

# 合成单箱桁橋の応力測定結果について

京都大学 工学博士 小 西 一 郎\*  
同 山 田 善 一\*\*  
同 福 本 哲 士\*\*\*

合成箱桁に関する実験的研究は、近年模型桁を使用して、その弹性試験、破壊試験が各方面で行なわれており、その構造力学的性質も実験的に確められつつある。本報告は、京都市にて昭和30年架設せられた。八桁橋における応力測定の結果とその考察についてのべるもので、従来室内実験より精度がかなりおとると考えられていた、野外の実在橋梁<sup>对象</sup>とした実験において、幸い測定条件に恵まれたので、測定応力の範囲は、模型実験の場合よりかなり低いのであるが、室内実験の場合と同程度の精度の測定結果を得ることができた。

## 1. 実験目的

合成箱桁橋の構造力学的性状の適格な把握については未だ不明瞭の点が多く、特に偏心荷重により生ずる箱桁の捩りとともに応力分布の定量的な把握が必要とされている。

従つて本実験では主として

- 1) 対称荷重による箱桁の垂直応力および剪断応力分布
- 2) 偏載荷重による桁の捩りが垂直応力および剪断応力分布におよぼす影響について調べた。

## 2. 八桁橋概要

八桁橋は昭和30年度京都市災害復旧の一部として架設された、スパン3.6m 3.0.0、幅員4m 5.0.0の単純支持活荷重合成溶接单箱桁であり、重量は195tである。断面形状は図-2に示す通りである。

## 3. 測定方法

応力測定に使用した測定器具は Strain Indicator(新興通信)3基、Switch

\* 京都大学教授 工学部土木工学教室兼工学研究所

\*\* 京都大学講師 工学部土木工学教室

\*\*\* 京都大学大学院学生

Box(新興通信)5基、他に撓みおよび振動測定に田辺式振動記録計2台、Askania Hand Vibrograph 1基を用いた。試験荷重は同一型トラック2台を用い、砂利を満載して総重量をそれぞれ13.0tとして使用した。

表-1 トラック載荷位置

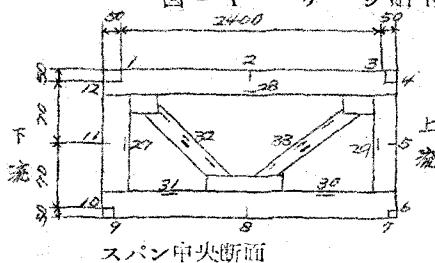
実験番号	載荷状態	載荷位置
1	対称載荷	2台のトラックを横に並べ、その後輪がスパン中央に来るようする
2	偏心載荷	2台のトラックを下流側に傾つて縦倒し、前のトラックの後輪がスパン中央に来るようする。
3	対称載荷	1の荷重列を幅員中央部に移したもの
4	偏心載荷	1の荷重列を橋軸に対称に上流側に偏心せしめたもの
5	対称載荷	2台のトラックを横に並べ、その前輪が支点上から1m離れた断面A-A上に来るようする
6	偏心載荷	2台のトラックを下流側に傾つて縦倒し、前のトラックの前輪が断面A-A上に来るようする
7	対称載荷	6の荷重列を幅員中央部に移したもの
8	偏心載荷	5の荷重列を橋軸に対称に上流側に偏心せしめたもの

トトラック2台をスパン中央部に載せスパン中央断面の歪測定を行い、(実験1~4)、

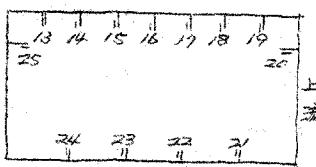
またトトラック2台を桁端部に載せ桁端部の歪測定を行つた。(実験5~8)

表-1にその載荷位置の概略を示す。またゲージ貼付位置およびゲージ番号を図-1に示す。

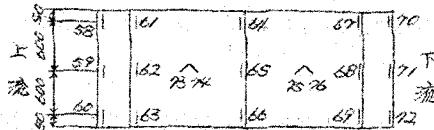
図-1 ゲージ貼付位置およびゲージ番号



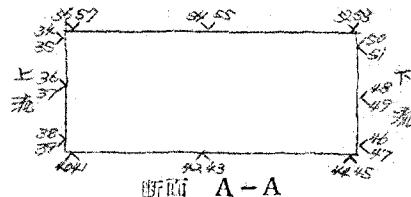
スパン中央断面



スパン中央 水平補剛材



支承部 補剛材



断面 A-A

(支承部より 1m離れた断面)

#### 4. 実測結果

##### I) 主桁の垂直応力 $\sigma_z$

スパン中央断面におけるスパン方向垂直応力  $\sigma_z$  の実測結果をまとめて表-2に示した。

表-2 スパン中央垂直応力  $\sigma_z$  の実測結果

(kg/cm<sup>2</sup>)

ゲージ No.	実験番号			
	13 1	13 2	13 3	13 4
1	- 42.0	- 42.0	- 42.0	- 52.5
2	- 21.0	- 42.0	- 42.0	- 31.5
3	- 52.5	- 52.5	- 42.0	- 42.0
4	- 52.5	- 52.5	- 42.0	- 31.5
5	+105.0	+ 84.0	+ 84.0	+105.0
6	+252.0	+210.0	+210.0	+199.5
7	+262.5	+210.0	+210.0	+220.5
8	+252.0	+210.0	+210.0	+210.0
9	+263.0	+210.0	+231.0	+220.5
10	+252.0	+210.0	+210.0	+199.5
11	+105.0	+ 84.0	+ 84.0	+ 73.5
12	- 31.5	- 21.0	- 42.0	- 52.5

## 2) 桁端の剪断応力

断面A-Aに貼付けた Strain Gage による剪断応力  $\tau_x$  の実測値は表-3のようである。

表-3 断面A-A 剪断応力  $\tau_x$  の実測結果

(Kg/cm<sup>2</sup>)

ゲージ No.	実験番号			
	No. 5	No. 6	No. 7	No. 8
34 35	88.8	45.2	85.8	129.2
36 37	88.8	45.2	76.7	92.9
38 39	68.7	37.5	68.7	113.1
40 41	-	-	-	-
42 43	0	20.2	0	20.2
44 45	60.2	76.7	40.4	16.2
46 47	72.7	105.0	64.6	28.3
48 49	96.9	125.2	84.8	40.4
50 51	88.8	109.0	80.8	36.4
52 53	20.2	24.2	20.2	12.1
54 55	-	-	-	-
56 57	16.2	20.2	20.2	28.3

剪断応力の測定には、近似的に、桁端部では剪断力のみが作用するとみなすと、主応力方向は橋軸と直角の方向にある。従つてゲージ2成分を主応力方向に貼付し、そのときの主歪を  $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_2$  とすると

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{E}{2(1+\nu)} (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (1)$$

から最大剪断応力  $\tau_x$  を求めることができる。

## 3) スパン中央断面補強材および対傾構応力測定結果

図-1に示した貼付位置についての測定結果をまとめると表-4のようである。

表-4 スパン中央対傾構及び補鋼材応力実測結果

(kg/cm<sup>2</sup>)

ゲージ No.	実験番号			
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
13	- 31.5	- 21.0	- 42.0	- 63.0
14	-	-	-	-
15	0	- 10.5	- 10.5	- 31.5
16	0	- 21.0	- 21.0	- 21.0
17	- 220.5	- 241.5	- 291.0	- 262.5
18	- 21.0	- 52.5	- 42.0	0
19	- 31.5	- 63.0	- 42.0	-
20	0	+ 10.5	+ 21.0	0
21	+ 273.0	+ 210.0	+ 231.0	+ 241.5
22	+ 283.5	+ 252.0	+ 241.5	+ 252.0
23	+ 252.0	+ 231.0	+ 220.5	+ 220.5
24	+ 273.0	+ 252.0	+ 241.5	+ 231.0
25	0	- 21.0	- 10.5	0
27	- 42.0	+ 21.0	- 73.5	- 63.0
28	+ 42.0	+ 31.5	+ 31.5	+ 31.5
29	- 31.5	- 73.5	- 63.0	+ 21.0
30	- 42.0	+ 10.5	- 21.0	+ 84.0
31	- 31.5	- 84.0	- 21.0	+ 21.0
32	- 21.0	- 178.5	- 10.5	+ 168.0
33	0	+ 168.0	0	- 189.0

## 4) 柄端支承部補鋼材応力測定結果

図-1に示した貼付位置についての測定結果をまとめると表-5のようである。

表-5 支承部補鋼材応力測定結果

(kg/cm<sup>2</sup>)

ゲージ No.	実験番号			
	No. 5	No. 6	No. 7	No. 8
5 8	0	0	0	- 21.0
5 9	-	-	-	-
6 0	- 189.0	- 21.0	- 147.0	- 336.0
6 1	-	-	-	-
6 2	- 63.0	- 21.0	- 63.0	- 115.5
6 3	- 42.0	- 10.5	- 42.0	- 115.5
6 4	- 42.0	- 31.5	- 21.0	- 42.0
6 5	0	0	0	0
6 6	0	- 10.5	+ 10.5	- 10.5
6 7	- 84.0	- 105.0	- 8.4	- 42.0
6 8	- 273.0	- 105.0	- 94.5	- 73.5
6 9	- 63.0	- 115.5	- 63.0	+ 21.0
7 0	- 31.5	- 21.0	- 110.5	- 10.5
7 1	- 52.5	- 84.0	- 42.0	0
7 2	- 168.0	- 276.0	- 147.0	- 10.5
73 74	0	+ 20.2	+ 8.1	+ 32.3
75 76	-	-	-	-

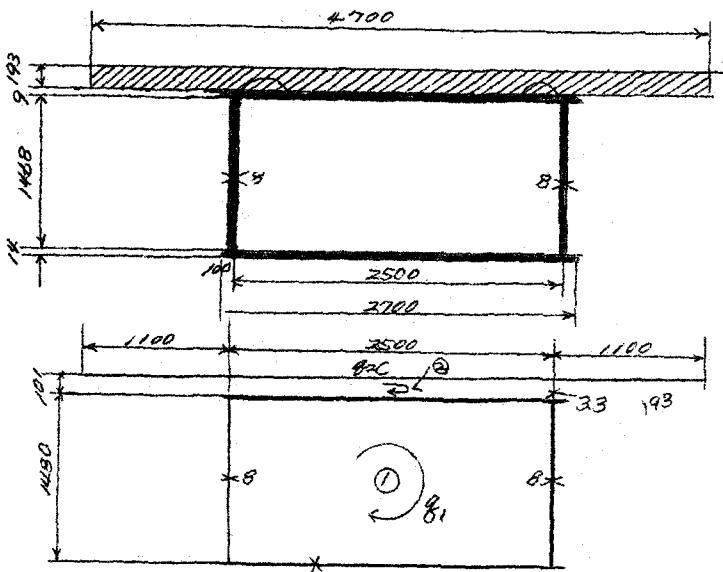
## 5. 主桁応力の理論計算結果

理論計算法は土木学会論文集第25号小西他2名著『合成箱桁橋の応力解析と設計計算法』に準拠した。

計算に採用した基本断面として図-2に示した断面を用い、全スパンにわたつて断面一定であると仮定する。

なお計算は  $\gamma_c = 6$  で進めた。

図-2 基本断面



1) 単純挿り

$$\tilde{g}_1 = \frac{g_1}{\frac{d\theta}{dx} \cdot G_s} \quad (2)$$

ここに、 $g_1$  は単純挿りにより生ずる①部分の挿り剪断流、 $G_s$  は鋼の剪断弾性係数である。式(2)により挿り函数  $\tilde{g}_1$  を定義すると

$$\tilde{g}_1 = 2 \cdot \frac{C_{22}F_1 + C_{12}F_2}{C_{11}C_{22} - C_{12}^2} \quad (3)$$

ここに、 $C_{11}$ 、 $C_{12}$ 、 $C_{22}$ 、 $F_1$ 、および $F_2$  は断面形状により求められる常数である。従つて

$$\tilde{g}_1 = 117.46 \text{ cm}^2$$

同様に  $\tilde{g}_2 = 83.23 \text{ cm}^2$

挿り剛性  $K$  は

$$K = 4 \cdot \frac{C_{22}F_1^2 + 2C_{12}F_1 F_2 + C_{11}F_2^2}{C_{11}C_{22} - C_{12}^2} G_s + \sum \frac{1}{3} G_b t^3 \quad (4)$$

2) 剪断中心

$$= 2.22808 \times 10^{12} \text{ kg} - \text{cm}^2$$

$$h = \frac{Mt}{H} = \frac{\int \rho \theta h r_c ds}{H} \quad (5)$$

から剪断中心が求まる。ここに  $\delta_b$  は剪断中心 S に作用する水平剪断力  $H$  による単純曲げによる剪断流、  $\gamma_c$  は点 C (床板中心) より  $\delta_b$  に下した垂線の長さである。

式(5)から  $\delta_b$  を求めると

$$\delta_b = 21.57 \text{ cm}$$

すなわち、剪断中心は床板中心より下方 21.57 cm にある

### 3) 曲げによる剪断流

対称断面のため

$$\delta_b = \frac{\theta}{I} \int_0^s \frac{yt}{n} ds \quad (6)$$

ここに、  $\theta$  は断面に作用する剪断力、  $I$  は合成箱桁の鋼に換算した断面 2 次モーメント、  $\int \frac{yt}{n} ds$  は荷重断面壁部分 O ~ S の断面重心 O を通る水平軸 Z に関する鋼に換算した断面一次モーメント、 上式より  $\theta$  がわかれば対称曲げにともなう断面の剪断流、 従つて、 剪断応力  $\tau = \delta_b / t$  が求まる。

### 4) 曲げ振り

$$W_s = \frac{w_s}{\frac{d\theta}{dx}}$$

なるそり函数を定義すると、ここに  $w_s$  は断面に生ずるそり (Warping) である。

またそり函数  $W_s$  は

$$W_s = - \int_0^s \gamma_s ds + \int_0^s \tilde{\delta}^{ns} ds \quad (7)$$

で表わされる。ここに、  $\gamma_s$  は振り中心

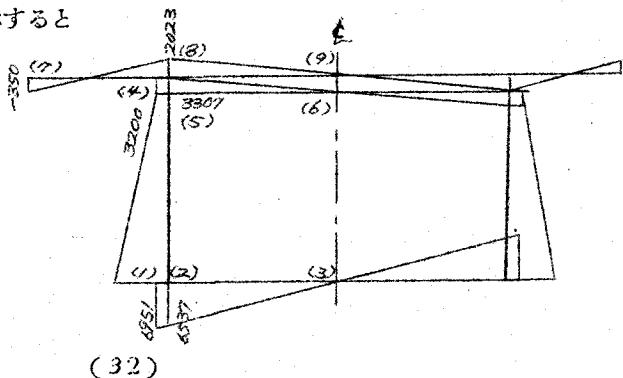
図-3 そり函数  $W_s$

から薄内断面中心に下した垂線の長さ、

$\tilde{\delta}$  は振り函数である。式(7)から、そり

函数  $W_s$  を求め、その結果を図示すると

図-3 のようになる。



曲げ換り剛性  $E_s C_w$  はそり函数  $W_s$  を用いて

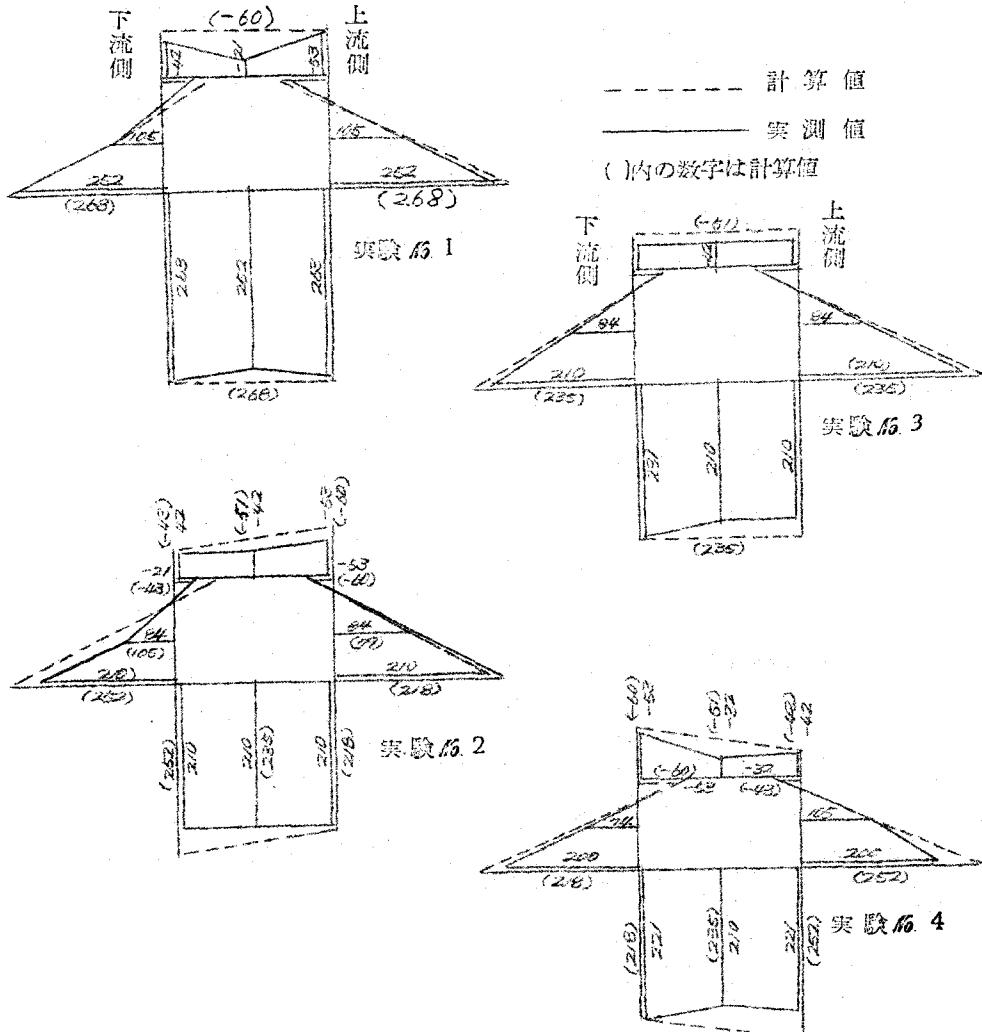
$$C_w = \int_F \frac{W_s^2 t}{n} ds \quad (8)$$

$$= 15.1843 \times 10^9 \text{ cm}^6$$

5) 曲げによる応力  $\sigma_b$   $\tau_b$

$$\sigma_b = \frac{M}{I_y} y, \quad \tau_b = \frac{\theta_b}{t} \quad (9)$$

図 - 4 主桁スパン中央垂直応力  $\sigma_z$  ( $\text{kg/cm}^2$ )



式(9)から偏心の影響のない実験 No.1, No.3, No.5, および No.8. について求めた結果を図-4に示し、実測値と対比した。

6) 摆りによる応力  $\sigma_s$ ,  $\sigma_w$  および  $\sigma_{sw}$

$$\sigma_s = \frac{f_s s}{t} = \frac{\beta_s g_s \frac{d\theta}{dx}}{t} \quad (10)$$

$$\sigma_w = -\frac{E_s \frac{d^2 \theta}{dx^2}}{t} \left[ \int_0^s \frac{W_s t}{n} ds + S_w \right] \quad (11)$$

$$\sigma_{sw} = E_s \frac{W_s}{n} - \frac{d^2 \theta}{dx^2} \quad (12)$$

により各応力が求められる。ここに、 $\frac{d\theta}{dx}$ ,  $\frac{d^2 \theta}{dx^2}$ ,  $\frac{d^3 \theta}{dx^3}$  は集中荷重の場合

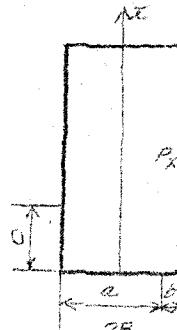
$$\theta(x) = \frac{-\eta \sinh \alpha (l-x)}{\alpha^3 \sinh \alpha l} \sinh \alpha l + \frac{\eta (l-x)}{\alpha^2 n} x + \frac{\eta}{\alpha} (\sinh \alpha (x-l) - \alpha (x-l)) U(x-l) \quad (13)$$

から求まる。ここに

図 - 5

$$\alpha = \sqrt{\frac{K}{E_s C_w}} = 1.506 \times 10^{-12} \text{ cm}^{-1}$$

$$\gamma = P(B-a) / E_s C_w \quad (\text{図-5参照})$$



式(10)～(13) から揃りによる応力を各実験番号について求めると以下のようになる。

実験 No.2

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = 24.5232 \times 10^{-10}$$

図 - 5

$$\begin{aligned} \therefore \sigma_{wmax} (\text{下部力バーのレート端}) &= E_s \frac{W_s}{n} \cdot \frac{d^2 \theta}{dx^2} \\ &= 16.8 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

断面各部の  $\sigma_w$  を求め、 $\sigma = \sigma_b + \sigma_w$  から、計算による垂直応力  $\sigma$  が求まる。これを

まとめると表-6のようになる。

表 - 6

(単位  $\text{kg/cm}^2$ )

断面各部	$W_s$	$\theta_w$	$\theta_b$	$\theta = \theta_b + \theta_w$	
				下流	上流
2	6,537	±16.8	234.7	+251.5	+217.9
3	0	0	234.7	+234.7	+234.7
5	3,307	±8.5	-51.2	-42.7	-59.7
6	0	0	-51.2	-51.2	-51.2
ウエブ中央	4,922	±12.7	91.8	+104.5	+79.1

### 実験 No.4

実験 No.2 の載荷位置を橋軸に対称に載荷したものであるため、 $\theta_w$  の分布が逆になる。

すなわち表-6の下流、上流がそれぞれ上流、下流となる。

### 実験 No.6

桁端から 1 m 離れた断面での  $\frac{d\theta}{dx}$  は計算によると

$$\frac{d\theta}{dx} = 2.7360 \times 10^{-7}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{Z}_s = \bar{\mathcal{Z}}_s G_s \frac{d\theta}{dx} &= 117.46 \times 7.88 \times 10^5 \times 2.7360 \times 10^{-7} \\ &= 25.32 \text{ kg/cm}\end{aligned}$$

$$\mathcal{Z}_{s1} = \bar{\mathcal{Z}}_{s1} / t = 25.32 / 0.8 = 31.65 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{同様に } \mathcal{Z}_{s2} = \bar{\mathcal{Z}}_{s2} / t = 17.94 / 0.8 = 22.43 \text{ kg/cm}^2$$

### 実験 No.8

$$\frac{d\theta}{dx} = 2.9594 \times 10^{-7}$$

実験 No.6 と同様にして

$$\mathcal{Z}_{s1} = 27.39 \text{ kg/cm}$$

$$\mathcal{Z}_{s1} = 34.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mathcal{Z}_{s2} = 19.41 \text{ kg/cm}$$

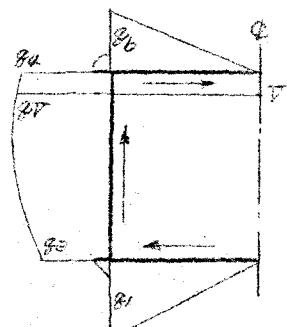
$$\mathcal{Z}_{s2} = 24.26 \text{ kg/cm}^2$$

から求める。 $\tau_w$  は微小量のため無視する。これらを表にまとめると表-7のようになる

表 - 7

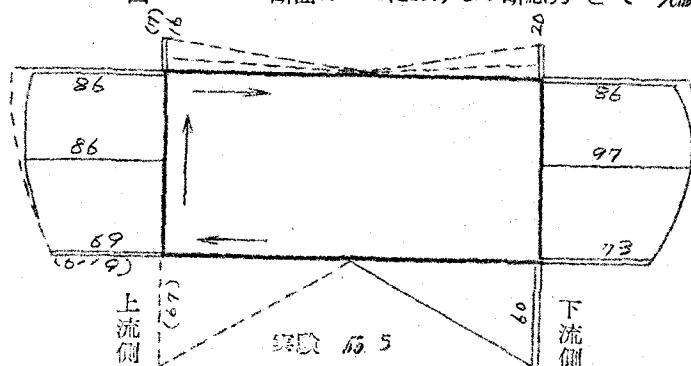
(単位  $\text{kg/cm}^2$ )

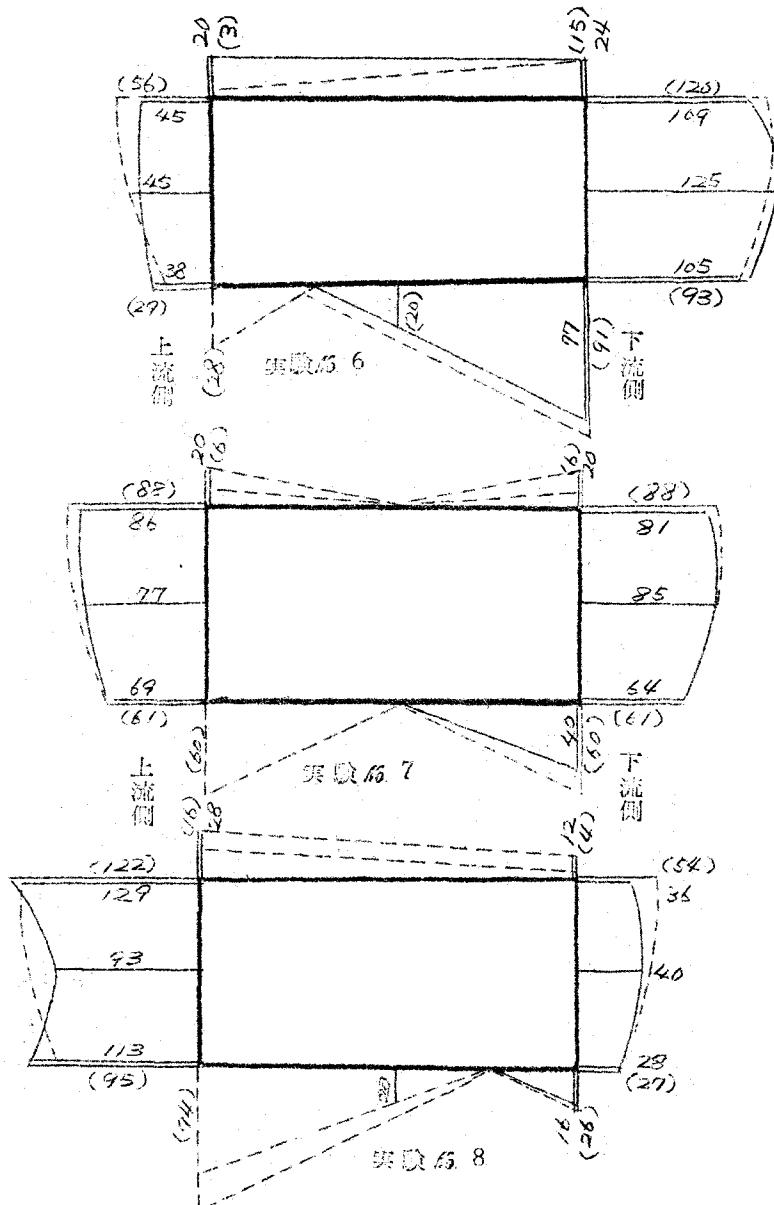
実験	$\tau_b$	$\tau_c$	$\tau = \tau_b + \tau_c$	
			上流	下流
16.	81	59.71 ± 31.65	28.1	91.4
	83	60.89 ± 31.65	29.2	92.5
	8V	89.08 ± 31.65	57.4	120.7
	84	88.09 ± 31.65	56.4	119.7
	86	6.02 ± 9.22	- 3.2	15.2
16.	81	59.71 ± 34.23	93.9	25.5
	83	60.89 ± 34.23	95.1	26.7
	8V	89.08 ± 34.23	123.3	54.9
	84	88.09 ± 34.23	122.3	53.9
	86	6.02 ± 10.00	16.0	4.0



以上、今迄に求めた計算による  $\tau_b$  および  $\tau_c$  を図示し、実測による  $\tau_b$  および  $\tau_c$  と比較してみると図-4および図-6のようになる。

図-6 断面A-Aにおける剪断応力  $\tau$  ( $\text{kg/cm}^2$ )





## 6 実測結果の考察

### 1) 主桁垂直応力

a) スパン中央断面における垂直応力  $\sigma$  は  $n = 6$  に対して応力比はそれぞれ

上部カバープレート	88%
下部カバープレート	9.3%

となり、 $n=10$  に対しての応力比は70%程度である。

実験No.1でスパン中央断面に生ずる応力は

実測値	活荷重応力	死荷重応力
	$\sigma_{ct} = -52.5 - 99.4 = -104.7 \text{ kg/cm}^2$	
	$\sigma_{st} = +26.3 + 81.5 = +107.8 \text{ kg/cm}^2$	
計算値	$\sigma_{ct} = -59.6 - 99.4 = -105.4 \text{ kg/cm}^2$	
	$\sigma_{st} = +26.83 + 81.5 = +108.3 \text{ kg/cm}^2$	
設計荷重		$= -115.1 \text{ kg/cm}^2$
	$\sigma_{ct}$	
	$\sigma_{st}$	$= +126.3 \text{ kg/cm}^2$

となり、ほど設計荷重応力に近いものである。従つて、この種合成箱桁では $n=6$ として充分である。

b) 実験No.2およびNo.4の偏載荷重では計算値によれば曲げ捩りによる応力 $\sigma_w$ は

下部カバープレートで  $\sigma_w$  の 7.2%

上部カバープレートで  $\sigma_w$  の 16.6%

を生じている。これに対し、実験値では下部カバープレートでは $\sigma_w$  に影響はほとんど生じないが、上部カバープレートでは曲げ捩りの影響が20%程度生じていると思はれる。  
腹板でも曲げ捩りの影響が認められ、計算による傾向とよく一致している。

c) 実験値によれば、応力の大きい下部カバープレートにて、捩りの影響は全然ないことがわかる。本橋では幅員4m500なるため、荷重の偏心量が小さく、またスパン中央での断面は計算に用いた断面より大きく、従つて捩り剛性も大きくなる。このため結果的に設計計算には捩りによる応力 $\sigma_w$ を考慮する必要がない。

2) 主桁剪断応力  $\tau_s$

a) 対称載荷の実験No.5、No.7では図-6のように全く一致しており、良好な実験値が得られた。

b) 偏載荷重の実験No.6、No.8では計算によれば、捩りによる剪断応力 $\tau_s$ は  $32 \text{ kg/cm}^2$  および  $34 \text{ kg/cm}^2$  生じ、中立軸上では、曲げによる剪断応力 $\tau_b$ の36%となっている。

腹板上では $\tau_s$ は $\tau_b$ の36~52%となり、捩りによる剪断応力 $\tau_s$ の影響はかなり大き

く現われている。

c) 実験No.6およびNo.8の実測値によれば、捩りによる剪断応力は曲げによる剪断応力の約50%生じている。計算値よりも捩りの影響が大きいのは、測定断面の捩り剛性が計算断面のそれより小さいためであると思はれる。

d) 曲げ捩りによる剪断応力  $\tau_{\text{fl}}$  は全んどないと思はれるのでこの計算は省略した。

## 7. 結論

以上、八桁橋の応力測定について述べ、それらの実測値について考察を行なつたのであるが、ここにその結論のおもなものをあげると

- 1) この程度の断面では、荷重に対して全断面が主桁として有効に作用している。
- 2) 測定した荷重の範囲内では、活荷重合成が有効に行なわれ、測定結果からみて  $n = 6$  が適当である。
- 3) この程度のスパンおよび断面では、曲げ捩りの影響を特に考慮する必要はない。
- 4) 剪断応力の測定結果をみると、支承附近では単純捩りによる影響が顕著に認められる。従つて、剪断応力の算定には捩りおも考慮に入れた前掲の諸式を用いねばならない。
- 5) 実測結果は一般に良好に現われ、またこの計算に用いた理論式の合理性が実証された。

なお、撓み、および振動測定も行つたがここでは省略した。

これらの測定から、鋼重の軽減化を促進した箱桁橋の特性が遺憾なく発揮されていることが明らかとなつた。

終りに、本実験に際し、種々の御便宜を与えていただいた京都市災害復旧事務所に深く感謝の意を表する次第である。