

新喜多大橋（大阪市）の床板・鋼桁の温度の 測定並びにこれによる床板の熱応力の推定

京 都 大 学 成 岡 昌 夫

京 都 大 学 平 井 一 男

新三菱重工業 山 口 富 夫
神戸造船所

1. は し が き

大阪市新喜多大橋の架換工事において、床板コンクリート打設時において、熱電対式の温度計を床板に埋込み、なお鋼桁にも同様の温度計を溶接して、コンクリート凝固時および外気温度による床板および鋼桁の温度分布を実測した。従来、橋梁の設計においては、床板表面を高温に、鋼桁下面を低温にして、その間は直線的に変化すると考え、熱応力は無視されていたようである。この点にかんがみ、床板および鋼桁における温度分布を検討し、なお、温度分布を一次元の熱伝導問題として取り扱い、温度変化の理論的解析を行い、さらに床板の熱応力について若干の計算を行つたので、これらについて報告したい。

2. 温度計の取付

温度計は直径12mmの保護管にφ1のアルメルクロメル線を挿入したものである。床板の測定箇所は図-1の3個所で、おのおのの箇所において、コンクリート表面より10mmの深さの点の3点を測定するようにした。

鋼桁では、床板の測定箇所の直下の上下両フランジの下面であつて、桁断面の温度分布が求められるようにした。

3. 外気温度による床板・鋼桁の温度変化の測定

コンクリート凝固時における温度変化の測定結果は省略する。外気温度の変化に伴う床板および鋼桁の温度変化は、コンクリート打設の翌日すなわち昭和30年6月7日および載荷実験当日すなわち

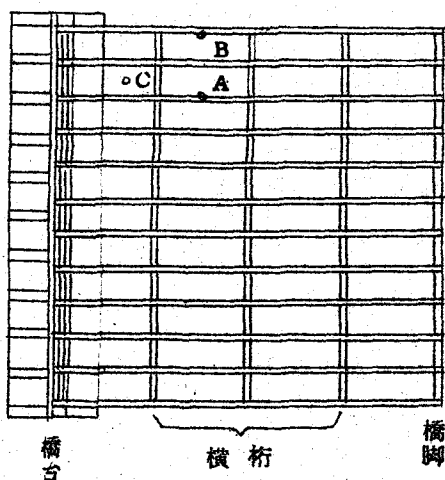


図-1 熱電対温度計の埋込位置

7月1日、2日の3回にわたって行つた。特に7月1、2日の両日における測定は、約10時間にわたり、10～20分ごとに行つた。なお、この場合には、橋の上下における外気温度のほかに、アスファルト表面の温度も同時に測定した。この実測値の一例を、図-2に示す。(アスファルトの温度は省略してある)

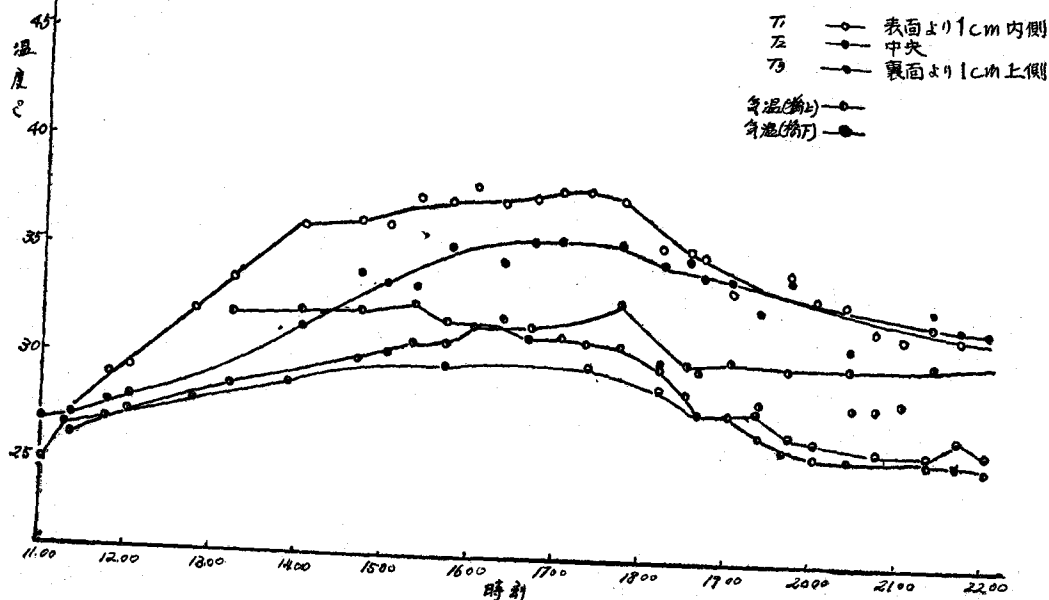


図-2 測点Aにおける時刻-温度曲線

日照時には、外気温度が、橋上で最高34℃、橋下で30℃であるのに対し、アスファルトの最高温度は50℃に達している。これに対し、コンクリートの温度は、約2時間程度のおくれをもつて最高温度に達し、上表面附近で最高42℃、下面では33℃で、その差は約9℃である。鋼桁では、上下フランジの温度差は約3℃で、ほとんど同一である。

なお、各時刻における橋桁断面の温度分布を、図-3に示す。この図よりわかるように、鋪装面より床板下面に至るまで直線的な温度分布をすることはない。従つてここに熱応力が問題となるのである。

さらに、コンクリートの厚さ方向の温度勾配が、アスファルト表面が冷却過程に入つてしばらく経過した後には最大となるのは、興味あることである。

4. 実測値と解析値の比較

熱伝導の問題は、これを直接解くかわりに、電気的相似法によつて解くことができる。こ

の解法の理論を附録に示す。

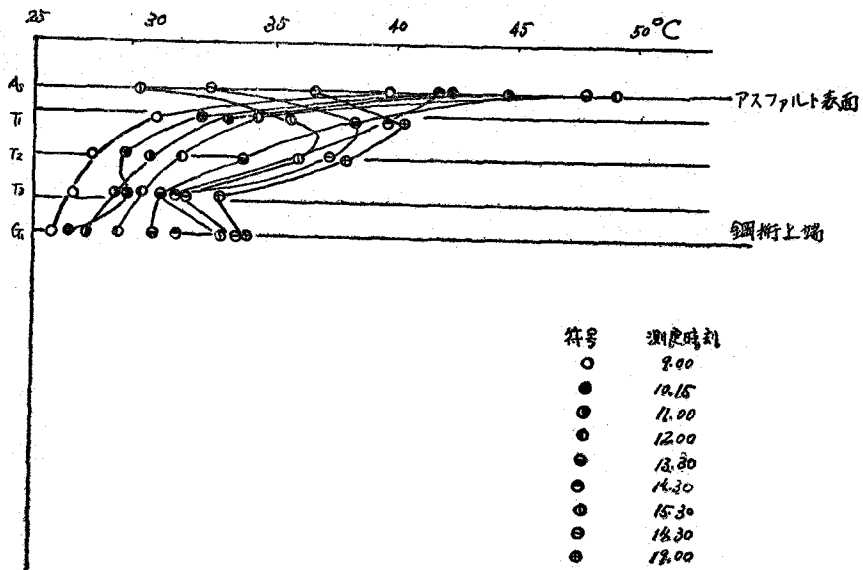


図-3 測点Aの各時刻における温度分布

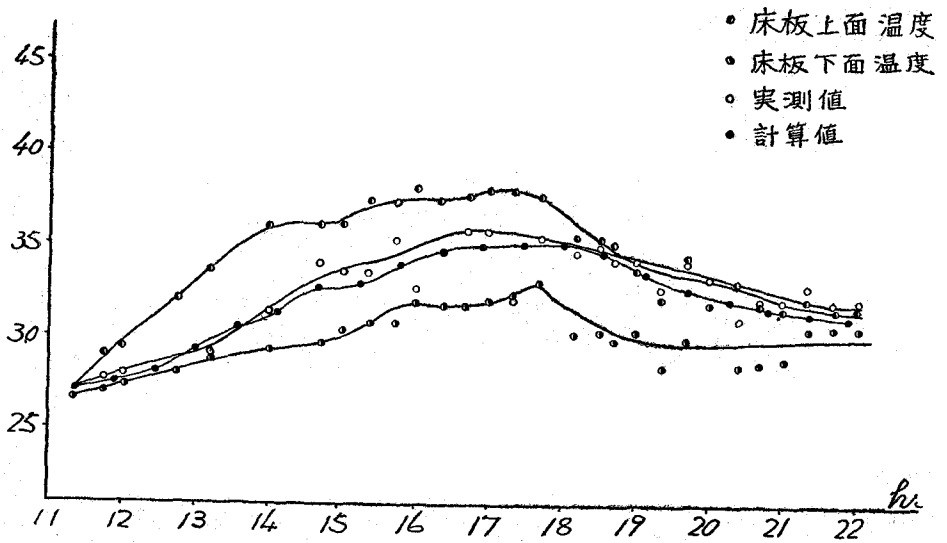


図-4 床板中央部の温度の理論値と実測値の比較

測点 A における床板表面と床板下面の温度変化を与えて、床板中央における温度変化を附録に示す方法によつて求めると、図-4 のようである。床板中央における温度の理論値と実測値とは、まず一致しているものとみなしてよからう。

すなわち、理論的計算値がほぼ実際の床板の温度変化を示すことが明らかにされたわけである。従つて一日を通じてのアスファルト表面の温度を与えて、床板各部の温度を求めることができる。計

算を簡単にするために、アスファルト表面の温度変化を sine curve で与えると、計算結果は、図-5 のようになる。この計算では、アスファルト表面の温度

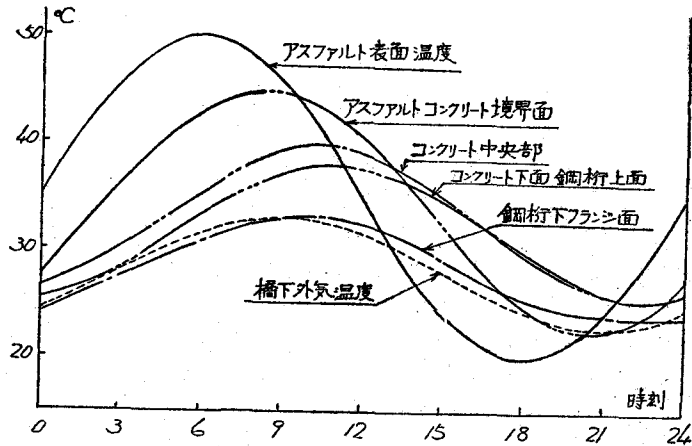


図-5

を一日を周期とする正弦波とみなしたので、実際の温度変化とは異なるが、温度変化の傾向は実測結果とほぼ一致する。

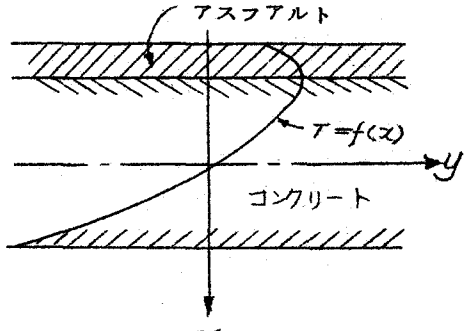
5. 温度分布による床板の熱応力

床板の温度勾配がない場合あるいは直線勾配の場合には、熱応力が存在しないが、そうでない場合には、熱応力を求めなければならない。

床板コンクリートの中心面に原点をとり、図のように温度勾配を $T=f(x)$

で表わせば

$$\sigma_y = \sigma_x = -\frac{\alpha E T}{1-\nu} + \frac{1}{2C(1-\nu)} \int_{-C}^C \alpha E T dx + \frac{3Z}{2C^3(1-\nu)} \int_{-C}^C \alpha E T x dx$$



から、熱応力が求められる。

上記の計算では、 $T=f(x)$ の形を与えなければならない。理論値を用いると、計算が著しく複雑となるので、実測結果を簡単な近似式で表わすことにする。7月2日15時30分ごろの、床板の温度勾配が最も激しい時のデータを用いると、この時の温度勾配は、近似的に次のように表わされる。

$$T = 2.7 \left\{ 1 - (x - 9)^2 / 81 \right\} + 37.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

これを上式に代入して計算をすると

$$\sigma_y = \sigma_z = - \frac{E\alpha}{1-\nu} \left\{ 2.7 \left[1 - \frac{(x-9)^2}{81} \right] - 0.9 + 0.667x \right\}$$

E, ν は温度に無関係の常数として、 $E = 0.3 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\nu = 1/6 = 0.167$ 、 $C = 9 \text{ cm}$ 、 $\alpha = 1.4 \times 10^{-6}$ とすれば、15時30分における応力分布は、図-6のようになる。

コンクリート表面の最大応力は 1.4 kg/cm^2 であつて、この新嘉多大橋の設計に用いている鎗装死荷重応力(最大 -5 kg/cm^2)、活荷重応力(-34 kg/cm^2)、収縮応力(最大 -10 kg/cm^2)にくらべて、決して無視できない応力値である。

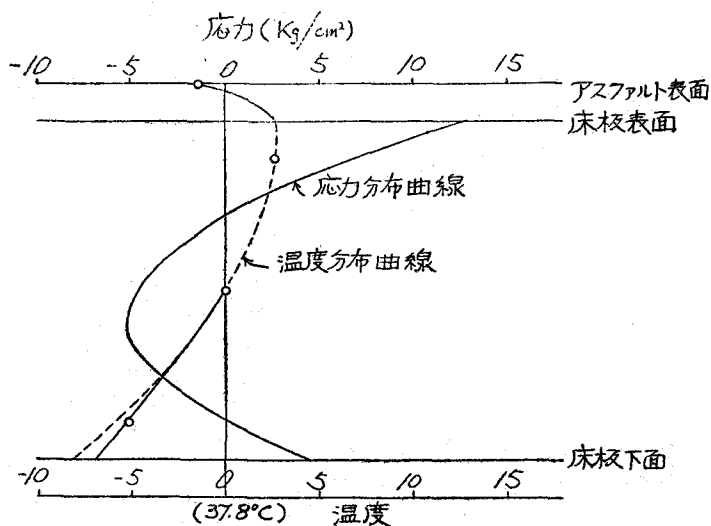


図-6 コンクリート床板の温度分布による熱応力

6. 床板・鋼桁の温度差にもとづく合成桁の応力

上記の温度勾配の式を用いて、床板の平均温度を求めると、 $T_c = 36.9^\circ\text{C}$ となる。また

鋼桁には温度勾配がないものとする。従つて $\Delta T = 36.9 - 33$ (33° については本文中にふれていない。)である。この温度差にもとづく応力を本橋の場合に適用すると

コンクリート表(裏)面で $\sigma_s = -3.1$ (-0.1) kg/cm^2 鋼桁の上(下)縁で $\sigma_s = -14.5$ (62.9) kg/cm^2 である。いずれにしても極めてわずかである。

7. む す び

以上新喜多大橋の床板・鋼桁の温度分布の測定結果ならびにその理論的解析、温度勾配にもとづく床板の熱応力ならびに床板と鋼桁との温度差にもとづく拘束応力などについて述べた。実測結果のみから論ずると、床板の熱応力 — 外気および太陽の副射熱などによる温度変化にもとづく — の方がむしろ考慮さるべきであると思われる。しかし、上記の計算では $\Delta T = 3.9^\circ$ としたのであるが、規定のように 15° をとる場合に対して床板の温度勾配がどのようになるかを研究すべきであらう。今後の実測的研究にまきたい。

附 録

熱伝導の等価回路による解析

a) 一般的考案一次元の熱伝導の問題を取り扱うにあたり、熱伝導の基礎偏微分方程式

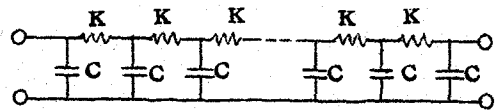
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = K \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

を直接解くかわりに、等価電気回路を考え、これを解くことにより、熱伝導の問題の解析を試みる。

一般に、熱伝導体は、熱抵抗と熱容量の二つの成分より成りたち、両者により熱伝導が行われる。そうして、熱伝導体では、熱抵抗 K と熱容量 C が、図-7 に示すような分布をしているものと考えることができる。

図-7

また、電気系と熱伝導系との対応性を考えるときは、表に示すような対応が考えられる。



従つて、図-7 に示す熱伝導体のモデルは図-8 に示すような、電気抵抗 R 、キャパシタンス C の梯子型分布に等価的に置きかえることができる。

図-8

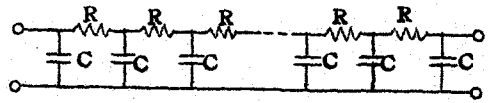


表 電気系と熱伝導系との対応

電気系	電 次	電 荷	電 流	電 気 抵 抗	キャパシタンス
熱伝導系	温 度	熱 量	熱の流れ	熱伝導度の逆数	熱 容 量

図-8 の回路網で、電圧を V 、抵抗を R 、Capacitance を C 、電流を S とすれば

$$RS = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad -\frac{\partial S}{\partial x} = C \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)$$

であるから、 $K = RC$ とすれば

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = K \frac{\partial V}{\partial t}$$

となり、熱伝導の場合と同じ微分方程式が得られる。従つて、図-8 のような電気回路網が妥当であることがわかる。従つて、任意の点の温度は、電気回路網の対応する点の電圧

を求めるということになる。

次に熱伝導の基礎回路網と考えられる二つの場合について考えよう。

- b) 有限長 ℓ の棒の一端の温度 $\varphi_1(t)$ がわかつていて、他の一端が熱伝導の全く行われない物体に結合されている場合（棒の表面より熱の放散はないものとする）

この場合の相似回路は、図-9 のようである。ただし、物体全体の熱抵抗を R_f 、熱容量を C_f とし、これを m 等分

し、図-9 の R_f, C_f は、次の関係にあるものとする。

$$mR = R_f, \quad mC = C_f$$

従つて、任意の点 A の温度を求める問題は、端子 a、a

に $\varphi_1(t)$ の電圧がかかった場合の A の電圧を求める問題に帰着せしめることができる。

いま、便宜上、R の impedance を Z_0 、C の admittance を Y_0 として取り扱う場合には、図-9 の回路網は、図10 のようになる。

- i) 合成 impedance

まず最初に、図-10 のように直列 impedance

Z_0 と並列 admittance

Y_0 が梯子型にならんだ回路

の端子 a、a からみた合

成 impedance Z を求めると、次のような連分数で表わされる。

$$Z = Z_0 + \frac{1}{Y_0 + \frac{1}{Z_0 + \frac{1}{Y_0 + \frac{1}{Z_0 + \frac{1}{Y_0 + \dots}}}}}$$

上式の両辺に $\sqrt{Y_0 / Z_0}$ を乗じて

図-9

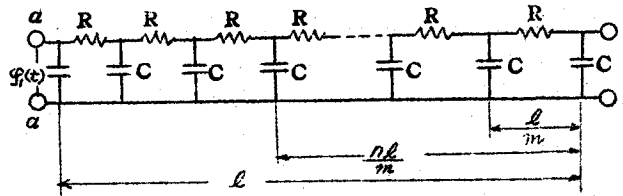
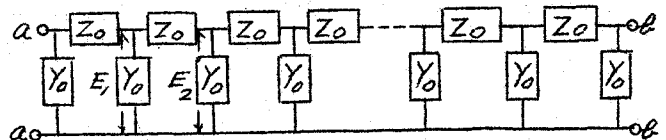


図-10



$$\sqrt{\frac{Y_0}{Z_0}} Z = \sqrt{Z_0 Y_0} + \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \dots}}}$$

いま、 $Y = 1/Z$ とすれば

$$\sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} Y = \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \dots}}}$$

さて、図-10のように、 Z_0 と Y_0 の数が等しい場合には、要素の数は偶数となるから、これを $2m$ とおき、式(1)を $(\sqrt{Z_0/Y_0} \cdot Y)_{2m}$ で表わすことにする。

式(1)を

$$(\sqrt{Z_0/Y_0} \cdot Y)_{2m} = \sinh 2m\theta / \cosh (2m+1)\theta$$

$$\sinh \theta = \sqrt{Z_0 Y_0} / 2$$

とおけば、この仮定の妥当であることは、帰納法によつて証明される。

従つて、 Z_0 と Y_0 とが同数で m 個ずつある場合の合成 admittance $(Y)_{2m}$ 、合成 impedance $(Z)_{2m}$ は、次式で示される。

$$(Y)_{2m} = \sqrt{\frac{Y_0}{Z_0}} \cdot \frac{\sinh 2m\theta}{\cosh (2m+1)\theta} \quad (Z)_{2m} = \sqrt{\frac{Z_0 \cdot \cosh (2m+1)\theta}{Y_0 \sinh 2m\theta}} \quad (2)$$

$$\theta = \sinh^{-1} (\sqrt{Z_0 Y_0} / 2)$$

ii) 各並列 admittance にかかる電圧

図-10に示した各並列 admittance にかかる電圧 $E_1, E_2, \dots, E_m$ は次のようになる。

$$E_I = E / (Z)_{2m} \{ Y_0 + (Y)_{2m-2} \}$$

あるいは

$$E_I / E = \cosh (2m-1) \theta / \cosh (2m+1) \theta$$

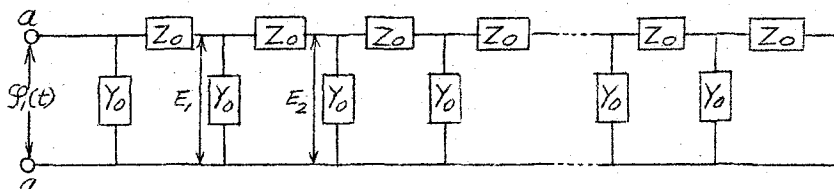
一般に、 n 番目のところでは

$$E_n / E = \cosh (2m-2n+1) \theta / \cosh (2m+1) \theta \quad (3)$$

- c) 有限長 l の棒の一端の温度 $\varphi_I(t)$ が既知で、他の一端が温度 0 なる定温度源に結合されている場合 (棒の表面より熱の放散はないものとする)

この場合の等価回路は、図 - 11 のようである。

図 - 11



- i) 合成 impedance

図 - 11 の梯子型回路網の端子 a 、 a からみた合成 impedance Z は次のようである。

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0 + \frac{1}{Z_0 + \frac{1}{Y_0 + \frac{1}{Z_0 + \frac{1}{Y_0 + \dots}}}}}$$

Y_0 と Z_0 の要素が m 個ずつあるときを考える。上式の両辺に $\sqrt{Y_0 / Z_0}$ を乗じて

$$\sqrt{\frac{Y}{Z}} Z = \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \frac{1}{\sqrt{Z_0 Y_0} + \dots}}}$$

式 (4) を $(\sqrt{Y_0 / Z_0} \cdot Z)_{2m}$ で表わすことにする。前と同じく反曲線函数を導入して、

$$\sqrt{Y_0/Z_0} \cdot Z = \sinh 2m\theta / \cosh (2m+1)\theta$$

$$\theta = \sinh^{-1} (\sqrt{Z_0 Y_0} / 2)$$

とにおいて、この仮定の妥当なことが証明できる。従つて、図-11のような回路網の場合、合成 admittance $(Y)_{2m}$ 、合成 impedance $(Z)_{2m}$ は次式で示される。

$$(Z)_{2m} = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}} \frac{\sinh 2m\theta}{\cosh (2m+1)\theta} \quad (Y)_{2m} = \sqrt{\frac{Y_0}{Z_0}} \frac{\cosh (2m+1)\theta}{\sinh 2m\theta} \quad (5)$$

$$\theta = \sinh^{-1} (\sqrt{Z_0 Y_0} / 2)$$

i) 各並列 admittance にかかる電圧

$$E_l = \{ (Y)_{2m} - Y_0 \} E \cdot (Z)_{2m-2}$$

あるいは、

$$E_l / E = \sinh (2m-2)\theta / \sinh 2m\theta$$

一般に、 n 番目の電圧 E_n は

$$E_n / E = \sinh (2m - 2n)\theta / \sinh 2m\theta$$

で表わされる。

以上述べたように、 n 番目の電圧 E_n は簡単に計算できることになる。従つて m を大きくして、 θ/m を Δx にとれば、 x なる点の温度は、 $n = x/\Delta x$ なる点の電圧を計算すればよい。

d) 有限長さの棒の両端の温度 $\varphi_1(t)$ 、 $\varphi_2(t)$ が既知で、内部の温度を求める場合 (棒の表面より熱の放散はないものとする)

図 - 12

この場合の等価回路は図-

12である。この場合の内部

電圧 E_n は、図-13、図-

14で示される等価回路の内

部電圧を式(6)より求めた

電圧の初となる。すなわち、

熱伝導系について考えると、

一端 a 、 a を $\varphi_1(t)$ の限度に

保ち、他端 b 、 b を 0° の定

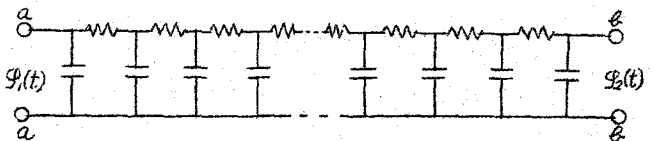
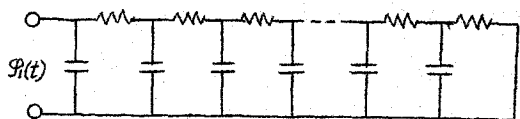
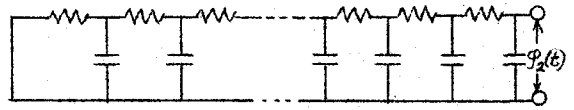


図 - 13



温度に保つたときの任意の点の温度と、一端 a、a を 0℃ の定温度に保ち、他端 b、b を $\varphi_2(t)$ の温度にした場合の任意の点の温度との和となる。

図 — 14



- e) 熱伝導の異なつた性質を持つ二つの棒が結合されて、一端の温度変化 $\varphi_1(t)$ が既知で、他の一端が 0℃ である定温度源に接している場合。

この場合の等価回路は、図 - 15 に示すような二つの回路 A、B をにおいて、端子 b、b に端子 c、c を結合した場合の内部電圧を求めることに帰着する。これを求めるには、テブナンの定理を利用する。

端子 b、a に $\varphi_1(t)$ の電圧を加えた場合、端子 b、b に現われる電圧は、式 (3) において、 $n=m$ において、 $E_{bb} = E \{ \cosh \theta / \cosh (2m+1)\theta \}$ で求められる。

図 - 15 A の端子 b、b からみた合成 impedance Z_A 、図 - 15 B の端子 c、c からみた合成 impedance Z_B は、式 (5) から計算できる。従つて、端子 b、b と c、c を結合した後における図 - 15 A の電圧分布 E_A は、端子 b、b と c、c を結合する前に端子 a、a に $\varphi_1(t)$ の電圧を加えた時、式 (6) で示される内部電圧 E_{1A} と、 $\varphi_1(t) = 0$ として端子 b、b に

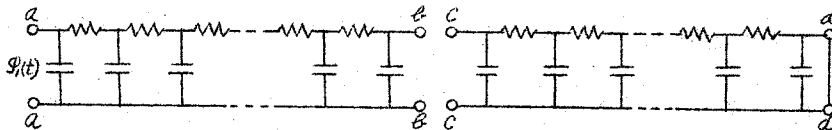
$$E_{bbA} = -E_{bb} \cdot Z_A / (Z_A + Z_B)$$

で示される電圧 E_{bbA} を加えて、式 (6) で求められる内部電圧 E_{2A} との和

$$E_A = E_{1A} + E_{2A}$$

として計算できる。

図 — 15



また、図 - 15 B の電圧分布 E_B は端子 c、c に、 $E_{bbB} = E_{bb} \cdot Z_B / (Z_A + Z_B)$

Z) で示される電圧 E_{bb} を加えたとき、式(6)で示される電圧 E_θ として計算できる。

いままで述べてきたのは、正弦波の入力に対する定常状態のレスポンスを考えたが、このような定常状態のレスポンスが計算できるときには非定常状態のレスポンスも求めることができることを以下述べる。

簡単のため、式(6)で表わされる場合を例にとつて考える。

式(6)を変形して、次のようにする。

$$E_n/E = \sinh 2(m-n)\theta / \sinh 2m\theta = \{ (\cosh 2a - \cos 2\alpha) / (\cosh 2b - \cos 2\beta) \}^{1/2} \cdot \exp \{ j(\theta_1 - \theta_2) \} \quad \dots \quad 7$$

ただし、

$$(m-n)(\omega CR/2)^{1/2} = a \quad m(\omega CR/2)^{1/2} = b$$

$$\tan \theta = \tanh a / \tanh b \quad \tan \theta_2 = \tanh b / \tanh b$$

式(7)より、正弦波の入力に対して、振幅 A 、位相差 θ を、

$$A = \{ (\cosh 2a - \cos 2\alpha) / (\cosh 2b - \cos 2\beta) \}^{1/2}$$

$$\theta = \theta_2 - \theta_1$$

を、 $\omega = 0$ より $\omega = \infty$ まで求めることができる。 ω が小さいときには、 Y_0 の impedance が小さくなり、 R のみの回路となり、 ω が大きいときには、図-13で示される回路は一種のフィルター回路であるから、0になる。すなわち

ω が小さいとき

$$A \div a/b, \quad \theta = 0$$

ω が大きいとき

$$A \div e \times p(a-b) = e \times p \{ -n \{ (CR/2)^{1/2} \} \{ \omega \}^{1/2} \}$$

$$\theta \div b-a = n \{ (CR/2)^{1/2} \} (\omega)^{1/2}$$

このように $\omega = 0$ より $\omega = \infty$ までの振幅と位相差が計算できるときには、衝撃関数で示される入力があるときのレスポンス $f(t)$ を Fourier Integral より求めることができる。

$$A_1(\omega) \div A \cos \theta$$

で表わすときには

$$A_1(\omega) = \int_0^\infty f(t) \cos \omega t \, dt$$

上式にフーリエ変換を行つて

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} A_f(\omega) \cos \omega t d\omega$$

となり、 $f(t)$ を求めることができる。このような $f(t)$ を求めることができる場合には、入力 $x(t)$ があるときのレスポンス $Y(t)$ は、次式より求めることができる。

$$Y(t) = \int x(t_0) f(t - t_0) dt_0$$

数 値 計 算 例

上述の計算式を使用して、測点Aの上面より下1cm、下面より1cm上の二点の温度が既知であるものとして、中央点の温度変化を求める。コンクリートの物理常数を次のようにする。

熱 伝 導 率 $\lambda = 0.004 / \text{cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$

比 重 $\rho = 2.3$

熱 容 量 $C = 0.21 \text{ cal/gr}$

この場合の $f(t)$ を計算すると、次のような関数で近似できる。

$$\begin{aligned} f(t) = & (2/\pi t) \{ 0.002 \sin(11 \times 10^{-3}) t - 0.002 \sin(8 \times 10^{-3}) t \\ & - 0.003 \sin(7 \times 10^{-3}) t - 0.007 \sin(6 \times 10^{-3}) t - 0.010 \sin(5 \times 10^{-3}) t \\ & - 0.010 \sin(4.25 \times 10^{-3}) t - 0.010 \sin(3.65 \times 10^{-3}) t - 0.010 \sin(3.1 \times 10^{-3}) t \\ & - 0.010 \sin(2.75 \times 10^{-3}) t - 0.008 \sin(2.15 \times 10^{-3}) t \\ & + 0.008 \sin(1.5 \times 10^{-3}) t + 0.010 \sin(1.25 \times 10^{-3}) t \\ & + 0.010 \sin(1.1 \times 10^{-3}) t + 0.015 \sin(1.0 \times 10^{-3}) t \\ & + 0.015 \sin(9.0 \times 10^{-4}) t + 0.010 \sin(8.5 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.005 \sin(8.25 \times 10^{-4}) t + 0.025 \sin(7.5 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.020 \sin(6.75 \times 10^{-4}) t + 0.020 \sin(6.25 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.020 \sin(5.75 \times 10^{-4}) t + 0.035 \sin(5.25 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.025 \sin(4.75 \times 10^{-4}) t + 0.035 \sin(4.25 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.050 \sin(3.75 \times 10^{-4}) t + 0.040 \sin(3.25 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.050 \sin(2.75 \times 10^{-4}) t + 0.055 \sin(2.25 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.045 \sin(1.75 \times 10^{-4}) t + 0.040 \sin(1.25 \times 10^{-4}) t \\ & + 0.025 \sin(7.5 \times 10^{-5}) t + 0.010 \sin(2.5 \times 10^{-5}) t \} \end{aligned}$$

$A(\omega)$ 、 $f(t)$ を図-16、図-17に示す。実験結果と理論曲線とは、本文図-4で示されている。

図 - 16

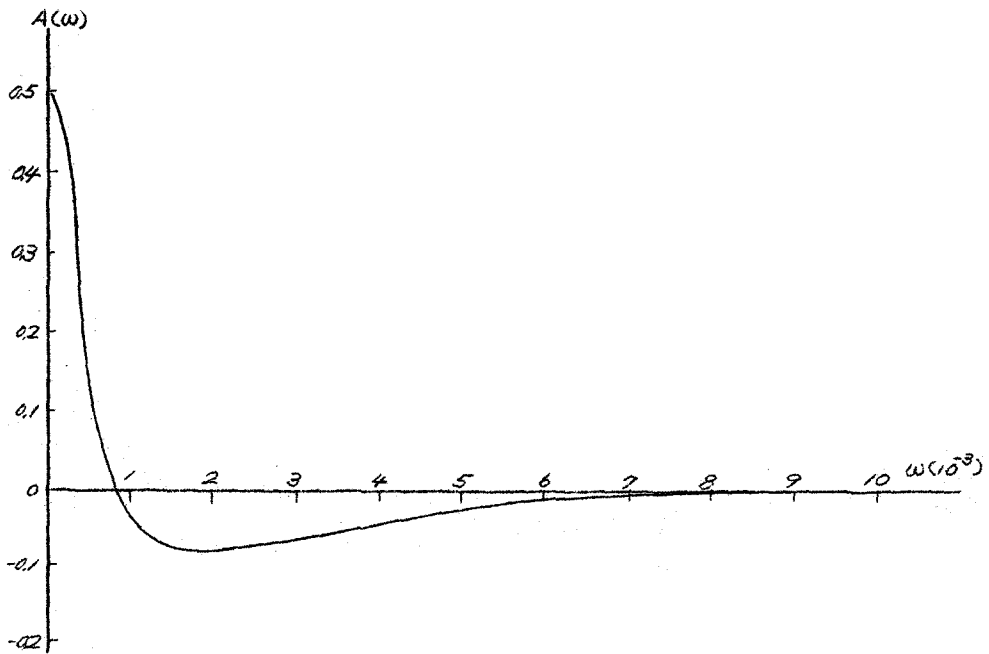


図 - 17

