

プレストレスト鋼桁の塑性降伏について

三菱重工業 K K 神戸造船所 伊 藤 鉦 一

同 山 口 富 夫

1. 緒 言

最近わが国の橋渠構造にはプレストレスを導入した鋼桁が漸次応用せられるようになってきた。P・S鋼桁は部材にあらかじめ外荷重によつて生ずる応力と反対の方向の応力を与えて置くので、部材の安全強度を高め材料の節約をはかることができる。しかもP・S鋼は構造的には不静定部材として作用するから、桁断面が一樣に塑性降伏するときのモーメントすなわち、完全塑性モーメントはP・Sを導入しない部材と比べて幾分大きくなり、破壊に対しても有利な構造となる。筆者等は先にプレストレスを導入した単純模型鋼桁について載荷時の応力分布の測定および破壊実験を行ない、その後本供試体の塑性降伏に対して若干の考察を試みたのでその概要について述べる。

2. 供試実験桁

供試した実験桁は断面 $250 \times 125 \times 10$ mmのI型钢で桁長は 2400 mmである。図1(a)に示すようにP・S鋼棒を桁の中立軸と平行に配置して桁断面全長にわたつて均一の曲げ応力が導入されるような構造としたもの(A桁)、および(b)に示す如く桁のプレストレスが両端支持中央集中荷重に適するように分布する構造としたもの(b桁)の2種類の桁を製作した。また比較のために同一断面でP・S力を導入しない桁(c桁)についても実験を行なつた。使用型钢、鋼棒の機械的性質、断面形状を表示すると図1表のようで、使用鋼材については実験に先だちその降伏点、抗張力等を試験したが、降伏点は 68.7 Kg/cm^2 、抗長力 104 Kg/mm^2 であつた。

3. A型P・S鋼桁の強度

A桁に対する載荷方式は図1に示すように桁の両端を支持し中央部に2点荷重を与えた。この場合桁の支点断面では外モーメントは零であるが鋼棒に生ずる不静定力によつて支点断面の応力は最初与えたP・S力による応力分布と同一方向に増加する。したがつて桁の中央、両支点断面および鋼棒が外部荷重に対して、同時に降伏するためには、鋼棒断面積、P・S力、の大きさ等を適当に選ぶ必要がある。これらの条件を解析的に求め、P・S鋼桁の強度について検討を行つて見よう。

符 号

ℓ = 支点より荷重点までの距離	W = 荷 重
$\ell_2 = \ell_3 - 2\ell_1$	M = モーメント
$2\ell_3$ = 桁の全長	P = P. S力
$2\ell_P$ = P. S材の全長	ΔP = 外力により P. S棒に生ずる不静定力
F = 桁の断面積	σ_{u0} = 上フランジプレストレス
J = 桁の慣性モーメント	$\sigma_{\ell 0}$ = 下フランジプレストレス
Z = 桁の断面係数	σ_y = 鋼桁の降伏応力
e = 桁の中立軸より P. S導入点までの距離	σ_{Ky} = P. S鋼棒の降伏応力
F_K = P. S材の断面積	$\sigma_{u1} \cdot \sigma_{\ell 1}$ = 桁の上、下フランジ応力の最大値
E = 鋼桁の弾性率	$\sigma_{u2} \cdot \sigma_{\ell 2}$ = 桁支店部に於ける上下フランジ応力
E_K = P. S鋼棒の弾性率	
$A_1 = -\frac{1}{F} + \frac{e}{Z}$	
$A_2 = \frac{1}{F} + \frac{e}{Z}$	K = P. S力の不静定係数 ($\Delta P = KW$)

プレストレスおよび荷重による桁の最大応力、支点応力は次式のように表わされる。(注2図)
荷重点では

$$\begin{aligned} \sigma_{u1} &= -\frac{W\ell_1}{2Z} + (P + \Delta P) \frac{A_1}{A_2} = -P \frac{A_1}{A_2} + \left(\frac{-\ell_1}{+2z} + K \frac{A_1}{A_2} \right) W \\ \sigma_{\ell 1} &= +\frac{W\ell_1}{2Z} - (P + \Delta P) \frac{A_1}{A_2} = -P \frac{A_1}{A_2} + \left(\frac{-\ell_1}{+2z} + K \frac{A_1}{A_2} \right) W \end{aligned} \quad (1)$$

支点では

$$\begin{aligned} \sigma_{u2} &= + (P + \Delta P) \frac{A_1}{A_2} = + \left(P \frac{A_1}{A_2} + KW \frac{A_1}{A_2} \right) \\ \sigma_{\ell 2} &= - (P + \Delta P) \frac{A_1}{A_2} = - \left(P \frac{A_1}{A_2} + KW \frac{A_1}{A_2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

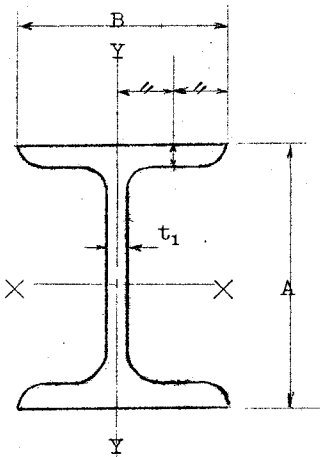
たゞし

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -\frac{1}{F} + \frac{\ell}{z} \\ A_2 &= \frac{1}{F} + \frac{\ell}{z} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$K = \frac{e\ell_1(\ell_1 + \ell_2)}{4e^2(\ell_1 + \frac{\ell_2}{2}) + J\left(\frac{\ell_2}{F} + \frac{E}{E_K} \frac{\ell_1}{F_K}\right)} \quad (4)$$

I 型 鋼			
材 質		S S 4 1	
断 面 形 状	主要寸法	A×B	250×125
		t_1	10
		t_2	9
	慣性 モーメント cm^4	J_x	7338
		J_y	560.1
	回転半径 cm	i_x	10.91
		i_y	2.81
	断面係数 cm^2	Z_x	587.0
		Z_y	89.62
	断 面 積	mm^2	7073
機 械 的 性 質	重 量	Kg/m	55.5
	抗 張 力	Kg/cm^2	4140
	降 伏 点	Kg/cm^2	2670
	伸	%	

鋼 棒	
呼 称	SECH 24 ϕ
直 径	mm 23.2
引 張 強 度	Kg/mm^2 100 以上
降 伏 点 強 度	Kg/mm^2 67 以上
破 断 時 伸 び	% 8 以上
紋 り	% 35 以上
リラクゼーション	% 21 以下



才1表 桁材および鋼棒の断面形状、機械的性質

$\sigma_{u1} > \sigma_{\ell 1}$, $\sigma_{\ell 2} > \sigma_{u2}$ であるから σ_{u1} , $\sigma_{\ell 2}$ が降伏応力 σ_y に達する荷重 W_{y1} , W_y を(1) (2)式より求めるとそれぞれ

$$W_y = \frac{P A_1 + \sigma_y}{\frac{\ell_1}{2Z} - K A_1} \quad (5)$$

$$W_y' = \frac{\sigma_y - P A_2}{K A_2} \quad (6)$$

$W_y = W_y'$ になるためには

$$\frac{P A_1 + \sigma_y}{\frac{\ell_1}{2Z} - K A_1} = \frac{\sigma_y - P A_2}{K A_2} \quad (7)$$

の関係が成立する必要がある。これより P・S力を求めると

$$P = \sigma_y \left\{ \frac{1}{A_2} - \frac{2ZK}{\ell_1} \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) \right\} \quad (8)$$

したがってこのときの降伏荷重は(8)を(5) (6)に入れて

$$W_y = W_y' = \frac{2Z}{\ell_1} \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) \sigma_y \quad (9)$$

また

$$P + \Delta P = \sigma_{KY} F_K \quad (10)$$

なるためには(10)式に(8) (9)を入れて

$$\sigma_y \left\{ \frac{1}{A_2} - \frac{2ZK}{\ell_1} \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) \right\} - K \frac{2Z}{\ell_1} \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) \sigma_y = F_K$$

$$F = \frac{\sigma_y}{\sigma_{KY}} \frac{1}{A_2} \quad (11)$$

すなわち P・S鋼棒の断面積を(11)の条件で定め、P・S力を(8)の条件で導入すれば鋼桁各部の強度を同一にし最も合理的な設計をすることができる。さてこのようにして設計された鋼桁の強度は P・Sを導入しない桁の強度に対して降伏比は

$$\frac{W}{W_{y0}} = \left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right) \sigma_y = \frac{2}{1 + \frac{Z}{eF}} \sigma_y \quad (12)$$

となる。本実験桁に対して数値計算を行えば次のようになる。

$$\begin{aligned} \ell_1 &= 95 \text{ cm} & F &= 70.73 \text{ cm}^2 & \sigma_{ky} &= 6000 \text{ Kg/cm}^2 \\ \ell_2 &= 40 \text{ cm} & J &= 7338 \text{ cm}^4 & F_K &= 7.5 \text{ cm} \\ \ell_3 &= 120 \text{ cm} & A_1 &= 3.101 \times 10^2 \text{ cm}^2 & E &= 2.1 \times 10^8 \text{ Kg/cm}^2 \\ \ell_K &= 140 \text{ cm} & A_2 &= 5.928 \times 10^2 \text{ cm}^2 & E_K &= 2.0 \times 10^8 \text{ Kg/cm}^2 \\ e &= 26.5 \text{ cm} & \sigma_y &= 2670 \text{ Kg/cm}^2 & K &= 0.358 \end{aligned}$$

$$W_y = 50.3 \times 10^3 \text{ Kg}$$

$$P = 27.05 \times 10^3 \text{ Kg}$$

$$\Delta P = 18 \times 10^3 \text{ Kg}$$

$$\frac{W}{W_{y0}} = 1.523$$

4. 実験結果

A・B・桁に対する載荷実験を才3図に示した。この場合P・S力の大きさが前章(8)式の関係を満足しないため桁の支点部が荷重より先に降伏を起した。桁中央断面における応力分布を描くと才4図のようで、これ等の実験結果はいずれも計算結果とほぼ一致している。また鋼棒応力よりP・S鋼棒の不静定係数を求めると、才2表のとおりで、この値も大体計算と一致している

才2表 K の 値

桁	実験値	計算値
A ₁	0.36	0.385
A ₂	0.372	〃
B ₁	0.356	0.345
B ₂	0.356	〃

と見ることができる。また桁フランジの最縁応力が材料の降伏点に達する降伏荷重は、A桁で約50ton、B桁で約4.1ton程度（中央1点集中荷重）で、C桁の降伏荷重31ton（2点実中荷重）に対してA・B桁とも、約1.5倍の強度増加を生じていることがわかる。なお本実験桁に導入したP・S力に対する降伏荷重の計算値は才3表のとおりである。

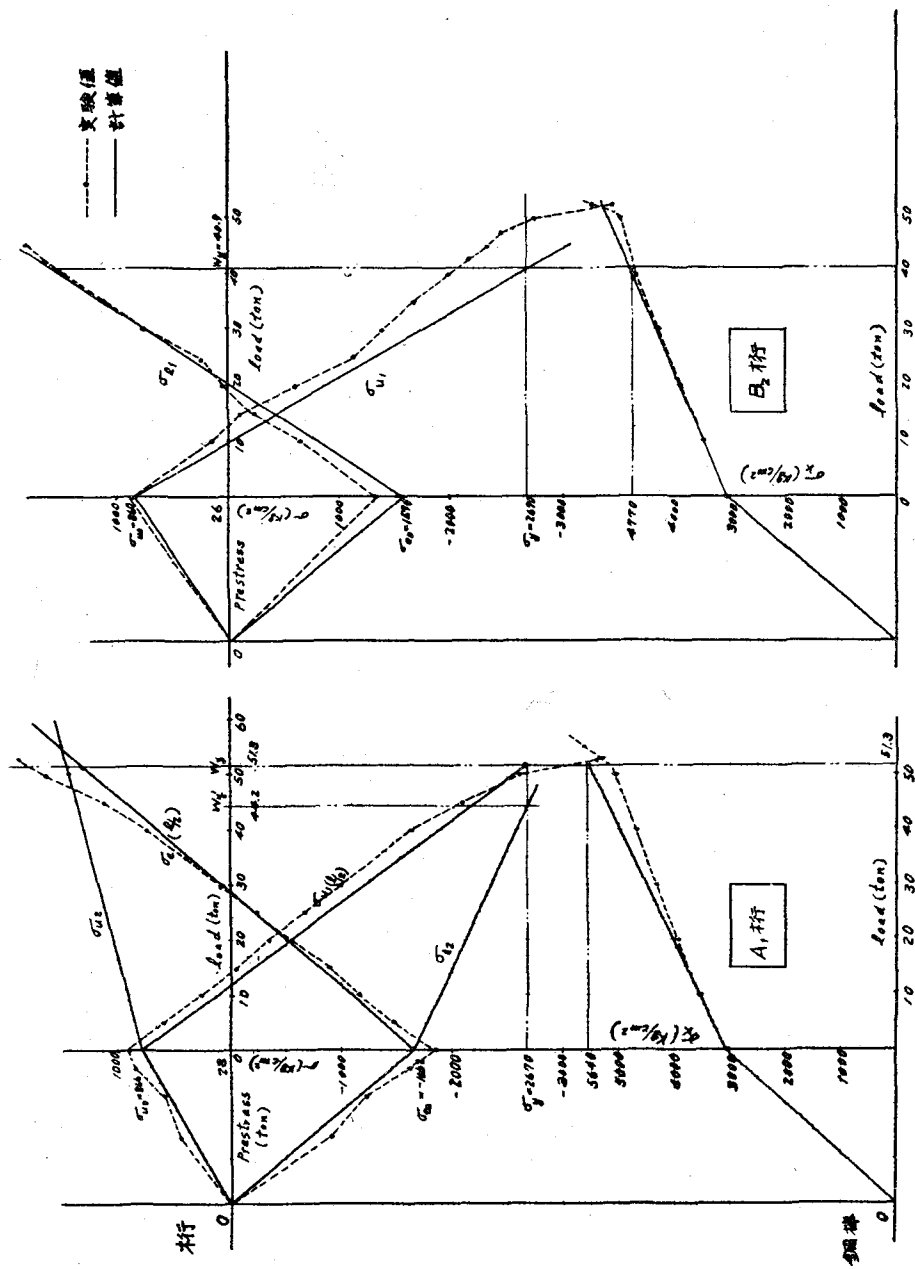


表 3 図 載荷実験に於ける荷重と応力値

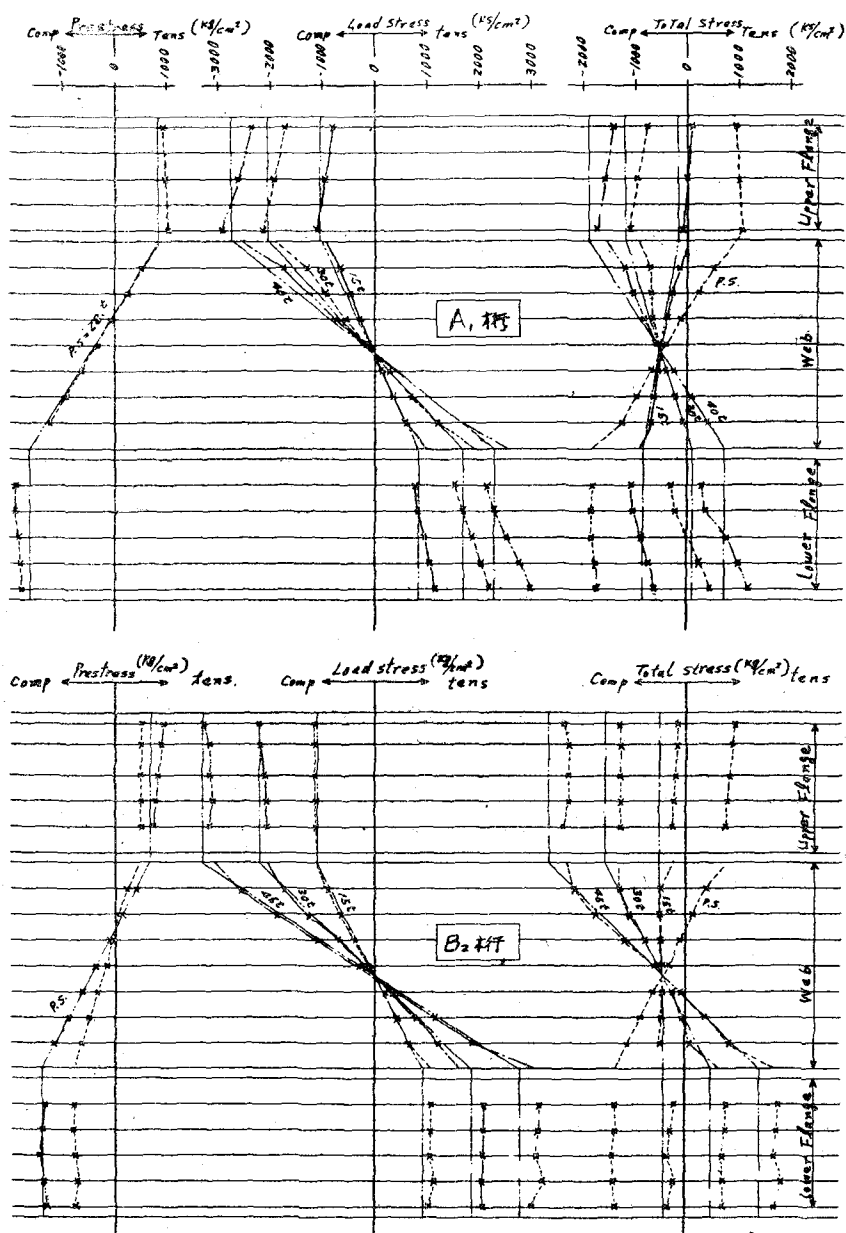


图 4 桁断面应力分布 (%)

图 4 桁断面应力分布 ($l/2$)

表 3 降伏荷重計算値

桁	P K g	W_y K g	W_y / W_{y0}
A_1	27.96×10^3	51.3×10^3	1.56
A_2	29.61	52.1	1.58
B_1	28.16	41.8	1.54
B_2	25.91	40.9	1.50

5. P. S 鋼桁の完全塑降伏

P. S 桁が外部荷重による軸力と曲げモーメントをうけて断面が完全塑性降伏域に達したとき、その応力分布は図 6 のようになる。この時の荷重を W_0 、軸力および曲げモーメントを T_0 、 M_0 とすれば、 T_0 、 M_0 はそれぞれつぎのようにして求めることができる。

$$T_0 = (P_0 + KW_0) = -\sigma_y b_2 \cdot 2c \quad (1)$$

$$M_0 = \int_0^{h_2-c} \sigma_y b_2 y dy + \int_0^{h_1-c} \sigma_y b_2 y dy + \int_{h_2-c}^{h_1-c} \sigma_y b_1 y dy + \int_{h_2-c}^{h_1-c} \sigma_y b_1 y dy - T_0 c + b_0 z$$

$$= \sigma_y \{ b_2 (h_2^2 - c^2) + b_1 (h_1^2 - h_2^2) \} \quad (2)$$

(1), (2)より C を消去すると

$$M_0 = \sigma_y \left\{ b_2 \left\{ h_2^2 - \left(\frac{T_0 c}{2 b_2 \sigma_y} \right)^2 \right\} + b_1 (h_1^2 - h_2^2) \right\} + \sigma_{b0} Z \quad (3)$$

ここで P_0 は最初にあたえられる P. S 力で

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= -P_0 = -\sigma_{t0} F \\ M_0 &= e P_0 = \sigma_{b0} Z \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ところで完全塑性降伏モーメント M_0 を弾性的に考えれば $M_0 = Z \sigma_y$ で表わされ、之は外力 W_0 に対しては A 桁の荷重条件では次のように表わされる。

$$M_0 = \sigma_y Z = \left(\frac{\ell_1}{2} - K_0 \right) W_0 \quad (5)$$

$$\text{ゆえに } W_e = \frac{\sigma_e Z}{\frac{\ell_1}{2} - K_e} \quad (6)$$

(6)を(1)に入れて

$$\begin{aligned} T_e &= \left\{ \sigma_{e0} + \frac{\sigma_e Z K}{F \left(\frac{\ell_1}{2} - K_e \right)} \right\} F_e \\ &= \left\{ \frac{Z}{F_e} \sigma_{b0} + \frac{Z K \sigma_e}{F \left(\frac{\ell_1}{2} - K_e \right)} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

(3), (5), (10)より

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \frac{1}{Z} \sigma_y \left[\sigma_z \left\{ h_z^2 - \left(\frac{Z}{F_e} \sigma_{b0} + \frac{Z K \sigma_e}{F \left(\frac{\ell_1}{2} - K_e \right)} \right)^2 \left(\frac{F}{2 h_z \sigma_y} \right)^2 \right\} + b_1 (h_1^2 - h_2^2) \right] + \sigma_{b0} \\ \sigma_y &= \frac{1}{z} \left[b_1 (h_1^2 - h_2^2) + b_2 h_2^2 - \left(\frac{Z}{F_e} \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_y} + \frac{Z K}{F \left(\frac{\ell_1}{2} - K_e \right)} \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right)^2 \frac{F_z}{4 b_2} \right] + \frac{\sigma b_0}{\sigma_y} \quad (8) \end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \chi &= \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_y} \\ y &= \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \\ B &= \frac{1}{Z} [b_1 (h_1^2 - h_2^2) + b_2 h_2^2] \\ C &= \frac{Z}{F_e} \\ D &= \frac{Z K}{F \left(\frac{\ell_1}{2} - K_e \right)} \\ E &= \frac{F^2}{4 b_2 z} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

とおけば

$$y = B - (C\chi + Dy)^2 E + \chi \quad (10)$$

これを χ について解けば

$$y = \frac{1}{D^2 E} \left[\sqrt{DE \left\{ \frac{1}{4DE} + BD + (C+D)\chi \right\}} - \left(\frac{1}{2} + CDE\chi \right) \right] \quad (11)$$

(11)式は $\chi = \frac{\sigma_{bo}}{\sigma_y}$ に対する $y = \frac{\sigma_e}{\sigma_y}$ の関係を示すもので、これより P・S の大きさに対する鋼桁の見掛上の降伏応力が求められる。さて(19)式お記号を用いると、桁が完全塑性降伏した時のフランジ応力、フランジ最外縁の降伏荷重および完全塑性降伏荷重は次式で与えられる。(才⁶図)

$$\frac{\sigma_{te}}{\sigma_y} = \frac{T_e}{F\sigma_y} = \frac{Z}{F} \frac{\sigma_{bo}}{\sigma_y} + \frac{ZK}{F(\frac{\ell_1}{2} - K)} \frac{\sigma_e}{\sigma_y} = C\chi + Dy \quad (12)$$

$$\frac{\sigma_{te} \pm \sigma_e}{\sigma_y} = C\chi + (D \pm 1) y \quad (13)$$

$$W_e = \frac{FD}{K} \sigma_e \quad (14)$$

$$W_y = \frac{\sigma_y + (1 - \frac{Z}{eF}) \sigma_{bo}}{\frac{\ell_1}{2Z} - K(\frac{e}{Z} - \frac{1}{F})} = \frac{1 + (1-C)\chi}{\frac{K}{F}(1 + \frac{1}{D})} \sigma_y \quad (15)$$

$$W_{cy} = \frac{2Z}{\ell_1} \sigma_y \quad (16)$$

$$\frac{W_e}{W_y} = \frac{FD}{K} \frac{\frac{K}{F}(1 + \frac{1}{D})}{1 + (1-c)\chi} \frac{\sigma_e}{\sigma_y} = \frac{1 + D}{1 + (1-c)\chi} y \quad (17)$$

$$\frac{W_y}{W_{oy}} = \frac{1 + (1-c)\chi}{\frac{2Z}{\ell_1} \frac{K}{F}(1 + \frac{1}{D})} = \frac{1 + (1-c)\chi}{1 - \frac{2ZKA_1}{\ell_1}} \quad (18)$$

$$\frac{W_e}{W_{uy}} = \frac{(1+D)y}{1 - \frac{2ZKA}{\ell_1}} \quad (19)$$

また塑性降伏時の中立軸の位置は $2Cb_2\sigma_y = P_o + KW_e$ より

$$\frac{C}{h_2} = \frac{1}{2b_ch_2\sigma_y} \left(\frac{Z}{e} \sigma_{bo} + \frac{KZ_e}{\frac{\ell_1}{2} - K} \right) = \frac{A_1}{2b_2h_2} (C\chi + Dy) \quad (20)$$

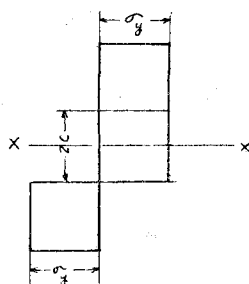
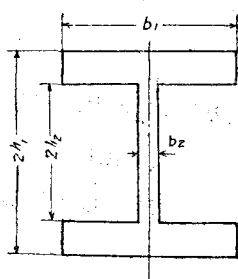


図 5

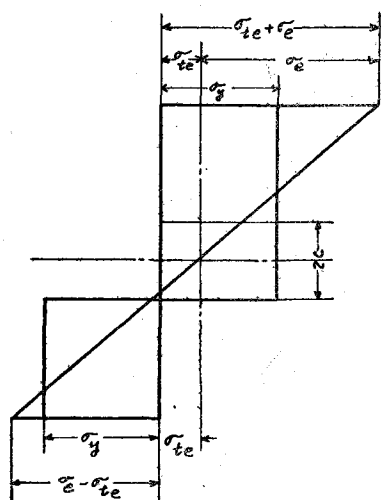


図 6

なおB桁の場合には

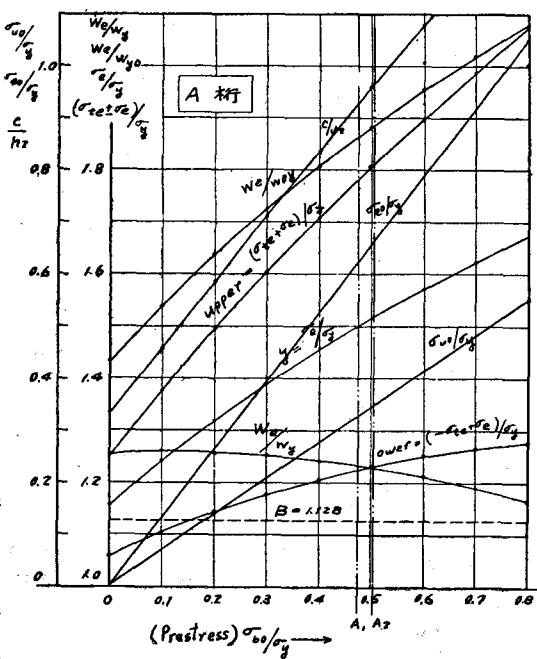
$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{1}{Z} \left[b_1 (h_1^2 - h_2^2) + b_2 h_2^2 \right] \\ C &= \frac{Z}{F \ell} \cot \theta \\ D &= \frac{Z K \cos \theta}{F \left\{ \frac{\ell_2}{2} - K \ell \sin \theta \right\}} \\ D &= \frac{F^2}{4 b_2 Z} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

表 4 実験桁の塑性降伏強度計算値

桁	P_o ton	σ_{bo} Kg/cm ²	$\chi = \frac{\sigma_{bo}}{\sigma_y}$	W_y ton	$\frac{W_o}{W_y}$	W_o ton	
						計算値	実験値
A ₁	27.96	1264	0.473	51.3	1.232	63.3	55×10 ³
A ₂	29.61	1338	0.501	52.1	1.227	64.0	〃
B ₁	28.16	1320	0.494	41.8	1.190	49.8	—
B ₂	25.91	1217	0.456	40.9	1.187	48.6	52×10 ³
C	—	—	—	33.0 (*) 27.2 (**)	1.128	37.2 30.7	— 34.7

(*) 2点集中荷重 (**) 1点集中荷重

とおけば (H) ~ (I) の関係はそのまま成立する。A、B 桁について χ に対するこれ等の値を数値計算するとオ 7 図のようになる。 W_e/W_y の値は P、S を導入しない桁の場合は 1.13 程度であるのに対して、A 桁構造では約 1.25、B 桁構造では約 1.19 となり完全塑性降伏強度は約 10% の増加を来たしたことが知られる。A、B 各桁の実験桁に対して塑性降伏荷重およびフランジ応力を求めた結果をオ 4 表に示した。下表に見られるように、本実験桁の上フランジ応力は見掛上材料の降伏点の 1.7 ~ 1.8 倍になる。断面が完全に塑性降伏するまでは平面変形をするものとみなして、塑性降伏時の断面応力分布の計算を行ない、それを実験値と比較するとオ 8



オ 7 図 P、S と塑性降伏強度の関係

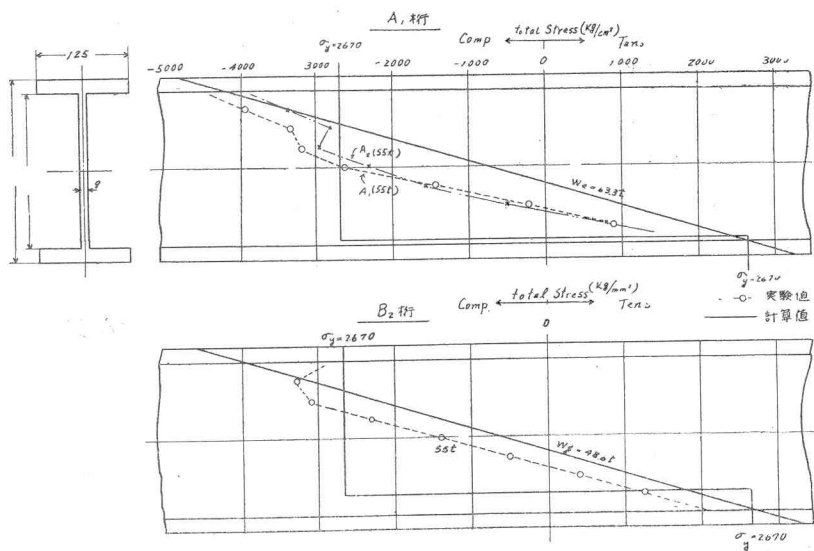
図のようになり、両者はほぼ一致した傾向をもっている。塑性降伏荷重が計算値と幾分異なるの

は、桁端部が載荷点より先に降伏した影響と思われる。模型の不備によるものであろうと考えられる。A¹ 桁の破壊状況をオ 9 図の写真に示した。

6 結 言

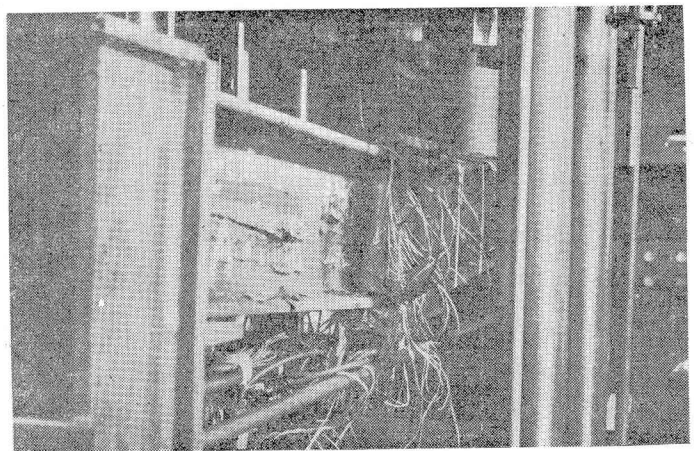
プレストレスト模型鋼桁の載荷実験を行ない、その弾性強度および塑性降伏強度に対して解析的考察を行なった結果について述べた。P、S 鋼桁はプレストレスの導入により、桁の弾性的強度を著しく増大するが、また同時に塑性降伏強度を増加する利点を有する。本供試桁の例の場合でも W_e/W_y (W_e = 塑性降伏荷重、 W_y

Upper Flange		Lower Flange	
$(\sigma_{10} - \sigma_0) / \sigma_y$	$-\sigma_{10} - \sigma_0$ Kg/cm ²	$(\sigma_{10} + \sigma_0) / \sigma_y$	$-\sigma_{10} + \sigma_0$ Kg/cm ²
1.78	4750	1.23	3280
1.80	4810	1.235	3300
1.74	4650	1.27	3390
1.70	4540	1.26	3360



才 8 図 塑性降伏時の断面応力（歪）分布

＝弾性降伏荷重）の値は約 1.19～1.23 となり、プレストレスを導入した桁に対する W_t / W_r の値 1.13 に対して約 5～9% 大きくなっており、それだけ破壊強度が増加していることがわかる。



才 9 図 P・S 実験桁の破壊状況

本文の解析は主として模型例について行な

ったが、このような考察を実際の設計面にも適用すれば、P・S 工法の特長を生かし、最も合理的な設計をすることができよう。P・S 鋼構造があらゆる分野に広く応用されつつある現状において、本研究が幾分でも役に立てば幸甚と考える次才である。