

上松川橋ほか一橋（プレストレスト・コンクリート 桁橋）の応力測定結果について

建設省土木研究所 田 原 保 二
手 塚 薫
国 広 哲 男

まえがき： 昨年建設省土木研究所では、下記のプレストレスト・コンクリート桁橋について、夫々の県より委託を受けて、これらの耐荷力試験、振動試験を行った。本報告はその耐荷力試験の内の撓みの測定並びに応力の測定結果の一部を紹介すると共に、橋の横方向断面のねじりについて筆者の若干の考察を加えた計算値と実測値との照合を行い、筆者の考察の妥当性を論じたものである。

上松川橋（福島県）、一等橋

橋長 122 m、（支間 39.6 m PC単桁 3 連）

巾員 9 m、（主桁間隔 1.6 m、主桁 6 本並列）

主桁（桁高 1.65 m、丁形断面、ポストテンショニング）

横桁（支点及び支間に等間隔に配置、計 6 ヶ所、ポストテンショニング）

床版（厚さ 15 cm、ハンチ 6 cm、ポストテンショニング）

斜度 なし

戸川橋（山梨県）、一等橋

橋長 77.44 m、（支間 25.00 m PC単桁 3 連）

巾員 6 m（主桁間隔 1.33 m、主桁 5 本並列）

主桁（桁高 1.20 m、丁形断面、ポストテンショニング）

横桁（支点及び支間に等間隔に配置、計 5 ヶ所、ポストテンショニング）

床版（厚さ 13 cm、ハンチ 3 cm、ポストテンショニング）

斜度 75° 38'

上松川橋、戸川橋の略図をそれぞれ図-1、図-2に示す。

図 - 1 上松川橋の略図

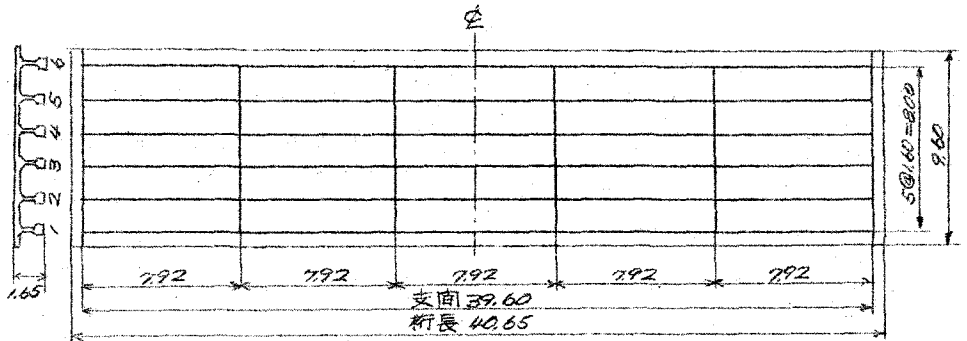
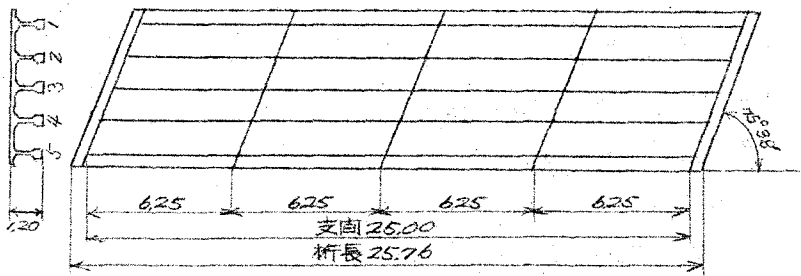


図 - 2 戸川橋の略図



1. 耐荷力試験

ここに紹介する耐荷力試験は静荷重載荷による応力及び撓み測定の一部である。

A. 荷重及び載荷方法

上松川橋では満載重量が夫々次の様なトラックを荷重として採用した。

トラック番号	前輪軸重	後輪軸重	総重量
①	2,730t	8,100t	10,830t
②	2,605t	6,655t	9,260t
③	2,380t	7,010t	9,390t
④	1,905t	7,235t	9,140t

載荷方法は以上を橋に対し偏心載荷となる様に図-3の如く配置し、各トラックはいつでも後部が支間の中央に向く様にした。

戸川橋では満載重量が夫々次の様なトラックを荷重として採用した。

トラック番号	前輪軸重	後輪軸重	総重量
①	1.94t	8.06t	10.00t
②	1.96t	8.04t	10.00t

図-3 載荷状態(上松川橋)

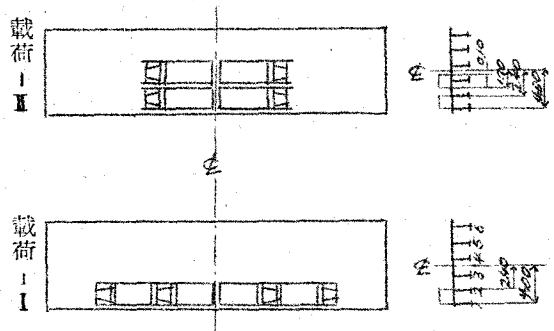
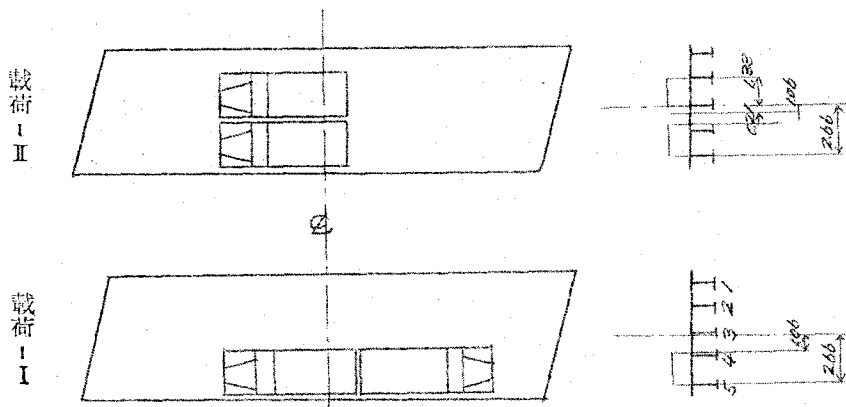


図-4 載荷状態(戸川橋)



載荷方法は以上を橋に対し偏心載荷となる様に図-4の如く配置し、トラックの方向は橋軸の方向と一致させ、いつでも後輪軸中心が支間の中央上にある如く位置せしめた。

B. 測定方法及び測定個所

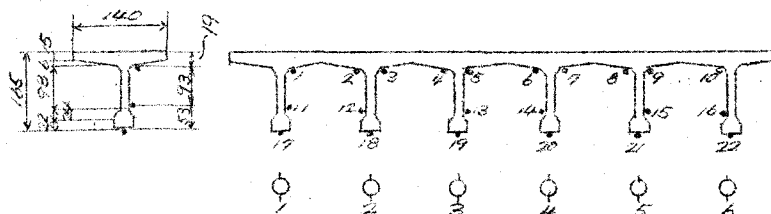
両橋共応力歪の測定には共和無線研究所製の電気抵抗ひずみ計 (K-8ゲージ) を用い、ひずみ指示器は同所製及びホールドウィン SR-4 を使用した。

撓みの測定には $1/100$ mm 読みダイヤルゲージによつた

ひすみ及び撓みの測定は支間の $\frac{1}{2}$ 点及び $\frac{1}{4}$ 点、其他について行つたが、 $\frac{1}{2}$ 点に於けるひすみ及びたわみの測定位置及びその番号は両橋についてそれぞれ図-5の通りである。

図 5 ひずみ及びたわみ測定位置

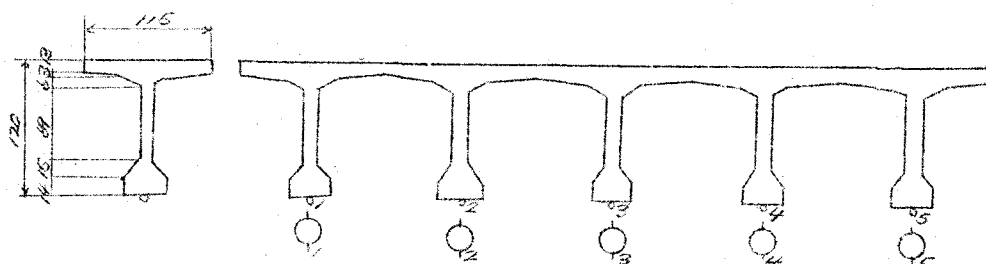
(a) 上松川橋



(b) 戸川! 橋

○ ひずみ計

○ ダイヤルゲージ



なお床版の上面に於けるひづみの測定はトラックの走行のためにゲージの貼付け不能のため取止めた。

C. 測定結果

Aで述べた各載荷状態に対する支間の $\frac{1}{2}$ 点断面のひずみ及び撓みの測定値は表-1の通りである。但しここに示す値は少く共3回繰返し試験での最尤撰択組の値である。

表 - 1 ひずみ及びたわみの測定値

(a) 上松川橋

ひずみ ($\times 10^{-6}$)					
測点 \ 载荷	I	II	測点 \ 载荷	I	II
1	-27	-32	14	15	20
2. 3	-21	-23	15	9	15
4. 5	-17	-24	16	5	10
6. 7	-14	-18	17	78	80
8. 9	-9	-15	18	59	72
10	-5	-12	19	44	58
11	39	40	20	30	43
12	30	35	21	19	28
13	22	28	22	10	20

たわみ ($\times 10^{-2} \text{mm}$)					
測点 \ 载荷	I	II	測点 \ 载荷	I	II
1	956	955	4	434	562
2	795	839	5	271	431
3	632	717	6	102	292

(b) 戸川橋

ひずみ ($\times 10^{-6}$)			たわみ ($\times 10^{-2} \text{mm}$)		
測点 \ 载荷	I	II	測点 \ 载荷	I	II
1	10	26	1	80	160
2	20	31	2	135	190
3	30	40	3	195	217
4	43	48	4	250	240
5	55	52	5	307	260

2. 試験結果に対する考察

試験を行つた種類の橋は之を直交異方性板と考へても差支えない。従つてこの様な考慮の下においては **C. A. MASSONNET** 氏の各種の数表を利用することにより、比較的容易に試験の載荷状態に対する桁のたわみや曲げモーメントを計算することが出来る。

更に注目すべきことは、これらのたわみの表に於いて $\phi = \frac{h_1}{2l} \sqrt{\frac{\beta_z}{\beta_x}}$ の値が 0.4 以下の場合には偏心載荷による橋の横方向のたわみの傾斜は殆んど直線的となることである。言い換えれば橋軸に直角な断面はねじりにより傾くだけであつて、殆んどその形をくずさない。しかしてこの傾きは、橋軸方向に直角な断面全体のねじり中心を中心とした廻轉の角によつて代表されると見做して差支えないものである。

以上の見解により筆者は橋の横断面に於けるねじり剛性を断面の形自体が持つねじり剛性の他に、断面全体がねじり中心を中心として廻轉することによつて生ずる附加的なトルクに対応したねじり剛性をも考慮に入れ両者を合せた見掛けのねじり剛性を所謂橋の横方向ねじり剛性係数算定の根拠とした。

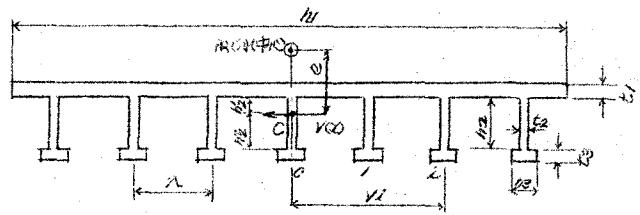
たゞし橋軸の方向に対するねじり剛性係数としては橋の縦方向断面の形自体の持つ固有のねじり剛性係数そのものをつた。

A. ねじり中心を求めること

図一 6 の様な断面

図 一 6 橋の断面

に於ては一般に断面全体のねじり中心は床版の上に出て、床版すなわち上部フランジと下部フランジに働くせん断力の合力 $V(x)$ の作用点 C からの距離 e は結局次式でこれを求めることが出来る。



$$e = \frac{(\frac{1}{2}t_2 h_2 + t_3 h_3) \cdot \sum_{i=1}^n r_i^2}{\frac{1}{12}t_1 h_1^3 + (\frac{1}{2}t_2 h_2 + t_3 h_3) \sum_{i=1}^n r_i^2 + \frac{n}{12}t_3 h_3^3} h_2$$

ここに $\sum_{i=1}^n r_i^2$ は n が奇数、偶数にかかわらず

$$\sum_{i=1}^n r_i^2 = \frac{1}{12} \cdot \lambda^2 \cdot (n-1) \cdot n \cdot (n+1)$$

t_1 : 主桁上部フランジの厚さ

t_2 : 主桁のウェブの厚さ

t_3 : 主桁下部フランジの厚さ

h_1 : 主桁上部フランジの巾

h_2 : 主桁のウェブの高さ

h_3 : 主桁下部フランジの巾

n : 主桁の本数

λ : 主桁の中心間隔

r_i : 橋の橋軸線と中心から第 i 番目の主桁中心までの距離

又 C 点の位置は次式で求まる。

$$h' = \frac{\frac{n}{12} t_3 h_3^3}{\frac{1}{12} t_1 h_1^3 + (\frac{1}{2} t_2 h_2 + t_3 h_3) \sum_{i=1}^n r_i^2 + \frac{n}{12} t_3 h_3^3} h_2$$

$$h_2'' = h_2 - h_2'$$

h_2' h_2'' : 図-6 参照

B. ねじり中心を中心として廻転したときの断面上の任意の点の変位

ねじり中心から鉛直距離 y , 水平距離 Z の位置にある断面上の 1 点の廻転角 φ に対する鉛直、水平方向の変位 η 及び ζ は、 φ を小さいものと考えれば近似的に

$$\eta = Z \cdot \varphi, \quad \zeta = y \cdot \varphi \quad \text{で表せる。}$$

C. ねじり中心を中心としてねじれたときに生ずる附加トルク及びこれに対応したねじり剛性を求めること

ねじり廻転角 φ に対する附加トルク Mt_1 は演算の結果次式で与えられる。

$$Mt_1 = - \sum_{i=1}^n r_i^2 \cdot \mu E t_2 h_2^3 \frac{d^3 \varphi}{dx^3}$$

$$\text{但し } \mu = \left(\frac{1}{2} - k\right)^2 c' + \left(\frac{1}{2} + k\right)^2 c + k^2 + (b+1)\left(c + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}$$

$$c = \frac{t_3 h_3}{t_2 h_2} \quad c' = \frac{t_1 \lambda}{t_2 h_2}$$

$$b = a + k$$

$$a = \frac{\left(\frac{1}{2} t_2 h_2 + t_3 h_3\right) \sum_{i=1}^n r_i^2 - \frac{n}{12} t_3 h_3^3}{\frac{1}{12} t_1 h_1^3 + (t_2 h_2 + t_3 h_3) \sum_{i=1}^n r_i^2 + \frac{n}{12} t_3 h_3^3} + \frac{1}{2}$$

$$k = \frac{\lambda t_1 (h_2 + t_1) - h_3 t_3 (h_2 + t_3)}{(\lambda t_1 + h_2 t_2 + h_3 t_3) h_2}$$

$$\begin{aligned} \text{上式の右辺で} \quad \mu E t_2 h_2^3 \times \sum_{i=1}^n r_i^2 &= C_1, \\ \frac{d^3 \varphi}{dx^3} &= \frac{d^2 \theta}{dx^2} \quad \text{とおけば} \end{aligned}$$

$$Mt_1 = -C_1 \cdot \frac{d^2 \theta}{dx^2}$$

Eはコンクリートのヤング係数であるから C_1 は断面の形によつて定まる定数である。

次に断面自体の持つ固有のせん断ねじ剛性係数を C_2 とおけば次の関係が成立つ。

$$Mt_2 = C_2 \theta$$

$$\text{こゝに } C_2 = n \{ K_1 \lambda t_1^3 + K_2 h_2 t_2^3 + K_3 t_3^3 h_3 \} \cdot G$$

で K_1 K_2 K_3 は上部フランジ、ウェブ、下部フランジの形によつてきまる常数であり、

Gはせん断弾性係数である。

$$Mt = Mt_1 + Mt_2 \quad \text{とおけば}$$

$$Mt = C_2 \theta - C_1 \cdot \frac{d^2 \theta}{dx^2}$$

これを解いて

$$\theta = \frac{Mt}{C_2} \left\{ 1 - \frac{\cosh\left(\frac{\frac{l}{2} - x}{\nu}\right)}{\cosh\left(\frac{\frac{l}{2}}{\nu}\right)} \right\}$$

ここに l は支間長、 $\nu^2 = \frac{C_1}{C_2}$ 、 x は支点から考えている断面までの距離である。

θ を支間全長に亘って平均しその値を $\bar{\theta}$ とすれば、計算の結果

$$\bar{\theta} = \frac{2}{l} \int_0^{\frac{l}{2}} \theta \, dx = \frac{Mt}{C_2} \left\{ 1 - \frac{\nu}{l/2} \cdot \tanh\left(\frac{l/2}{\nu}\right) \right\}$$

従つて直交異方性板としての橋軸に直角な横方向の単位長当り見掛けの平均ねじり剛性係数

$\tilde{r}_z$ は、

$$\tilde{r}_z = \frac{C_z}{h_f} = \frac{C_2}{h_f} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\nu}{l/2} \cdot \tanh\left(\frac{l/2}{\nu}\right)}$$

$$\nu^2 = \frac{C_1}{C_2}$$

一方橋軸方向の縦断面に於ける単位長当り平均ねじり剛性係数 $\tilde{r}_x$ は簡易に求まり

$$\tilde{r}_x = \frac{Cx}{l} = \frac{1}{3} \cdot t_f^3 + \frac{m}{l} \cdot K_u \cdot h_u \cdot t_u^3$$

ここに

t_f : 床版の厚さ

t_u : 横桁の厚さ

h_u : 横桁のウェブの高さ

K_u : 横桁の断面形で定まる定数

m : 横桁の本数

以上により $\tilde{r}_z$ 、 $\tilde{r}_x$ が求まれば MASSONNET の表に於ける α の値は次の関係で直ちに決定される。

$$\alpha = \frac{\tilde{r}_x + \tilde{r}_z}{2\nu \tilde{r}_x \cdot \tilde{r}_z}$$

但し

$$f_x = \frac{E I \omega}{l} \quad , \quad f_z = \frac{E I z}{h_1}$$

D. 数値計算の結果及び実測値との比較

以上に従つて、上松川橋及び戸川橋について数値計算を行い実測値との検証を試みる。戸川橋の場合には β 、 α の算出に当つて斜度の影響はこれを微小として無視した。

上 松 川 橋

$$\begin{aligned} h_1 &= 960 \text{ cm} & t_1 &= 18 \text{ cm} & \lambda &= 160 \text{ cm} \\ h_2 &= 113 \text{ cm} & t_2 &= 16 \text{ cm} \\ h_3 &= 50 \text{ cm} & t_3 &= 34 \text{ cm} \\ n &= 6 \\ c &= 0.9403 & c' &= 1.5929 \\ a &= 0.8939 & k &= 0.0882 \\ b &= 0.9822 & \mu &= 3.2081 \\ C_1 &= 3.3180 \times 10^{13} \text{ E} \\ C_2 &= 4.8881 \times 10^6 \text{ G} \\ V &= 3.9512 \times 10^3 \\ J_z &= 6.6769 \times 10^4 \text{ G} \\ J_x &= 0.2365 \times 10^4 \text{ G} \\ f_z &= 1.4419 \times 10^5 \text{ E} \\ f_x &= 1.8326 \times 10^4 \text{ E} \\ \nu &\doteq 0.20 \\ \alpha &= 0.2924 \quad (\sqrt{\alpha} \doteq 0.54) \\ \alpha' &= 0.03154 \quad (\sqrt{\alpha'} \doteq 0.18) \end{aligned}$$

戸 川 橋

$$\begin{aligned} h_1 &= 665 \text{ cm} & t_1 &= 14.5 \text{ cm} & \lambda &= 133 \text{ cm} \\ h_2 &= 84 \text{ cm} & t_2 &= 14 \text{ cm} \\ h_3 &= 40 \text{ cm} & t_3 &= 21.5 \text{ cm} \\ n &= 5 \\ c &= 0.7313 & c' &= 1.6399 \\ a &= 0.8569 & k &= 0.1490 \\ b &= 1.0059 & \mu &= 2.7521 \\ C_1 &= 4.0395 \times 10^{12} \text{ E} \\ C_2 &= 1.4104 \times 10^6 \text{ G} \\ V &= 2.5666 \times 10^3 \\ J_z &= 2.9348 \times 10^4 \text{ G} \\ J_x &= 0.1351 \times 10^4 \text{ G} \\ f_z &= 5.4197 \times 10^4 \text{ E} \\ f_x &= 1.1017 \times 10^4 \text{ E} \\ \nu &\doteq 0.23 \\ \alpha &= 0.2879 \quad (\sqrt{\alpha} \doteq 0.54) \\ \alpha' &= 0.03216 \quad (\sqrt{\alpha'} \doteq 0.18) \end{aligned}$$

こゝに α は断面の形自体が持つ固有のせん断ねじり剛性のみを考慮した場合の値である。

かくしてそれぞれの載荷状態についてGUYON氏及びMASSONE T氏の表から算出した荷重分布係数は図-7, 8に示すようになる。こゝに荷重分布係数と言うのは、各桁平均のたわみまたは曲げモーメントに対するそれぞれの桁のたわみまたは曲げモーメントの比を意味する。

各載荷状態について $\frac{l}{2}$ 断面におけるたわみ及び応力の実測値と計算値とを比較して示せば、図-9 (a) ~ (d)、10(a) ~ (d) となる。これらの図には α の種々の値に対して計算した値があわせて示してある。

なおコンクリートのヤング係数はこの場合 $E_c = 4.0 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$ とした。

これらの図から分るように、実測値と各計算値との間には大きな差異のあることが分る。

図-7 荷重分布係数(上松川橋)

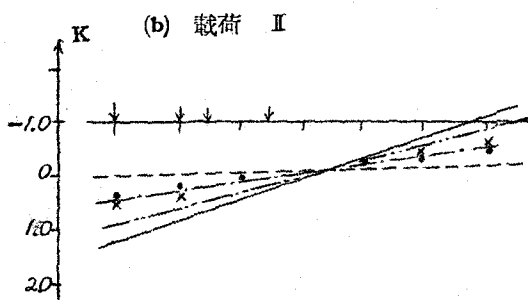
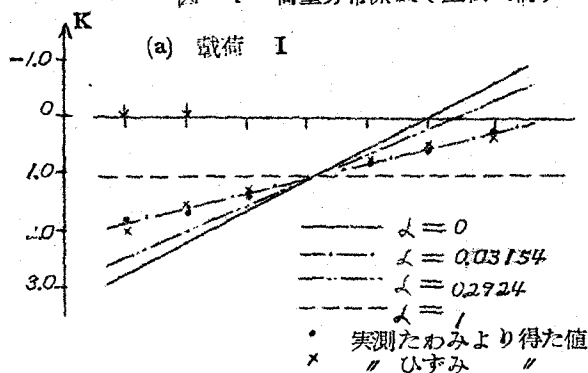
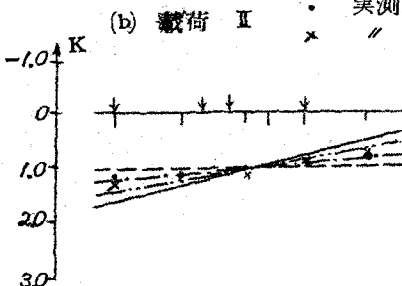
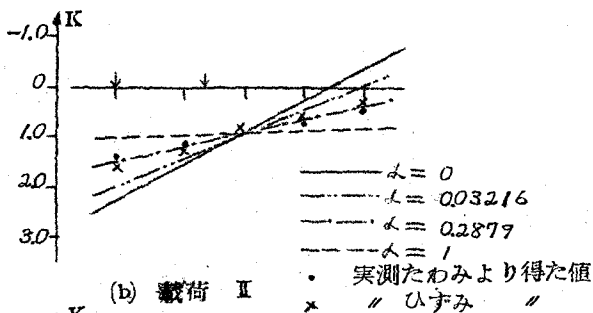
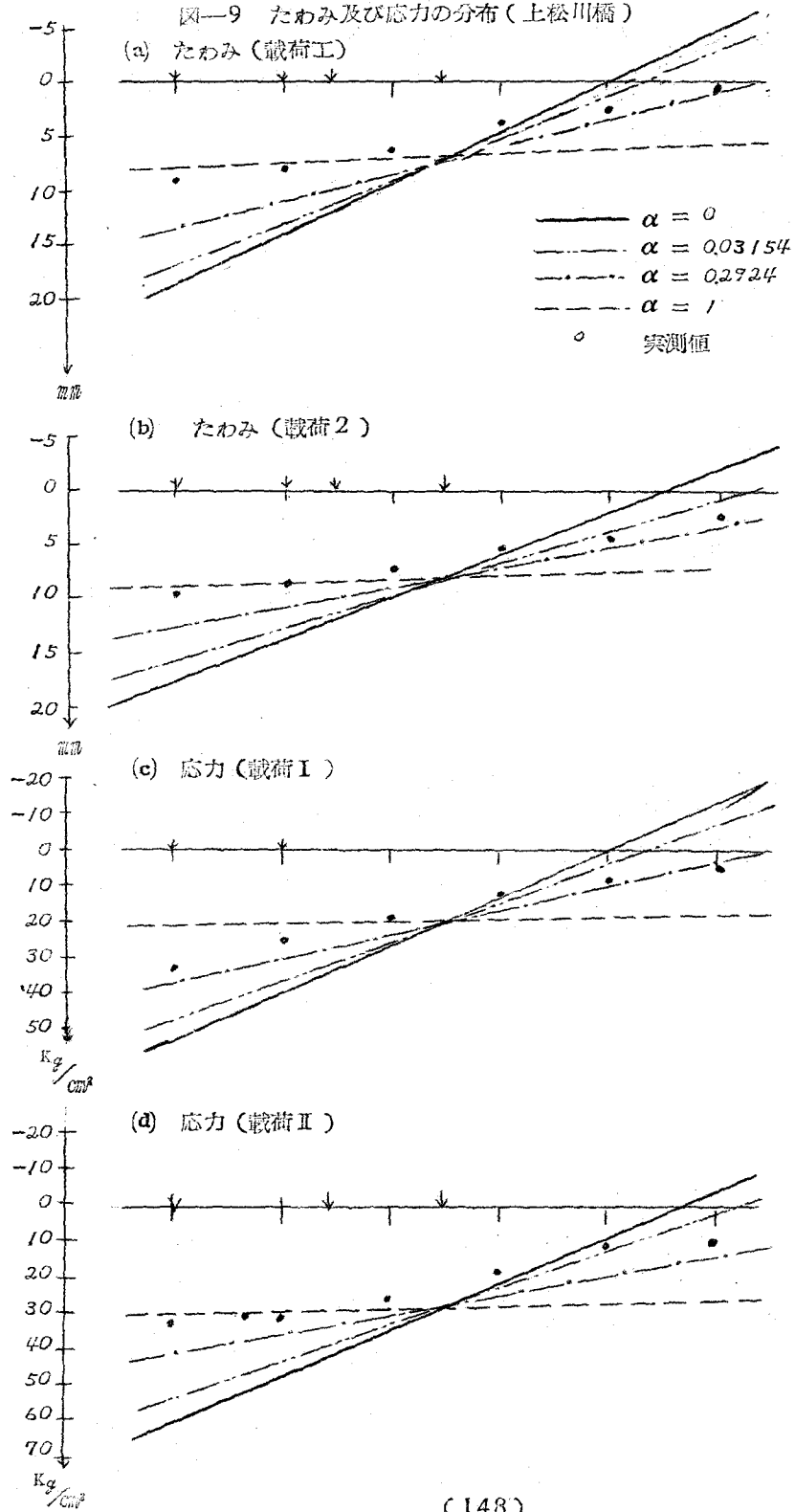


図-8 荷重分布係数(戸川橋)

(a) 載荷 I

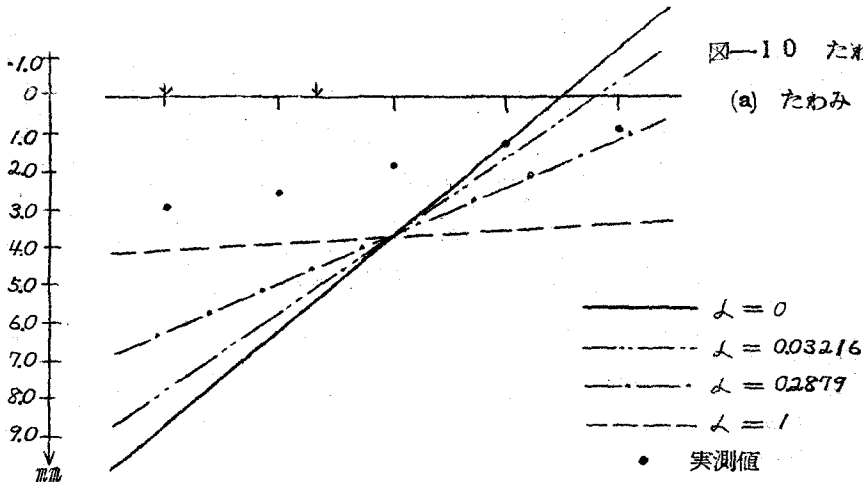


図—9 たわみ及び応力の分布（上松川橋）

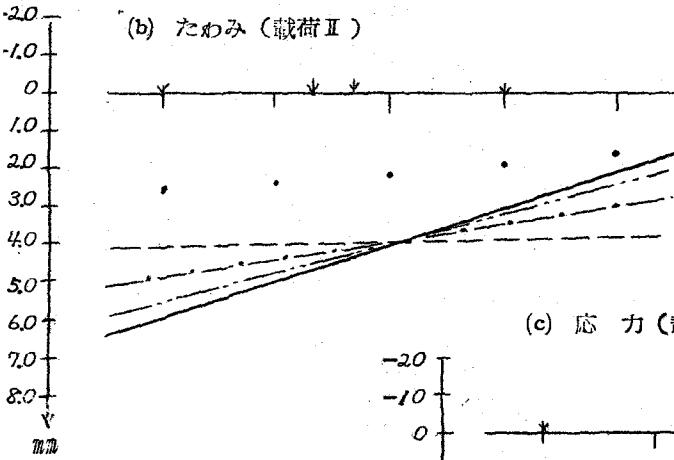


図一10 たわみ及び応力の分布

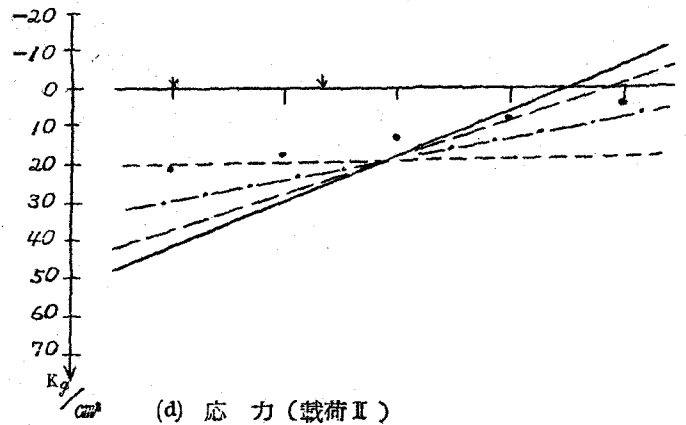
(a) たわみ (載荷 I)



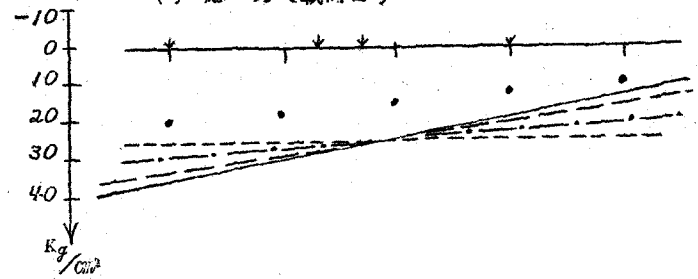
(b) たわみ (載荷 II)



(c) 応力 (載荷 I)



(d) 応力 (載荷 II)



今それぞれの載荷状態について各桁の平均のたわみと応力を算出して、平均の実測値と比較して見ると表-2に示すようになり実測値は計算値より何れも小さい。

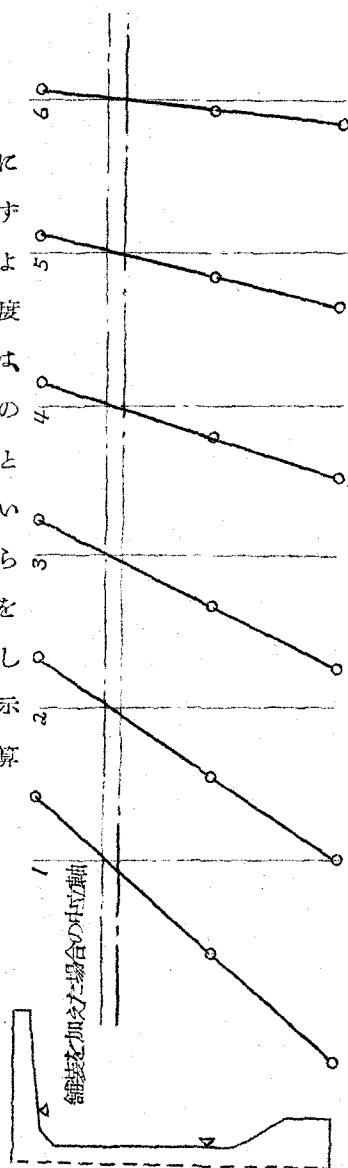
表 - 2 平均のたわみ及び応力

項 目		た わ み (mm)		応 力 (Kg/cm^2)	
区 分	載荷 各値	I	II	I	II
上 松 川 橋	実 測 値	5.3	6.3	16	20
	計 算 値	6.7(79%)	8.1(78%)	19(84%)	26(77%)
	計 算 値*	5.6(95%)	6.7(94%)	16(100%)	22(91%)
戸 川 橋	実 測 値	2.1	1.9	16	13
	計 算 値	40(53%)	3.8(50%)	25(64%)	19(68%)
	計 算 値*	30(70%)	2.9(66%)	21(76%)	16(81%)
	計 算 値**	2.0(105%)	1.9(100%)	19(84%)	14(93%)

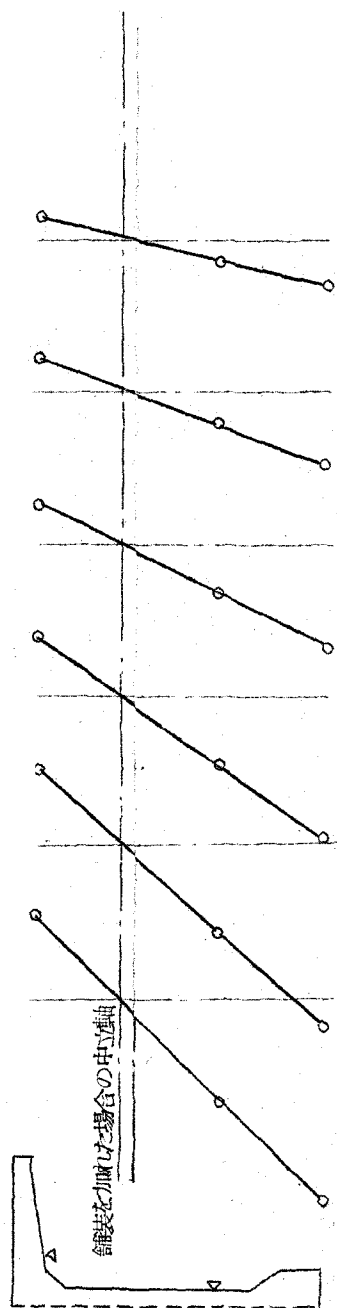
上表中()内の%はそれぞれの計算値に対する実測値の%を示す

図 一 11 断面内のひずみ分布 (上松川橋)

これは図-11に
示した断面内のひず
め分布からも分るよ
うに、この実験程度
の応力の範囲内では、
舗装コンクリートの
部分も断面の一部と
して有効に働いてい
ると考えられるから
舗装コンクリートを
断面に加えて計算し
て見ると表-2に示
すようになり(計算
値)



10 20 30 40 50 60 70 80 90 100



上松川橋の場合には実測値と計算値は殆んど一致する。しかしなお戸川橋の場合には実測値はかなり小さい。これは斜度の影響であると考えられ、図一12に示すような支間を採用して計算してみると、同じく表一2に示すごとくなり(計算値**), 実測値と大体一致する。

3. む す び

従来格子桁などの計算において、計算の簡略化のためねじりの影響を無視する場合が多い。しかしながら実験結果はねじりを無視した計算結果と実際の状態は非常に差異があるということを示している。MASSONET氏の方法により計算を行う場合には、ねじりの影響をあらわす α の値は実際の構造物では 0 ~ 1 の間であり、 α の値により荷重分布の有様は非常に異ってくるので、 α の値を如何にとるかが極めて重要な問題である。橋の断面の形自体が持つ固有のねじり剛性のみを考慮する場合には $\alpha = 0.03154$ (上松川)、 0.03216 (戸川) となり、図一7, 8から分るように荷重分布の有様はねじりを無視した $\alpha = 0$ の場合よりは実測値に近くなるが、なお相当の開きがある。さらにこの断面の形自体の有するねじり剛性の他に断面全体がねじり中心を中心として回転することによって生ずる附加的なトルクに対応したねじり剛性をも考慮に入れて計算すると $\alpha = 0.2924$ (上松川)、 0.2879 (戸川) となり、実測値と極めて良い一致を示し、このような考え方の妥当性を立証している。

図一12 斜橋における有効な支間

