を、Balanced 形式とした場合に、架設の途中で拱肋の crown 部を鉄結する前に、突径間又は吊径間に何らかの surcharge を与え、主径間の girder に負の曲げモーメントを導入しておいてから、Langer 橋を完成する方法を考案し、実際橋梁の設計施工にとり入れる段階になったので、ここにその理論の概要と経済性について簡単にとりまとめたものである。

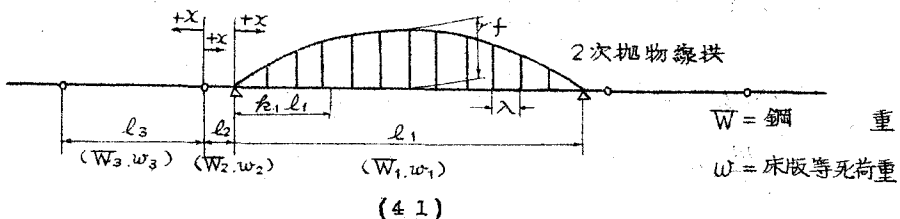
2. Langer Girder 橋および吊橋の曲げモーメントを求める一般式

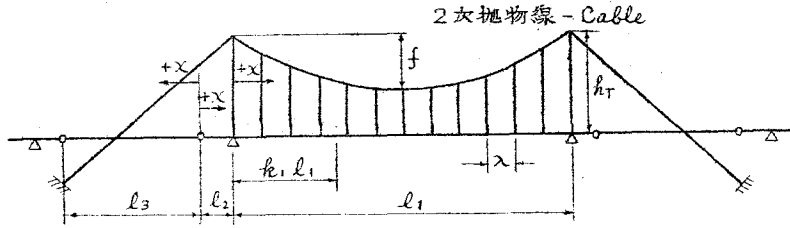
架設法は、一般に cable 架設法を採用する。架設の途中で拱肋の crown 部鉄結前に、側径間に荷重を負載すると、主径間補剛桁には、吊橋としての応力が生じ、拱肋の crown 部鉄結後、架設用 cable を撤去すると、Balanced Langer 橋としての応力が加算される。結局、このプレストレス工法においては、吊橋の理論と Langer 橋の理論との組合せにおいて解析を行えばよい。

今 Langer 橋で γ 、吊橋で $\bar{\gamma}$ なる不静定係数（荷重配分率）を用いれば、この両者の曲げモーメントを求める一般式は、全く同形になることは、解析の上から非常に便利なことでもある。

筆者は、影響線を一一画かず、ただちに、死荷重および活荷重の曲げモーメント図を書く一般式を作成したので、次にこれを列記し、これを用いて、このプレストレス工法の解析を行うことにする。

この一般式は、Langer 橋と吊橋の両方にそのまま適用出来、吊橋のときには、 γ を $\bar{\gamma}$ に読みかえるだけでよい。





又、Langer 橋には、拱と補剛桁とのとりつけ部偏心 e があるが、吊橋では、式中 $e=0$ とする。(次式の suffix で 1, 2, 3 は、夫々、中央径間、突径間、吊径間載荷を意味し、左、右は、左側側径間、右側側径間を意味する。suffix で、+、- は、夫々、正、負、死荷重モーメントを意味する。)

(1) 不静定水平力 H の影響線

$$m = \frac{e}{f}, \quad j = \frac{5f}{8f(1 + \frac{5}{2}m + \frac{15}{8}m^2)} \quad \text{とおけば}$$

$$H_1 = j \left\{ \left(x - \frac{2x^3}{\ell_1^3} + \frac{x^4}{\ell_1^3} \right) + \frac{3}{2}m \left(x - \frac{x^2}{\ell_1} \right) \right\}, \quad H_2 = j \left(1 + \frac{3}{2}m \right) (\ell_2 - x),$$

$$H_3 = j \left(1 + \frac{3}{2}m \right) (\ell_3 - x) \times \frac{\ell_2}{\ell_3}$$

(2) 等布活荷重に対する曲げモーメント影響線面積 $\mathcal{O}$

$$D = j \left\{ 4f k_1 (1 - k_1) + e \right\}, \quad a = 1 + \frac{k_1 - 1}{\left(\frac{3}{2}m + \frac{6}{5} \right) D}$$

$$b = \frac{k_1}{\left(\frac{3}{2}m + \frac{6}{5} \right) D}, \quad c = \frac{b + 1}{2} \quad \text{とおけば}$$

$$+\mathcal{O}_1 = \ell_1^2 \left[-\frac{1}{2}(k_1^3 + a^2) + k_1 b - \frac{k_1(b^2 - a^2)}{2} - \left\{ \left(1 + \frac{3}{2}m \right) \frac{b^2 - a^2}{2} - \right. \right.$$

$$\left. \frac{m}{2}(b^3 - a^3) - \frac{1}{2}(b^4 - a^4) + \frac{1}{5}(b^5 - a^5) \right\} D]$$

$$-\mathcal{O}_1 = \ell_1^2 \left[-\frac{k_1}{2} - k_1 b - \frac{k_1(a^2 - b^2)}{2} + \frac{a^2}{2} - \left\{ \frac{m}{4} + \frac{1}{5} + \left(1 + \frac{3}{2}m \right) \frac{a^2 - b^2}{2} \right. \right.$$

$$\left. -\frac{m}{2}(a^3 - b^3) - \frac{1}{2}(a^4 - b^4) + \frac{1}{5}(a^5 - b^5) \right\} D]$$

或は $-\mathcal{O}_1 = \text{死 } \mathcal{O}_1 = +\mathcal{O}_1$

$$\text{左 } \mathcal{O}_2 = \frac{\ell_2^2}{2} \left\{ -(1-k_1) + \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D \right\}, \quad \text{左 } \mathcal{O}_3 = \text{左 } \mathcal{O}_2 \times \frac{\ell_3}{\ell_2}$$

$$\text{右 } \mathcal{O}_2 = \frac{\ell_2^2}{2} \left\{ -k_1 + \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D \right\}, \quad \text{右 } \mathcal{O}_3 = \text{右 } \mathcal{O}_2 \times \frac{\ell_3}{\ell_2}$$

(3) 集中活荷重に対する曲げモーメント最大縦距 L

$$+L_1 = \ell_1 \left[(1+k_1) k_1 - \left\{ \left(1 + \frac{3}{2}m\right) k_1 - \frac{3}{2}m k_1^2 - 2k_1^3 + k_1^4 \right\} D \right]$$

$$-L_1 = \ell_1 \left[(1-c) k_1 - \left\{ \left(1 + \frac{3}{2}m\right) c - \frac{3}{2}m c^2 - 2c^3 + c^4 \right\} D \right]$$

$$\text{左 } L_2 = \text{左 } L_3 = \ell_2 \left\{ -(1-k_1) + \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D \right\}$$

$$\text{右 } L_2 = \text{右 } L_3 = \ell_2 \left\{ -k_1 + \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D \right\}$$

(4) 死荷重に対する曲げモーメント影響線面積 死 $\mathcal{O}$

$$\text{死 } \mathcal{O}_1 = +\mathcal{O}_1 + -\mathcal{O}_1 = \ell_1^2 \left\{ \frac{k_1(k_1-1)}{2} + \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5}\right) D \right\}$$

$$\text{死 } \mathcal{O}_2 = \ell_2^2 \left\{ -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D \right\}, \quad \text{死 } \mathcal{O}_3 = \text{死 } \mathcal{O}_2 \times \frac{\ell_3}{\ell_2}$$

(注) 上式において変数は k_1 だけであり、 $k_1 = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ を代入す

れば、夫々の曲げモーメント図が画きうる。

特に、支点位置 $k_1 = 0$ においては

$$D = j, e = D_0 \text{ とおけば, } +\mathcal{O}_1 = -\mathcal{O}_1 = \text{死 } \mathcal{O}_1 = -\ell_1^2 \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5} \right) D_0.$$

$$\text{左 } \mathcal{O}_2 = \frac{\ell_2^2}{2} \left\{ -1 + \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D_0 \right\}, \quad \text{左 } \mathcal{O}_3 = \text{左 } \mathcal{O}_2 \times \frac{\ell_3}{\ell_2}$$

$$\text{右 } \mathcal{O}_2 = \frac{\ell_2^2}{2} \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D_0, \quad \text{右 } \mathcal{O}_3 = \text{右 } \mathcal{O}_2 \times \frac{\ell_3}{\ell_2}$$

$$+L_1 = -L_1 = -\ell_1 \left(\frac{5}{16} + \frac{3}{8}m \right) D_0, \quad \text{左 } L_2 = \text{左 } L_3 = \ell_2 \left\{ -1 + \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D_0 \right\},$$

$$\text{右 } L_2 = \text{右 } L_3 = \ell_2 \left(1 + \frac{3}{2}m\right) D_0$$

(注) a が負の値になる時は 0, b および c が $+1$ をこえる時は、 $+1$ とする。

結局、以上の(7)の式に、示方書の等布活荷重あるいは死荷重、Lの式に示方書の集中活荷重を乗ずれば、そのまゝ曲げモーメント図が画ける。又、上核心曲げモーメント図、下核心曲げモーメント図を、たゞちに画きたいときには、核心距離をkとすれば、

$$D_{上} = j \{ 4fk_1(1-k_1) + e - K_{上} \} \quad , \quad D_{下} = j \{ 4fk_1(1-k_1) + e + K_{下} \}$$

を上式のDの代りに代入すればよい。($K = \frac{5}{15}h$, $\sigma_{上} = -\frac{M_{下}}{W_{上}}$, $\sigma_{下} = +\frac{M_{上}}{W_{下}}$)

(5) γ および $\bar{\gamma}$ の値の仮定

Langer 橋の γ と吊橋の $\bar{\gamma}$ とは、その内容を異にする。

$$\gamma = \left[1 + \frac{\frac{I_g}{A_g} - \frac{16E_s I_s}{3G \cdot A_s} K \frac{f^2}{\ell_1^2} + \frac{I_g}{A_a} (1 + 8 \frac{f^2}{\ell_1^2}) + \frac{128}{3} \frac{I_g}{A_h} (\frac{f}{\ell_1})^3 \frac{\lambda}{\ell_1} }{ \frac{8}{15} f^2 \{ 1 + \frac{5}{2} \frac{e}{f} + \frac{15}{8} (\frac{e}{f})^2 \} } \right]^{-1}$$

$$\approx \frac{1}{1 + \frac{5}{4} (\frac{h}{f})^2}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\frac{E_c A_c}{E_g I_g} \frac{8}{15} f^2 \ell_1}{\frac{E_c A_c}{E_g I_g} \frac{8}{15} f^2 \ell_1 + \{ 1 + 8 (\frac{f}{\ell_1})^2 \} \ell_1 + S \cdot \sec^2 \beta + \frac{32 A_c}{3 A_h} \frac{\lambda}{\ell_1} (\frac{f}{\ell_1})^2 (6 S_r - 4 f)}$$

$$\approx \frac{1}{1 + \alpha \frac{I_g}{A_c} + \frac{E_c A_c}{E_t A_t} (\tan \phi'_a + \tan \beta)^2 S_r}$$

(吉町太郎一著「鋼橋の理論と計算」503頁、599頁参照)

ここで、 h = 補剛桁高、 I_g = 補剛桁断面二次モーメント、 A_c = ケーブル断面、一般に、

$\gamma = 0.95 \sim 0.97$, $\bar{\gamma} = 0.8 \sim 1.0$ であるが、このプレストレス工法のように、

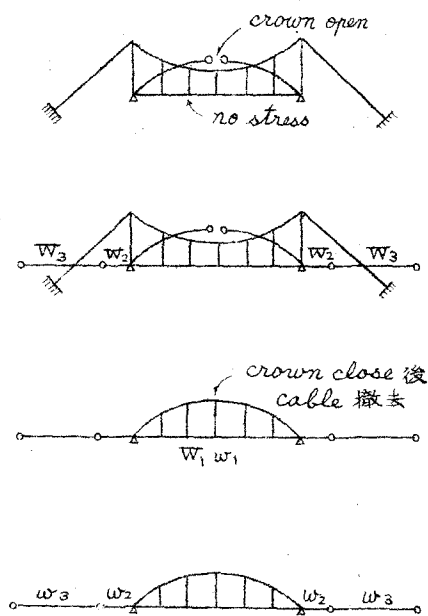
Langer の補剛桁を架設用Cableで吊つた吊橋では、全く常識外の $\bar{\gamma}$ であつて、本橋の場合は $\bar{\gamma} = 0.344$ になつた。又、Langerとしての $\gamma = 0.964$ である。

3. プレストレス導入方法の概要

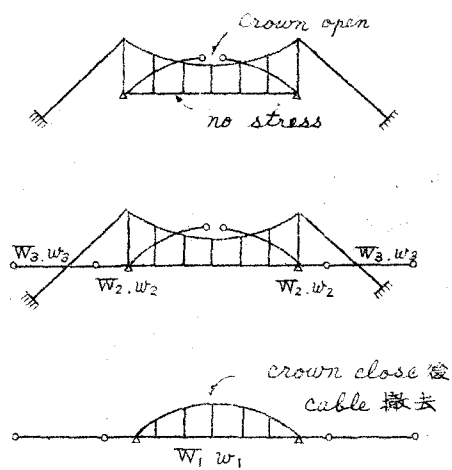
側径間のsurchargeとして、側径間死荷重を利用することにした。

この場合、surcharge用死荷重として、鋼重のみによるか、あるいは、鋼重と床版等の全死荷重によるかによつて、次の3つの方法が考えられる。

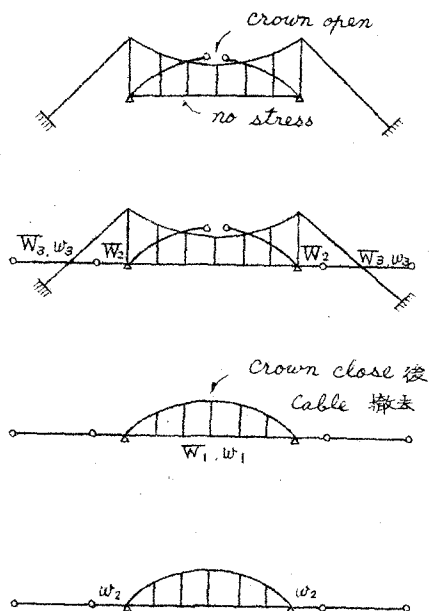
(第Ⅰ法)



(第Ⅱ法)



(第Ⅲ法)



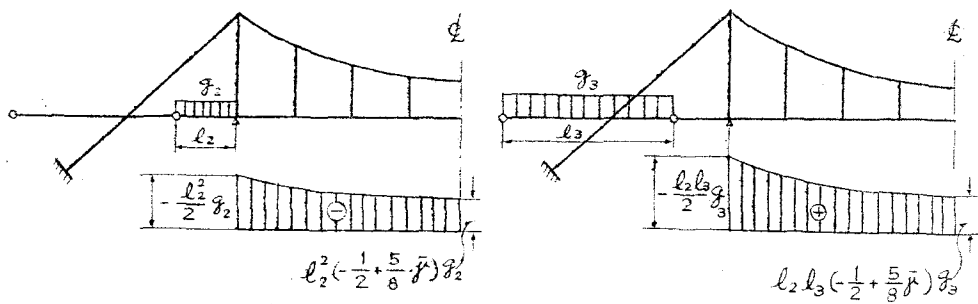
この3つの方法における差異は次の通りである。

	第 I 法	第 II 法	第 III 法
吊橋として負載する荷重	W_2, W_3	W_2, W_2, W_3, W_3	W_2, W_3, W_3
Langer として負載する荷重	W_1, W_1, W_2, W_3	W_1, W_1	W_1, W_1, W_2

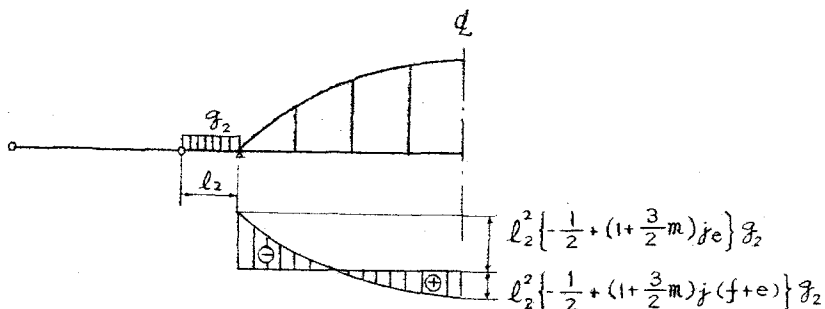
Langer 完成後負載する活荷重は、当然いづれもLanger として作用する。

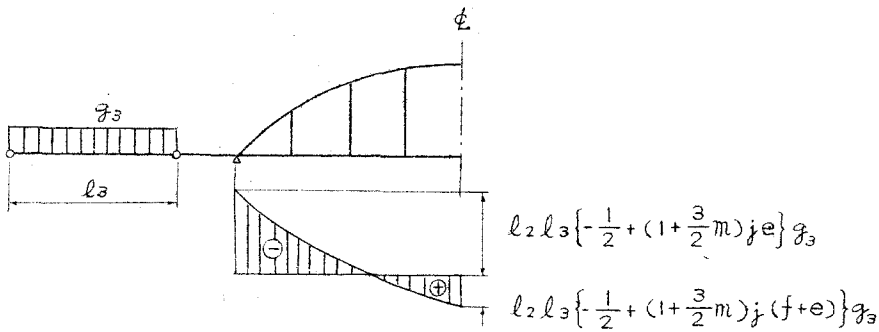
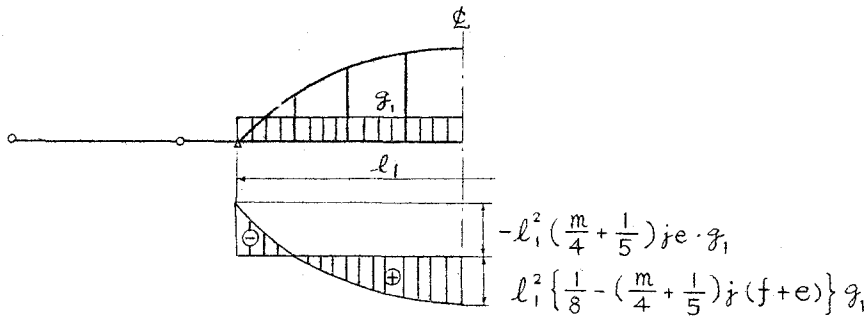
4. プレストレス導入後の補剛桁曲げモーメント

側径間死荷重は、吊橋として作用するから、補剛桁曲げモーメント図は、次図のようになる。



拱肋 crown部鉋結後、架設用 cable撤去後作用する側径間死荷重、中央径間死荷重は、Langer として作用するから、補剛桁曲げモーメント図は、次図のようになる。





以上の曲げモーメント図はすべて2次拋物線になる。

第Ⅰ法、第Ⅱ法、第Ⅲ法について、死荷重による補剛桁最終曲げモーメントを、支点および中央径間中央位置において求めると次のようになる。

(第Ⅰ法)

$$\begin{aligned} \text{支 点: } & -\frac{l_2^2}{2} W_2 - \frac{l_2 l_3}{2} W_3 + \left\{ -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{3}{2} m \right) j e \right\} (l_2^2 w_2 + l_2 l_3 w_3) \\ & - l_1^2 \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5} \right) j \cdot e (W_1 + w_1) \\ \text{径間中央: } & \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \bar{r} \right) (l_2^2 W_2 + l_2 l_3 W_3) + \left\{ -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{3}{2} m \right) j (f+e) \right\} \\ & (l_2^2 w_2 + l_2 l_3 w_3) + l_1^2 \left\{ \frac{1}{8} - \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5} \right) j (f+e) \right\} (W_1 + w_1) \end{aligned}$$

(第Ⅱ法)

$$\text{支 点: } -\frac{l_2^2}{2} (W_2 + w_2) - \frac{l_2 l_3}{2} (W_3 + w_3) - l_1^2 \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5} \right) j \cdot e (W_1 + w_1)$$

$$\text{径間中央: } \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \bar{\gamma}\right) \{ \ell_2^2 (W_2 + w_2) + \ell_2 \ell_3 (W_3 + w_3) \} + \ell_1^2 \left\{ \frac{1}{8} - \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5}\right) j(f+e) \right\} (W_1 + w_1)$$

(第Ⅲ法)

$$\begin{aligned} \text{支 点: } & -\frac{\ell_2^2}{2} W_2 - \frac{\ell_2 \ell_3}{2} (W_3 + w_3) + \ell_2^2 \left\{ -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{3}{2} m\right) j \cdot e \right\} w_2 - \ell_1^2 \\ & \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5} \right) j e (W_1 + w_1) \end{aligned}$$

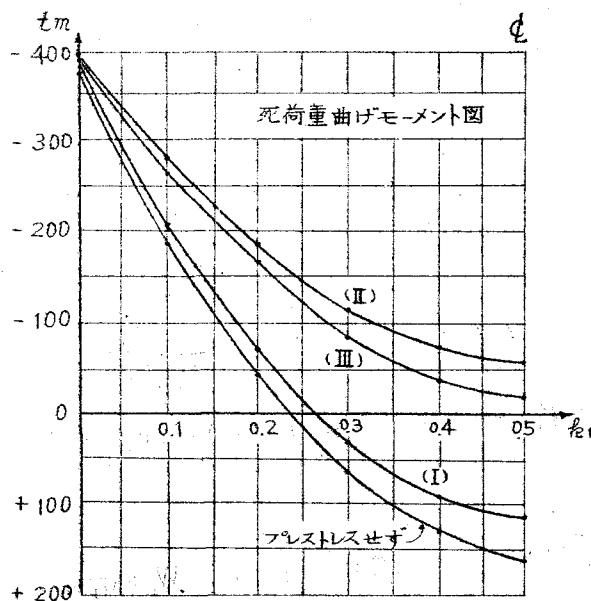
$$\begin{aligned} \text{径間中央: } & \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \bar{\gamma}\right) \{ \ell_2^2 W_2 + \ell_2 \ell_3 (W_3 + w_3) \} + \ell_2^2 \left\{ -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{3}{2} m\right) j \right. \\ & \left. (f+e) \right\} w_2 + \ell_1^2 \left\{ \frac{1}{8} - \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5}\right) j(f+e) \right\} (W_1 + w_1) \end{aligned}$$

(プレストレスをしない従来の方法)

$$\begin{aligned} \text{支 点: } & \left\{ -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{3}{2} m\right) j e \right\} \{ \ell_2^2 (W_2 + w_2) + \ell_2 \ell_3 (W_3 + w_3) \} - \ell_1^2 \\ & \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5} \right) j \cdot e (W_1 + w_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{径間中央: } & \left\{ -\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{3}{2} m\right) j(f+e) \right\} \{ \ell_2^2 (W_2 + w_2) + \ell_2 \ell_3 (W_3 + w_3) \} + \ell_1^2 \\ & \left\{ \frac{1}{8} - \left(\frac{m}{4} + \frac{1}{5}\right) j(f+e) \right\} (W_1 + w_1) \end{aligned}$$

(数値計算)



今、本橋において

$$\ell_1 = 65 \text{ m}, \ell_2 = 6.5 \text{ m}$$

$$\ell_3 = 24 \text{ m}, f = 8.5 \text{ m}$$

$$(Langer), e = 0.75 \text{ m}$$

$$\bar{\gamma} = 0.964, j = 0.05738$$

$$f = 6.5 \text{ m (吊橋)},$$

$$\bar{\gamma} = 0.344,$$

$$W_1 = 1.14 \text{ t/m},$$

$$W_2 = 0.69 \text{ t/m},$$

$$W_3 = 0.45 \text{ t/m},$$

$$w_1 = 2.1 \text{ t/m}$$

$$w_2 = 2.1 \text{ t/m}$$

$W_3 = 227 \text{ t/m}$ であるから、これを上式に代入し、死荷重曲げモーメント図を画けば、左図のとおりである。

5. 補剛桁の活荷重曲げモーメント図

活荷重は、すべてLanger 橋として作用する。本橋の活荷重は、次のとおりである。

	衝撃係数 i	等 布 活 荷 重			集 中 活 荷 重		
		K_g/m^2	K_g/m	$\times(1+i)(K_g/m)$	K_g/m	K_g	$\times(1+i)(K_g)$
ℓ_1	0.174	245	735	$863 = P_1$	3500	10500	$13500 = P_1$
ℓ_2	0.354	245	735	$996 = P_2$	3500	10500	$14220 = P_2$
ℓ_3	0.270	245	735	$934 = P_3$	3500	10500	$13320 = P_3$

$$P_{(2+3)} = \frac{P_2 + P_3}{2} = 965 K_g/m$$

これらを、2.の曲げモーメントを求める一般式に乘ずれば、次のとおりである。

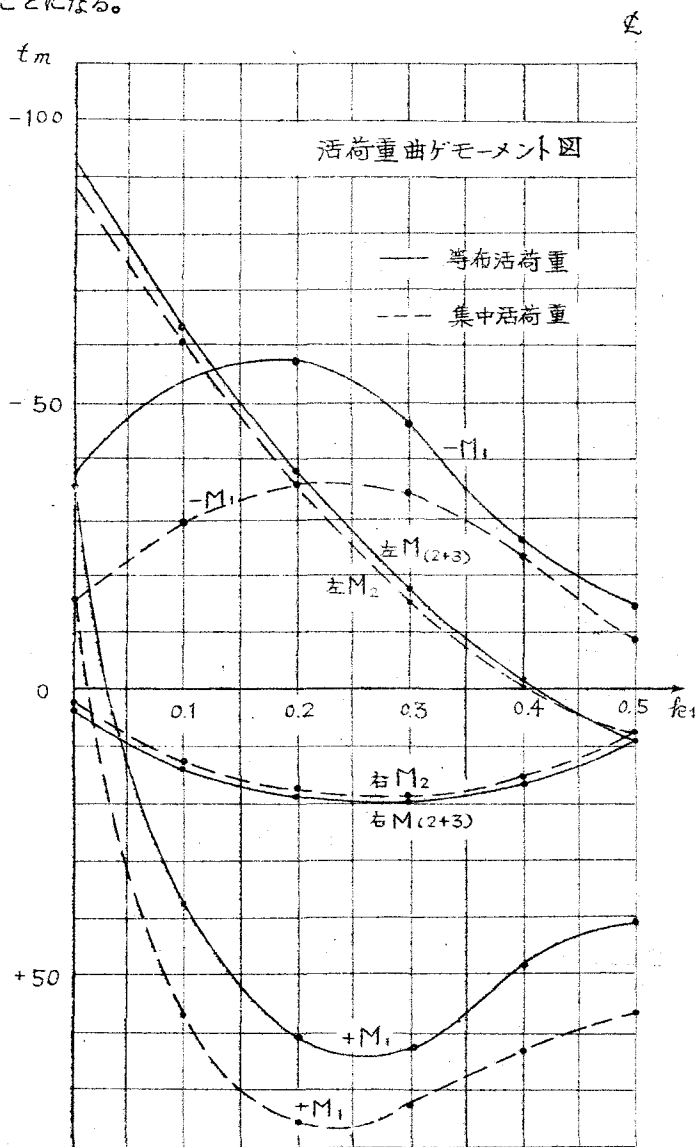
k_1	$+0.1 \times P_1 \text{ (tm)}$	$-0.1 \times P_1 \text{ (tm)}$	$\pm 0.1(2+3) \times P_{(2+3)} \text{ (tm)}$
0	$-40.280 \times 0.863 = -34.848$	$-40.380 \times 0.863 = -34.848$	$-94.389 \times 0.965 = -91.085$
0.1	$+45.334 \times \text{〃} = +39.123$	$-60.333 \times \text{〃} = -52.067$	$-64.739 \times \text{〃} = -62.473$
0.2	$+70.304 \times \text{〃} = 60.672$	$-65.534 \times \text{〃} = -56.556$	$-39.473 \times \text{〃} = -38.091$
0.3	$+72.881 \times \text{〃} = 62.896$	$-54.008 \times \text{〃} = -46.609$	$-18.570 \times \text{〃} = -17.939$
0.4	$+57.038 \times \text{〃} = 49.224$	$-29.702 \times \text{〃} = -25.633$	$-2.091 \times \text{〃} = -2.018$
0.5	$+47.024 \times \text{〃} = 40.532$	$-16.869 \times \text{〃} = -14.568$	$+10.024 \times \text{〃} = +9.673$

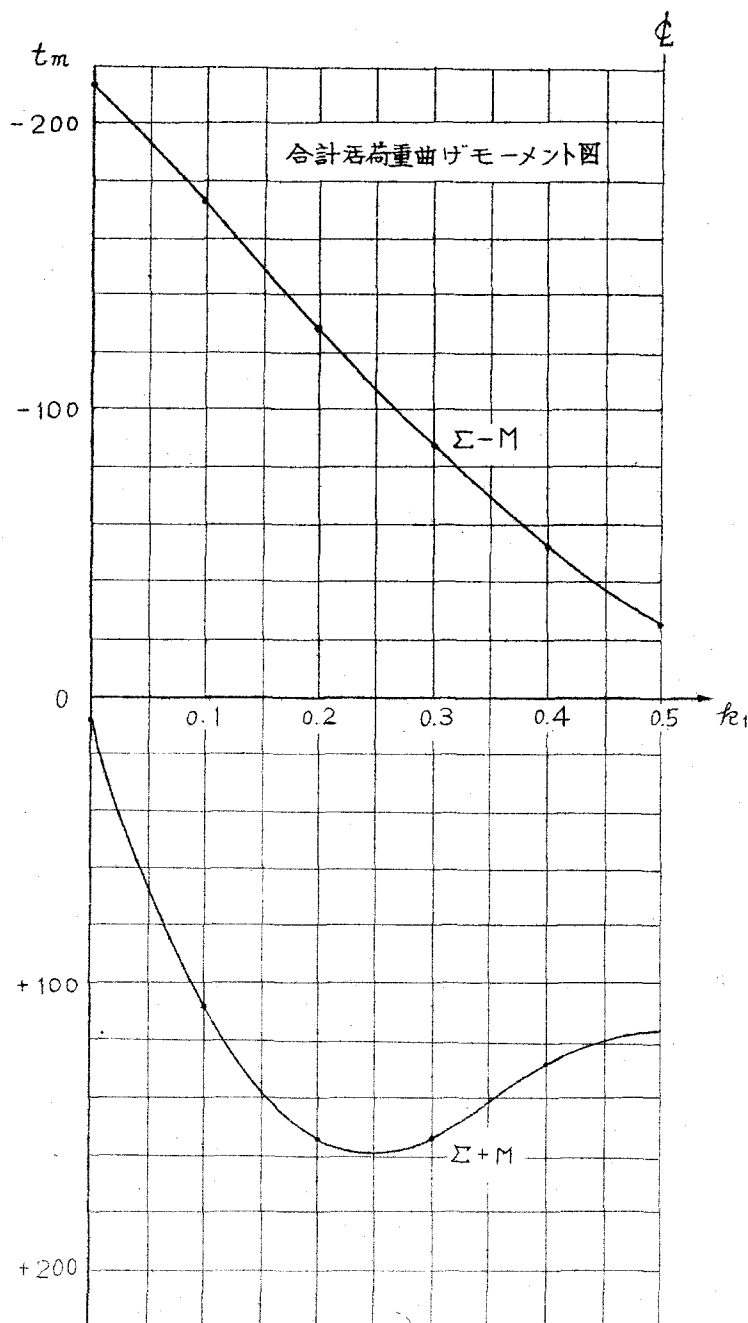
k_1	$\text{右 } (2+3) \times P_{(2+3)} \text{ (tm)}$	$+L_1 \times P_1 \text{ (tm)}$	$-L \times P_1 \text{ (tm)}$
0	$+4.836 \times 0.965 = 4.667$	$-0.967 \times 13.5 = -13.055$	$-0.967 \times 13.5 = -13.055$
0.1	$14.641 \times \text{〃} = 14.129$	$+4.287 \times \text{〃} = +57.875$	$-2.105 \times \text{〃} = -28.418$
0.2	$20.034 \times \text{〃} = 19.333$	$+5.626 \times \text{〃} = +75.990$	$-2.588 \times \text{〃} = -34.938$
0.3	$21.100 \times \text{〃} = 20.362$	$+5.355 \times \text{〃} = +72.223$	$-2.411 \times \text{〃} = -32.549$
0.4	$17.754 \times \text{〃} = 17.133$	$+4.655 \times \text{〃} = +62.883$	$-1.689 \times \text{〃} = -22.937$
0.5	$10.024 \times \text{〃} = 9.673$	$+4.327 \times \text{〃} = +58.445$	$-0.662 \times \text{〃} = -8.937$

k_1	左 $L_2 \times P_2$ (tm)	右 $L_2 \times P_2$ (tm)
0	$-6.183 \times 14.22 = -87.922$	$0.317 \times 14.22 = 4.508$
0.1	$-4.241 \times \quad = -60.307$	$0.959 \times \quad = 13.637$
0.2	$-2.586 \times \quad = -36.773$	$1.314 \times \quad = 18.685$
0.3	$-1.218 \times \quad = -17.320$	$1.382 \times \quad = 19.652$
0.4	$-0.137 \times \quad = -1.948$	$1.163 \times \quad = 16.558$
0.5	$+0.657 \times \quad = +9.343$	$0.657 \times \quad = 9.343$

この数値により、活荷重曲げモーメント図を画けば次図のとおりである。なお、集中活荷重は、示方書により一橋一荷重であるから、値の大きな方を、死荷重曲げモーメント

と合成することになる。

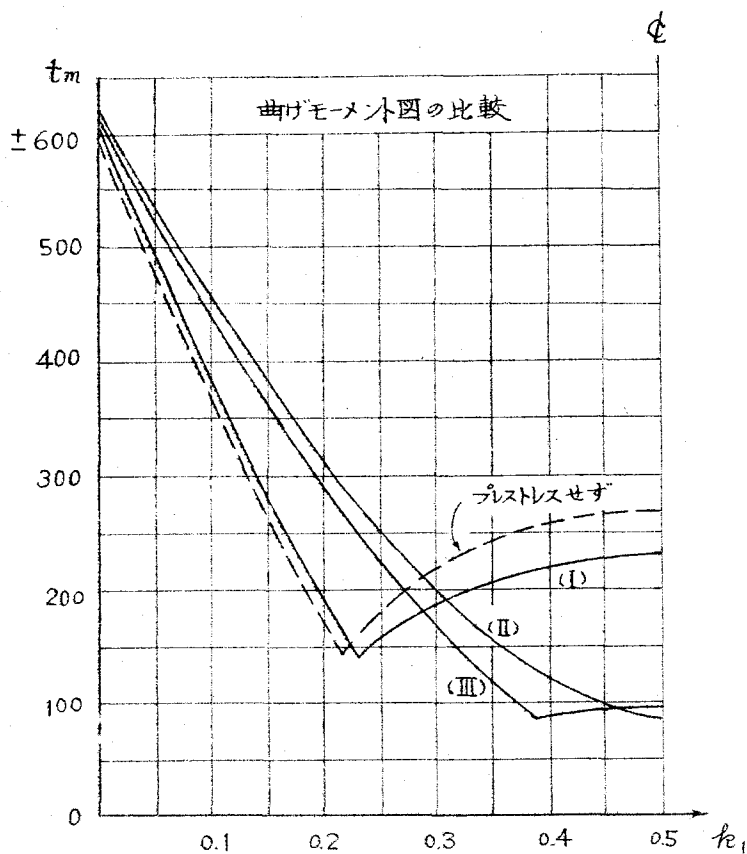




6. 補剛桁の総合成曲げモーメント図と使用鋼材節減量

4.における死荷重曲げモーメント図と5における活荷重曲げモーメント図とを合成すると次図のようになる。この図の曲線における不連続点の左側は負のモーメント、右側は正のモーメントの領域である。すなわち、この図は、正負のモーメントのうち絶対値の大なる方をとつたものである。プレストレスをしない従来の方法は、点線で図示したから、プレストレスをした各架

設法と、夫々の曲げモーメント図面積とを比較することにより、プレストレスをすれば、どれだけ鋼材が節約になるかがわかる。



曲げモーメント図面積の増減および中央径間平均曲げモーメントの増減は次表のとおりである。

	曲げモーメント面積の増減 ($t \cdot m^2$)			節減平均曲げモーメント $\Delta M (t \cdot m)$
	負の面積の増	正の面積の減	節減面積	
第Ⅰ法	442	1180	738	11.35
第Ⅱ法	2918	3026	108	1.66
第Ⅲ法	2490	3972	1482	22.80

節減平均曲げモーメント $\Delta M (kg \cdot cm)$ が求まれば、使用鋼材節減量 ΔV は

$$\Delta V = \frac{\Delta M}{h} \left(\frac{1}{\sigma_c} + \frac{1}{\sigma_t} \right) \times l_1 \quad \text{であり、今}$$

h = 補剛桁高 = 150cm

σ_c = 許容曲げ圧縮応力度 = 1130 Kg/cm²

σ_t = 許容曲げ引張応力度 = 1300 Kg/cm²

とすれば、 ΔV および使用鋼材節約屯数は次のようになる。

$$\text{第I法} = 7.18 \times 10^{-2} \times 1.135 \times 10^6 = 8.15 \times 10^4 \text{ cm}^3 \rightarrow 0.64 \text{ ton}$$

$$\text{第II法} = 7.18 \times 10^{-2} \times 1.66 \times 10^5 = 1.19 \times 10^4 \text{ cm}^3 \rightarrow 0.09 \text{ ton}$$

$$\text{第III法} = 7.18 \times 10^{-2} \times 2.28 \times 10^6 = 16.37 \times 10^4 \text{ cm}^3 \rightarrow 1.38 \text{ ton}$$

7. 結 論

(イ) 側径間に死荷重を surcharge するプレストレス工法は、有効であり、鋼材を節減する。しかし、あまり surcharge が大きすぎると効果が減るから、適当な surcharge 量を選択しなければならない。

(ロ) 第III法は、最も有効であるが、吊径間にコンクリート床版を打つておく手数がかかる。

(ハ) 第II法は、有効度も少く、吊径間および突径間にコンクリート床版を打つておく手数も多く、最も不利である。

(ニ) 第I法は、ほぼ有効であり、特に、コンクリート床版を打つておく必要もなく、単に鋼重だけの操作ですむので、有利である。結局、実際には、第I法が第II法を実施するつもりであるが、今のところ、第I法がよいと考えている。

又、このプレストレス工法では、側径間に surcharge しても、Langer 補剛桁の支点の負の曲げモーメントは、殆んど増加せず、支点断面は、そのまゝでよい点は、注目に値しよう。

(以 上)