

桁橋の軽量化と箱桁橋について

○京大工学部工博 小西一郎
大阪市大理工学部 小松定夫
京大大学院 福本 士

1. 緒 言

橋梁構造にて構造型式を合理化することにより、死荷重を軽減することは橋梁の設計において特に注意すべき重要な事項である。薄肉板を主要部材として立体的に組立てられた箱桁構造はこの目的に最も適した特性を有している。

溶接技術の進歩、高張力鋼の使用とあいまつて、このような構造型式が特にドイツにおいて発展し、画期的な軽量構造の建設に成功したことは、先に筆者の1人が詳しく調べた。

1)、2)

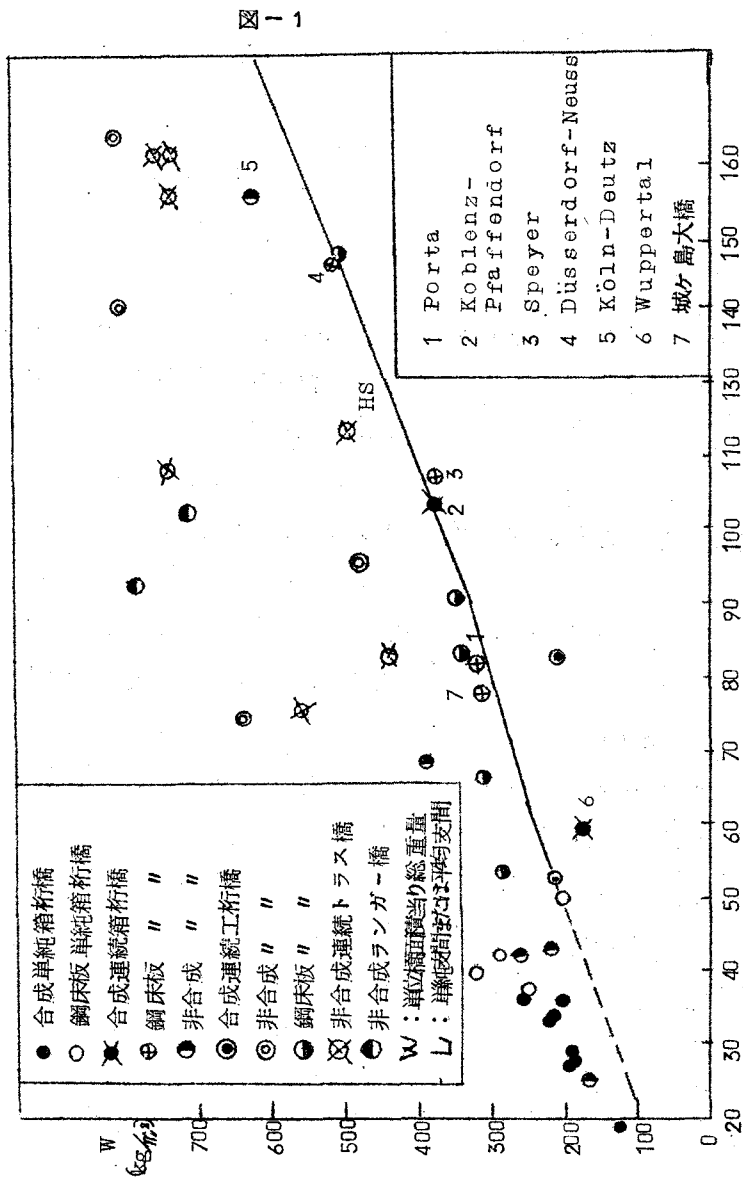
箱桁橋は薄肉板を力学部材として配置することにより得られた立体構造であるため、従来の平面構造の組合せと解釈して行う通常の簡易設計法によつては応力解析および断面の合理的決定は困難である。

箱桁橋は曲げ剛性ともに、捩り剛性が大きいので、構造物が個々の部材としてではなく、一体として外力に抵抗する構造であり、立体的な応力分布となり、応力の集中化が除かれる。したがつてこれの応力解析には中実細円棒よりなる棒構成の力学ではその力学的本質は把め難く、薄肉構造の立体的応力解析が必要となる。筆者らはこの見解のもとに、曲げ捩り理論を用いることにより箱桁橋の応力解析および設計計算法について研究を進めた。3)、4)、5)

ここでは箱桁橋の軽量化について、在来の各種橋梁型式との鋼重実績の比較について述べ、箱桁橋の構造力学的特質およびそれらの特質を考慮に入れた応力解析について述べる。

2. 各種橋梁型式との鋼重の比較

図-1はトラス橋、I桁橋、箱桁橋等についての鋼重実績をまとめたものである。横軸にスパンまたは平均スパンをとつて単位橋面積当りの総鋼重を示したものである。箱桁橋はわが国およびドイツの代表的箱桁橋を対象としたものであり、連続トラス橋、連続I桁橋等はドイツにて架設されている高張力鋼を用いた橋である。図においてHSは高張力鋼を用いた箱桁橋の単位鋼重を示す。この図から明らかなとおり、単位鋼重はスパンとともに直線的に増加すること、またスパン80m程度以上では箱桁橋は在来のコンクリート床板非合成の橋



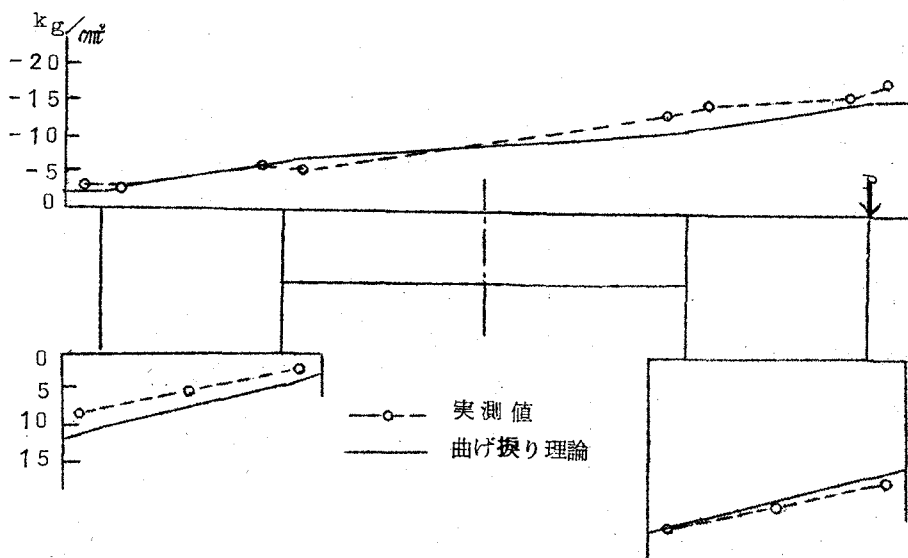
梁型式に比べて25%程度の、時には50%までに達する鋼重の軽量化がみられる。40～80m間には実施例は少ないが、これはコンクリート床板、鋼桁のプレストレストの技術の進歩によつてその実現が期待される。

3. 箱桁橋の構造力的時特質

箱桁橋が他の橋梁型式に比較して鋼重の軽減をもたらすことは図-1からも明らかなことであるが、ここでは箱桁橋のもつ構造力学的特質について述べる。

- (1) 既に明らかにしたように、箱桁橋は、薄肉板を力学部材として組立てた立体構造であり、荷重に対して各部分が無駄なく抵抗し、構造的には簡潔な形態を有している。2箱桁が床組、対傾構で連結された構造では、箱桁橋の捩り剛性が非常に大きく、断面全体が一体化せられて実状をくずさない。
- (2) 橋梁内各部の立体的な応力の流れは、曲げ捩り理論を用いて適確に把握できる。図-1は有機ガラスを用いた3スパン連続2箱桁橋(7 5.0m+10 0.0+7 5.0m)でGauertspauのスパン中央断面内、外側腹板上に集中荷重が作用したときの同一断面の実測垂直応力分布を示したものであり、筆者らによる曲げ捩り理論を用いての応力分布をも併記してある。

図-2



- (3) 箱桁橋においては、いかなる荷重状態の下でも同一箱桁内の左右腹板下縁の垂直応力の差が僅少なることが並列I桁橋と異なる点である。荷重分配の概念で云えば、これは両腹板側に対し、均等に荷重が分配されたことになる。更に2箱桁橋においては、2つの箱桁相互間でも十分に荷重が分配されうる。これらの2段の分配作用によつて4本のI桁橋の

場合に比して、常に平均した主桁縁応力を生じていることになる。これは設計の合理化、軽量化へと一歩前進したことにはかならない。

- (4) 腹板内の剪断応力は剪断流理論の活用によつて明確に解析できる。この場合箱桁では薄肉閉断面の性質によつて、腹板部の剪断応力がI桁橋に比較して軽減せられることになり、腹板厚さがI桁橋に比較して小さくとり得る。更に腹板の挫屈に関しては腹板は下部および上部がカバープレートに連結しているため、腹板の面内挫屈に対する境界条件はI桁橋に比して固定度が高く、また鉛直ならびに水平補剛材の配置により挫屈強度も向上しているから、腹板厚さはこの点でも心配はない。また腹板の防蝕の点からも、箱桁外面は平滑であつて塗料の塗布欠点が少くなり、また内面は箱桁内部が外気から遮断されているので、I桁橋に比較し防蝕効果が格段に優れている。これらの点も箱桁腹板に対する最小制限厚さの緩和の要素となる。

表 - 1

腹板の厚さの規定		中央スパン中央 $h = 330\text{ cm}$	橋脚上 $h = 780\text{ cm}$
鋼道路橋設計示方書 89条	$\frac{h}{170}$	19.4 (mm)	45.9 (mm)
溶接鋼道路橋示方書 36条	$\frac{h}{160}$	20.6	48.7
鋼鉄道橋設計示方書案 75条	$\frac{h}{170}$	19.4	45.9
A.A.S.H.O. 3.6.75	$h/130$	25.4	60.0
do. (水平補剛材を有する場合)	$h/210$	15.7	37.1
実施 腹板 厚さ		12	16

わが国鋼道路橋設計示方書等示された腹板厚さはいずれもI桁橋に対するものである。箱桁の場合にはその特質を考慮して腹板厚さに関する規定の解釈を行うべきものと考え。試みにDüsseldorf-Neuss橋、Köln-Deutz橋の桁高について、各種規定による腹板厚さ、実施腹板厚さを比較すれば表-1に示すとおりである。

- (5) 箱桁の片側には長い鋼床板を張り出し、歩道、自転車を設けているが、この張出し部の鋼床板を箱桁上部のカバープレートとして有効断面に入れることができる。
- (6) 鋼床板箱桁橋では鋼床板は上部カバープレートとし主桁作用に寄与するほか、床板に作用する輪荷重を支持する。この場合、鋼床板は縦リブ、横リブによつて補強せられた補強材付平板として取扱う必要がある。鋼床板の応力解析について、2、3の計算法が提案されているが局部応力の算定には少し無理があるようである。

箱桁橋の構造型式について略述すると次のようである。

単純合成箱桁橋はスパン 30～40 m の橋梁として既に数多く架設されている。通常用いられる構造は 2 箱桁型式であるが、幅員の大きさによつて単箱桁から 4 箱桁のものまである。また箱桁の上部カバープレートを省いた構造は死荷重軽減の点から優れた構造型式である。

スパン 40～80 m では連続合成箱桁橋型式、80 m 以上では鋼床板箱桁橋を用いると経済的である。輪荷重を直接に支持する鋼床板の局部変形をさしつかえない程度におさえるには、一般に用いられる縦、横リブの配置構造で鋼床板厚さは 12 mm 以上、歩道部で 10 mm 程度を必要とすることが、実験結果や、実施した橋梁の経験によつていわれている。このような板厚を箱桁上部カバープレートに持たせることはスパン 80 m 程度以上の連続箱桁橋で始めて設計上調和のとれたものとなる。表 2 は実際橋の鋼床板の諸元を示したものである。

表 2

鋼床板 諸元

橋 名	板 厚 (mm)	縦 リ ブ		横 リ ブ		設 計 荷 重
		寸 法 (mm)	間 隔 (mm)	寸 法 (mm)	間 隔 (mm)	
Kurpfalz	12	100×65 ×8	270	240×11	1170	DIN1072IA
Porta	12~20	800×6 600×6	656		1380	DIN1072(60)
Höln-M ü lheim	12	Wulstflachstahl 180×8	305	890	1800	DIN1072IA
Werratal	12	160×8	250	550	2000	DIN1072(60)
Duisburg-Homberg	14	250×8 200×10	300	880×8 540×8	2069	DIN1072(60)
Speyer	13~23	~240×12	350	200×18	1750	DIN1072(60)
DüsseldOrf-Neuss Bürgermeister -Smidt	14~28 12~18	I-36~55 Wulstflachstahl 160×7	440 310		1907 1960 ~1750	DIN1072IA DIN1072IA P=300kg/m ² P=26ton 自転車 DIN1072(60)PTP ⁵ (350kg/m ² 4×13t)
St. Alban	12~16	200×12 120×10	300	×8	1670	
Save	10~25	260×25 L100×75	3025	935×8 218×9		
中里跨線橋	12	×10 120×12	330 280	269×9 200×10	1170	第一種(旧示)
新六の橋	8~10	80×8	440	150×10	1022	第一種(旧示)
馬 橋	8	90×9	320	200×8	1340	T-14
宇喜田橋	10	180×9.5	310	295×9	1215	T-20
城ヶ島大橋	12~16	180×9.5	320	380×8	1250	T-20

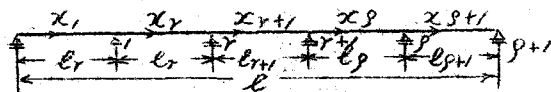
4. 連続箱桁橋の解法

筆者らは単純支持箱桁橋の応力解析法を曲げ捩り理論の適用により示したが、ここではさらにこの理論を連続箱桁橋に拡張した解析法を述べる。

既に明らかにしたように、箱桁の大きい捩り剛性は主桁内の応力の均等化、主桁相互間の荷重分配に大きな働きをしている。したがって箱桁橋全体の構造力学的取扱いにおいて、主桁の捩り角と捩りモーメントが解析の要素として重視される。連続箱桁橋においては、中間支点上でのその拘束のため、曲げ捩りによるいわゆる *diffused bicouple* が生じている。これは初等理論に言う支点曲げモーメントとともに支点においてその両側スパンの連続性を保持している断面力である。この *diffused bicouple* のために、あるスパンに捩りモーメントのみを加えても、他のスパンにその影響があらわれる。このような理由により連続箱桁橋の構造力学的取扱いにおいては、捩り剛性のみならず、曲げ捩り剛性をも考慮に入れた解析法でなければ、この隣接スパンとの相関性が把握できない。この点単純箱桁橋の場合と異なつた考慮を要するので、特に注意せねばならない。

任意断面に外力トルク強度 $m(x)$ が作用する場合、箱桁橋の捩りに関して次式が成立する。(図-3)

図-3



$$EC\omega \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - K \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = m(x) \quad (1)$$

ここに、 φ は箱桁橋の捩り角、 K は捩り剛性、 $EC\omega$ は曲げ捩り剛性である。

いま

$$d = \sqrt{\frac{K}{EC\omega}}$$

とおくと、第 r スパンにおける箱桁橋の捩り角 φ_r は次式で与えられる。

$$\varphi_r = \frac{1}{d^2} \left\{ \frac{\omega_{lr}-1}{\omega_{lr}} \mathcal{U}_{r-1} \frac{\sinh d r (l_r - x_r)}{\sinh d r l_r} - \mathcal{U}_r \frac{\sinh d r x_r}{\sinh d r l_r} \right\} + A r x_r + B r + \theta_r \quad (2)$$

ここに、 $\mathcal{U}$ 、 A 、 B は積分定数、 θ_r は単純梁に同じ外力が作用した場合の捩り角である。

代表的荷重状態に対して導関数を求めれば、

$$\frac{d\bar{\psi}_r}{d\chi_r} = \frac{1}{a_r} \left\{ -\frac{C_{\omega 1, r-1}}{C_{\omega 1, r}} \mathcal{U}_{r-1} \frac{\cosh a_r(l_r - \chi_r)}{\sinh a_r l_r} + \mathcal{U}_r \frac{\cosh a_r \chi_r}{\sinh a_r l_r} \right\} + \frac{d\theta_r}{d\chi_r} + A_r \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \bar{\psi}_r}{d\chi_r^2} = \frac{C_{\omega 1, r-1}}{C_{\omega 1, r}} \mathcal{U}_{r-1} \frac{\sinh a_r(l_r - \chi_r)}{\sinh a_r l_r} - \mathcal{U}_r \frac{\sinh a_r \chi_r}{\sinh a_r l_r} + \frac{d^2 \theta_r}{d\chi_r^2} \quad (4)$$

$$\frac{d^3 \bar{\psi}_r}{d\chi_r^3} = \frac{1}{a_r} \left\{ -\frac{C_{\omega 1, r-1}}{C_{\omega 1, r}} \mathcal{U}_{r-1} \frac{\cosh a_r(l_r - \chi_r)}{\sinh a_r l_r} + \mathcal{U}_r \frac{\cosh a_r \chi_r}{\sinh a_r l_r} \right\} + \frac{d^3 \theta_r}{d\chi_r^3} \quad (5)$$

となり、上式中 $\frac{d\theta_r}{d\chi_r}$, $\frac{d^2 \theta_r}{d\chi_r^2}$, $\frac{d^3 \theta_r}{d\chi_r^3}$ は前記文献 3) に与えられている。

また各スパンの接続部、すなわち中間支点上において、次の連続条件が満足されねばならない。

$$[\bar{\psi}_r]_{\chi_r=l_r} = [\bar{\psi}_{r+1}]_{\chi_{r+1}=0} = 0 = 0 \quad (6)$$

$$\left[\frac{d\bar{\psi}_r}{d\chi_r} \right]_{\chi_r=l_r} = \left[\frac{d\bar{\psi}_{r+1}}{d\chi_{r+1}} \right]_{\chi_{r+1}=0} = 0 \quad (7)$$

$$\left[C_{\omega 1, r} \frac{d^2 \bar{\psi}_r}{d\chi_r^2} \right]_{\chi_r=l_r} = \left[C_{\omega 1, r+1} \frac{d^2 \bar{\psi}_{r+1}}{d\chi_{r+1}^2} \right]_{\chi_{r+1}=0} = 0 \quad (8)$$

ここに、 r は第 r スパンにおける各値を示す添字である。

さらに両端部支点上において

$$[\bar{\psi}_1]_{\chi_1=0} = 0 \quad [\bar{\psi}_{\rho+1}]_{\chi_{\rho+1}=l_{\rho+1}} = 0 \quad (9)$$

$$\left[\frac{d^2 \bar{\psi}_1}{d\chi_1^2} \right]_{\chi_1=0} = 0 \quad \left[\frac{d^2 \bar{\psi}_{\rho+1}}{d\chi_{\rho+1}^2} \right]_{\chi_{\rho+1}=l_{\rho+1}} = 0 \quad (10)$$

境界条件式(6)を満足するように常数 A_r , B_r を決めると

$$A_r = \frac{1}{a_r^2 \mathcal{U}_r} \left(\frac{C_{\omega 1, r-1}}{C_{\omega r}} \mathcal{U}_{r-1} - \mathcal{U}_r \right) \quad (11)$$

$$B_r = \frac{1}{a_r^2} \left(-\frac{C_{\omega 1, r-1}}{C_{\omega, r}} \mathcal{U}_{r-1} \right) \quad (12)$$

これらの値をもとに連続条件式(7)に式(3)を代入して整理すれば、

$$\frac{C_{\omega 1, r-1}}{C_{\omega, r}} \frac{\mathcal{U}_{r-1}}{a_r^2 \mathcal{U}_r} \left(1 - \frac{a_n l_r}{\sinh a_r l_r} \right) + \left\{ \frac{1}{a_r^2 \mathcal{U}_r} [a_n l_r \coth a_n l_r - 1] + \right.$$

$$\frac{1}{a^2} \frac{C_{\omega, r}}{r+1} \left[ar+1 \quad \ell_{r+1} \coth ar+1 \ell_{r+1} -1 \right] M_r +$$

$$\frac{M_{r+1}}{a^2} \left(1 - \frac{ar+1 \ell_{r+1}}{\sinh ar+1 \ell_{r+1}} \right) = \left[\frac{d\theta_{r+1}}{dx_{r+1}} \right]_{x_{r+1}} = 0 = \left[\frac{d\theta_r}{dx_r} \right]_{x_r = \ell_r} \quad (13)$$

(r = 1, 2, ρ)

一方境界条件式(9)より

$$M_0 = M_{\rho+1} = 0 \quad (14)$$

方程式(13)は ρ 個の未知量 M_r に関する ρ 元連立方程式であつて、3 連モーメント公式に類似している。右辺は荷重項で第 1 項は r 支点の右側スパンを単純梁と仮定した場合に外力によつて生じる r 支点における捩れ率を表わし、第 2 項は r 支点の左側スパンを単純梁と仮定した場合に外力によつて生じる r 支点における捩れ率であり、前記文献 3) に示された $\frac{\alpha \theta}{\alpha x}$ の式から求まる。

式(11)~(13)から求めた A_r, B_r, M_{r-1}, M_r をもとに、式(2)から第 r スパンの箱桁橋の捩り角 Φ_r が求まり、さらに式(3)~(5)から $\frac{d\Phi_r}{dx_r}, \frac{d^2\Phi_r}{dx_r^2}, \frac{d^3\Phi_r}{dx_r^3}$ が求められる。これらの値をもとに、

単純捩りによる剪断応力

$$T_s = \frac{q_s}{t} = \frac{T_{\theta_r}}{q} \frac{d\Phi}{dx}$$

曲げによる応力 σ_b, T_b

$$\sigma_b = \frac{M}{I} \cdot y$$

$$T_b = \frac{q_b}{t} = \frac{1}{t} (q_b + S)$$

曲げ捩れによる応力 σ_w, T_w ,

$$\sigma_w = E W_s \frac{d^2 \Phi}{dx^2}$$

$$T_w = -\frac{q_w}{t} = -\frac{E \frac{d^3 \Phi}{dx^3}}{t} \left[\int_0^s w p t ds + S_w \right]$$

で各種応力が求められる。

したがつて第 r スパンの任意断面に生じる応力 σ, T が次式から求まる。

$$\sigma = \sigma_b + \sigma_w$$

$$T = T_b + T_s + T_w$$

なお、特に説明を加えない記号は前記文献3)を参照されたい。

5. 結 言

- (1) 図-1に示した鋼重実績からもわかるとおり、箱桁橋の鋼重 (kg/m^2) が他の橋梁型式に比して、かなり軽減されることは明らかである。
- (2) 箱桁橋の構造力学的特質について各方面から検討を加え、それらの特質を明らかにした。
- (3) 箱桁橋の応力解析ならびに設計計算法に、構造特質を考慮に入れた曲げ捩り理論を用いることは有力な手段である。
- (4) わが国における箱桁橋による長大スパンの実施が早急に望まれる。

参 考 文 献

- 1) 小西一郎 橋梁工学の最近の動向 土木学会関西支部 PP. 1-27, PP. 75-88, 昭和29年3月
- 2) 小西一郎 新しい道路橋 土木学会夏期講習会テキスト 昭和33年8月
- 3) 小西一郎 小松定夫 大橋昭光 合成箱桁橋の応力解析と設計計算法、土木学会論文集、第25号、昭和30年3月
- 4) 小西一郎、小松定夫、箱桁橋の立体的応力解析、土木学会論文集 第43号 PP. 1-10, 昭和32年2月
- 5) 小西一郎、小松定夫、堀本 七、連続箱桁橋の研究、第13回年次学術講演会、第IV部 PP. 45-46