

鉄筋コンクリートプラスチックヒンジの回転限界 (中央集中荷重を受ける梁の場合)

京都大学 工学博士 坂 静 雄

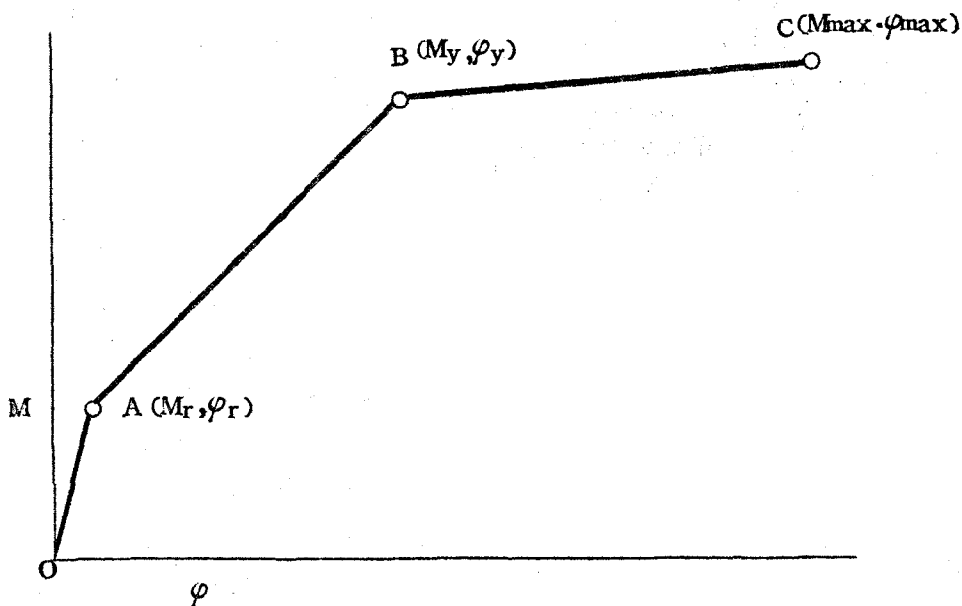
1. 緒 言

著者は昭和30年度日本建築学会春季研究発表会に於て2点対称荷重を受ける梁の中央に出来るプラスチックヒンジの回転限界を理論及び実験によつて検討した。(1)此の方法は対称2点荷重間に曲げモーメント一定なる範囲があるから、その範囲の降伏現象を理論の基礎とした。ところが等分布荷重や中央集中荷重の時の梁中央や一般荷重に対する梁端のように最大曲げモーメントが一断面に集中する時には前の理論では不備である。著者の且つて行つた水平荷重を受けるラーメンの実験で最大曲げモーメント以後塑性撓みが大きくあらはれていることから考へても、曲げモーメントのピーク値に対してもプラスチックヒンジの回転が起ることが考へられる。本論は斯様な場合の考へ方を述べる一方実験的研究を行つている。

2. 鉄筋コンクリート梁のMと回転歪 ϕ の関係

鉄筋コンクリート梁の曲げモーメントと回転歪 ϕ の関係は理論からも実験からも第1図に示したようになる。

第 1 図



図に於てO Aは龜裂發生以前、A Bは龜裂發生後鉄筋応力が降伏点に達する迄、B Cは鉄筋の降伏が続き圧縮側コンクリートが圧潰する迄で、C以後は急速に曲げモーメントが減するから、Cを最終段階とする。A, B, C, に対応する曲げモーメント及び回転歪を夫々 $M_r, M_y, M_{max}, \phi_r, \phi_y, \phi_{max}$ とする。これ等はコンクリート及び鉄筋が与へられ

れていると計算によつて求められる。 M_r, ϕ_r は鉄筋比によつて影響されることが少い。 M_y, ϕ_y は鉄筋比によつて大きく影響される。又 M_{max} は M_y より稍大であるが釣合鉄筋比(鉄筋の降伏とコンクリートの圧潰が同時にはじまる場合で常用式に於ける両応力が同時に許容応力に達する場合より遙かに大きい)以上即ち過鉄筋量の梁ではBCの部分は消滅する。普通の鉄筋比の梁ではBC部分が存在する。

(a) M_r, ϕ_r の決定

鉄筋を無視しコンクリートの曲げ応力が曲げ破壊係数 F_b に達する迄とする。曲げ破壊係数は矩形断面ではコンクリートの引張強度の1.66倍としてよく、T形梁では此の比率は稍低い。

$$M_r = S \cdot F_b \quad (1)$$

$$\phi_r = M_r / E I = M_r / K \quad (2)$$

S は断面係数、 E はコンクリートの初弾性係数、 I は断面の重心軸に対する二次モーメント
 $K = E I$

(b) M_y, ϕ_y の決定

矩形断面及び中立軸が版内に出来るT形梁を考へ巾を δ とする。又コンクリートの応力 σ と歪度 δ の間には

$$\sigma = f(\delta) \quad (3)$$

なる関係があるものとする。

δ_c 圧縮側コンクリートの歪度

N 中立軸の位置

Z , 中立軸から任意の距離

$$Z' = nZ/n$$

d 有効成

p 鉄筋比

σ_s, δ_s 鉄筋応力と歪度

σ_y, δ_y 鉄筋降伏点応力と歪度

コンクリートの引張応力を無視して差支ない程度の応力状態では単筋梁では

$$p b d \sigma_s = \ell \int_0^n \sigma' dz$$

が成立する。歪度は中立軸からの距離に比例するから

$$\int_0^n \sigma' dz = \int_0^n f(\delta) dz = \int_0^n f(\delta_c \frac{Z}{n}) dz = n \int_0^1 f(\delta_c Z') dZ'$$

よつて

$$p b d \sigma_s = \ell n \int_0^1 f(\delta_c Z') dZ' \quad (4)$$

一方歪度の関係から

$$\frac{\delta_c}{\delta_c + \delta_s} = \frac{n}{d} \quad (5)$$

が成立する。(4),(5)から N を消去すると

を得る。 $\int_0^{\delta_C} f(\delta) d\delta$ は σ - δ 曲線の δ_C 迄の面積を表し、 $f(\delta)$ がどんな形であつても図式積分によつて之を求めることが出来る、これを σ - δ 曲線の積分曲線と名付け、これを用いた図式解法を提案する。

$$y = p\sigma_s(\delta_c + \delta_s) \quad (7)$$

(119)

鉄筋の $\sigma-\delta$ 曲線を描き、 σ_s を与へれば対応する δ_s が X 軸上に判る。此の点を原点とすれば Y は此処を通り、X 軸と

$$\Delta s = p \sigma_s \quad \text{-----} \quad (8)$$

なる傾きをなす直線で表はされる。此の直線と積分曲線の交点から δ_c とコンクリート応力 σ_c が判る。鉄筋応力が σ_y に達した時も同様に、直線の傾斜は

$$\Delta y = p \sigma_y \quad \text{-----} \quad (9)$$

となる。図では直線 AB を引き C, D が判る。

M_y を知るためには $\sigma-\delta$ 曲線の包む面積の重心位置を知る必要がある。これを中立軸から Z_0 のところとすると

$$Z_0 = \int_0^n \sigma z dz / \int_0^n \sigma dz \quad \text{-----} \quad (10)$$

で与へられる。我々は圧縮側からの距離 $S = N - Z_0$ が N に対する比で与へる方がモーメントの計算に便利である。

$$\frac{S}{N} = 1 - \frac{Z_0}{N} \quad \text{-----} \quad (11)$$

此の値を任意の $\sigma-\delta$ 曲線に対して求めることは手数がかかる。普通コンクリートでは

$$\left. \begin{array}{l} \delta = 0 \text{ の時} \quad S/N = 0.333 \\ \delta = 2\% \text{ の時} \quad S/N = 0.40 \end{array} \right\} \quad \text{-----} \quad (12)$$

をとつて直線で結びこれを $\delta \geq 2\%$ 迄及ぼしてよい。S : N の直線も図示してある。DC 上に $S/N = 1$ のところをとり、ここと O を結んだ直線に平行に EF を引くと F 点が決る。AF が応力中心距離 j に、AD が有効成 d に比例する。

$$M_y = p b d \sigma_y \frac{AF}{AD} d \quad \text{-----} \quad (13)$$

$$\phi_y = \frac{OD + OA}{d} = (\delta_{oy} + \delta_{sy}) / d \quad \text{-----} \quad (14)$$

(C) M_{max}, ϕ_{max} の決定

M_y 以後鉄筋応力は一定値 σ_y にある。又コンクリートの圧潰は歪度 3% の時起るものとすれば直線 δ は積分曲線上で 3% のところで交らなければならない。即ち積分曲線の 3% のところから第 2 図 AB に平行線を引いて X 軸との交りに δ_{smax} を見出すことが出来る。 M_{max}, ϕ_{max} の決定は(b)の場合と同様で次の通りである。

$$M_{max} = p b d \sigma_y \frac{\delta_{smax} + \mu \delta_{cmax}}{\delta_{cmax} + \delta_{smax}} d \quad \text{-----} \quad (15)$$

$$\phi_{max} = (\delta_{cmax} + \delta_{smax}) / d \quad \text{-----} \quad (16)$$

但し μ は $1 - S/N$ の値である。又 δ_{smax} は鉄筋の応力歪曲線の降場の範囲にあることを要し、通常これを脱して硬化域に入ることはない。硬化域に入れば直線の方に修正がいる。

(D) 複筋梁

圧縮鉄筋の鉄筋比を p' 、応力を σ_{sc} 、歪度を δ_{sc} 、被覆厚さ d_c とする。圧縮筋

が降伏しない場合は

$$\sigma_{sc} = \delta_{sc} E_s = \delta_c E_s (n - n_0) / n \quad (17)$$

としてよい。圧縮筋の応力の項を加へ(6)と同様にして次式を得る。

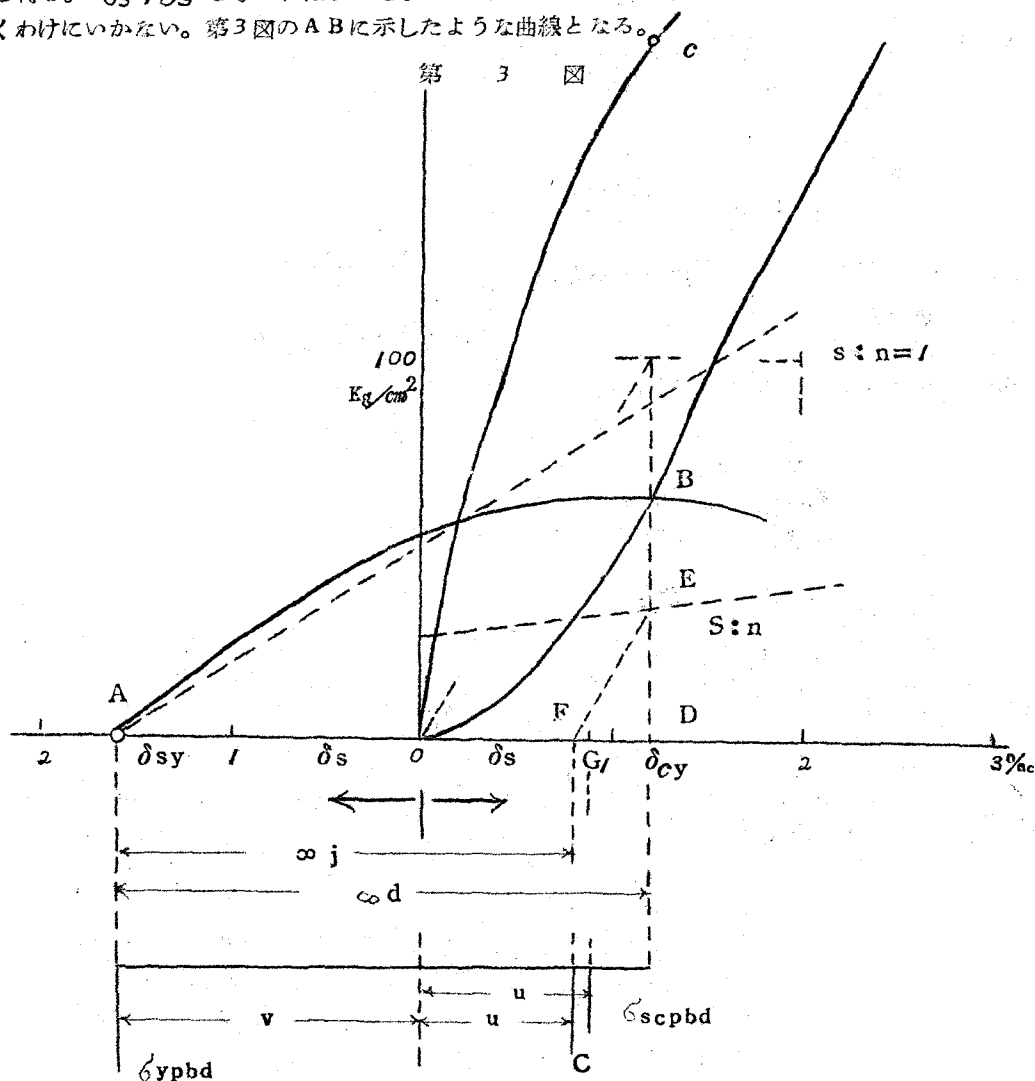
$$(p\bar{v}_s - p'\bar{v}_{sc})(\delta c + \delta s) = \int_0^{\delta c} f(\sigma) d\sigma \quad (18)$$

壓縮筋が降伏せし時、

(18)式左辺を y とおく、 $\sqrt{5}c$ に (17)式、其の中の N には (5)式を代入

$$y = (\delta_c + \delta_s) \{ p \tilde{\sigma}_s - p' \epsilon_s \{ \delta_c - \frac{dc}{d} (\delta_c + \delta_s) \} \} \quad (19)$$

を得る。 σ_s, δ_s を与へれば y は δ_c の 2 次式となるから、単筋の時のように直線を引くわけにいかない。第 3 図の AB に示したような曲線となる。



(121)

勿論此の曲線はB附近だけを画けば事足るのであるが、図では直線 $y = p\sigma_s(\delta_c + \epsilon_s)$ を点線で示し、其れとの関係も示した。圧縮鉄筋の歪度は d_c/d が与へられているから

$$DG/AD = d_c/d \text{ ----- (20)}$$

なるようにG点をX軸上に決めればGの読みから σ_{sc} が決る。中立軸に対する応力のモーメントは第3図下部に示すように

$$M_y = \sigma_y p b d v + \sigma_{sc} p' b d n' + C u \text{ ----- (21)}$$

である。Cはコンクリート圧縮力の合力で(4)式により

$$C = b n \int_0^{\delta_c} f(\delta_c z') dz' = \frac{b n}{\delta_c} \int_0^{\delta_c} f(\delta_c z') d(\delta_c z') = \frac{b n}{\delta_c} \int_0^{\delta_c} f(\delta) d\delta$$

δ_c は此の場合 δ_{cy} を意味し、積分値は第3図BDを表す。又

$$n/\delta_c = d/(\delta_{cy} + \delta_{sy}) = d/AD$$

$$v = d \cdot OA/AD$$

$$u = d \cdot OF/AD$$

$$n' = d \cdot OG/AD$$

であるから、(21)式は次の如くなる

$$M_y = b d^2 (p \sigma_y \frac{OA}{AD} + p' E_s \delta_{sc} \frac{OG}{AD} + \frac{BO}{AD} \frac{OF}{AD}) \dots (22)$$

回転歪は此の場合も(14)式と同様である。

圧縮筋が降伏する時

$$\phi_y = (\delta_{sy} + \delta_{cy})/d$$

コンクリート圧潰時即ち $\delta_{cmax} = 3\%$ をとれば多くの場合、圧縮鉄筋は降伏する。此の場合は(18)式左辺の σ_{sc} が降伏点応力 σ_y' となる。又引張筋も降伏しているから $\sigma_s = \sigma_y$ とおくと

$$y = (p \sigma_y - p' \sigma_y') (\delta_c + \delta_s) \text{ ----- (23)}$$

となり $(\delta_c + \delta_s)$ に関し直線式となる。ただX軸との傾きが

$$L = p \sigma_y - p' \sigma_y' \text{ ----- (24)}$$

となるから、此の傾きをもつ直線 $\delta_{cmax} = 3\%$ に対応する積分曲線から引き、X軸の交点で δ_{smax} を求める。 M_{ymax} は(22)式と同形で $p' E_s \delta_{sc} = p' \sigma_y'$ とおく。

δ_{sc} を求めた結果圧縮筋が降伏していなければ(19)式を用ひ、 $\delta_c = \delta_{cmax}$, $\sigma_s = \sigma_y$ を既知、 δ_s を未知とし、 $y = 0$ なるべき δ_s を求め、これを δ_{smax} とすればよい。 M_{ymax} は(22)式 ϕ_{max} は(16)式で確定する。

3. 撓み及びプラスチックヒンジの回転

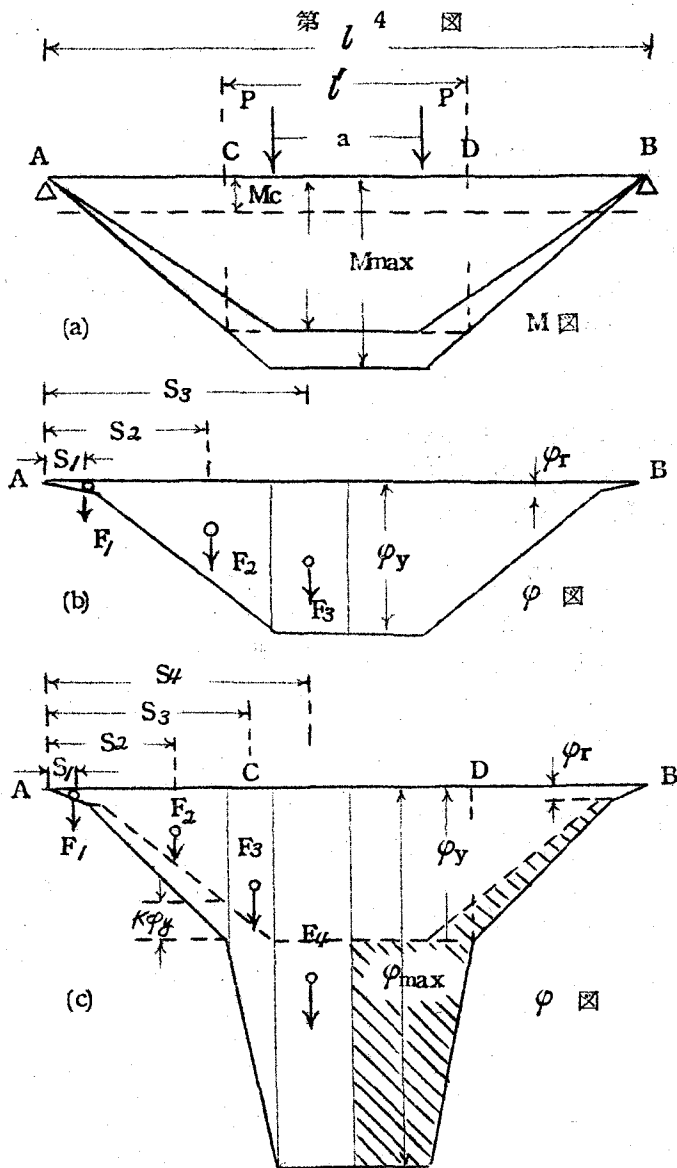
撓みは Mohr の法則によつて求める。鉄筋が降伏点に達した時の中央撓みを y_g 、コンクリートが圧潰しはじめる時の中央撓みを y_{max} とすると、塑性撓みは $y_{max} - y_g$ である。塑性撓みとプラスチックヒンジの回転 θ の間には、対称荷重を受ける梁に中央にプラスチックヒンジが出来るとして

$$\theta = 4 (y_{\max} - y_g) / l \quad (25)$$

又片持梁の固定端にプラスチックヒンジが出来る場合は先端撓みとの間に

$$\theta = (y_{\max} - y_g) / l \quad (26)$$

が成立する。これが撓みとプラスチックヒンジの回転を結ぶ関係である。実験又は理論によつて撓みの限界が求められればプラスチックヒンジの回転限界が求められる。第4図(a)は対称集中荷重を受ける梁の曲げモーメント図で内側のものは中央モーメントが降伏モーメント M_y に達した時、外側のものは同じく最大モーメント $M_{\max}$ に達した時のものとする。これを M_r , M_y で水平に切ると龜裂を生ずる範囲、降伏のはじまつた範囲が決る。



第4図(b)は降伏モーメントに達した時の $\phi = M/K$ 図であつて、各部モーメントが判れば第1図からこれを書くことが出来る。中央撓みは

$$Y_y = F_1 S_1 + F_2 S_2 + F_3 S_3 \quad (27)$$

となる。又第4図(c)は中央曲げモーメントが M_{max} に達した時の ϕ 図であつて

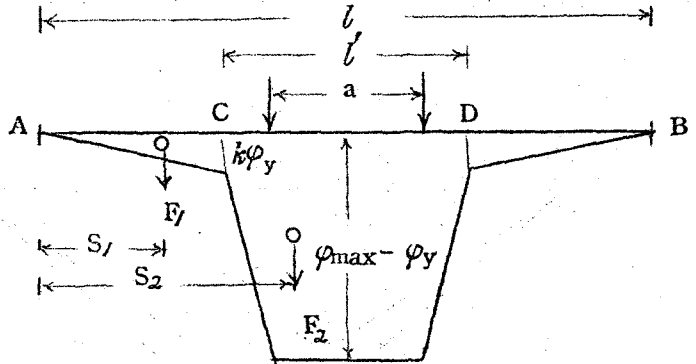
$$y_{max} = F_1 S_1 + F_2 S_2 + F_3 S_3 + F_4 S_4 \quad (28)$$

となる。 $y_{max} - Y_y$ の関与するのは第4図(c)に陰線をほどこした部分、即ち(c)と(b)を重ねて書いた時の共通部以外の部分である。(註1)龜裂モーメント以内の折れ曲りを無視し、これを取り出すと

第5図

第5図に示すようになる。

CD点は第4図(a)の作図から決り、Cに対応する値 $k\phi_y$ は ϕ_y から第4図(b)の値C点に対応する ϕ を差引いた値である。第4図(C)に示してある。又中央では $\phi_{max} - \phi_y$ をとる。



$$y_{max} - Y_y = \Delta F_1 \cdot S_1 + \Delta F_2 \cdot S_2 \quad (29)$$

で与えられる。近似的には $\Delta F_1 = 0$ とし、

$$y_{max} - Y_y = \Delta F_2 \cdot S_2$$

$$\doteq \frac{l'}{2} (\phi_{max} - \phi_y) \frac{1}{2} (l - \frac{1}{2} l') \quad (30)$$

として差支えないと考へる。著者の前論文では $l' = a$ とした事に当るから、 $a = l/3$ なる実験の検討の場合は兎も角中央集中荷重の如き $a = 0$ の時には $y_{max} - Y_y = 0$ 或は $\theta = 0$ となつて実験と不一致を来すことが予想される。

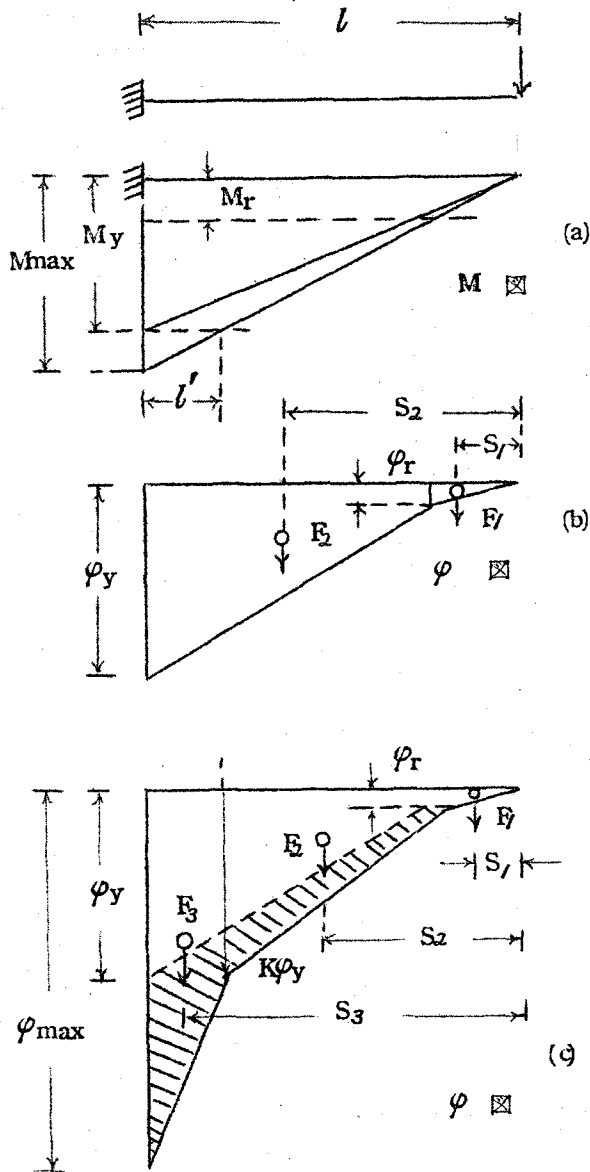
第6図は第4図に相等するものを片持梁について画いたものである。載荷点の撓みを求める。

$$(b) \text{ から } Y_y = F_1 S_1 + F_2 S_2 \quad (31)$$

$$(c) \text{ から } y_{max} = F_1 S_1 + F_2 S_2 + F_3 S_3 \quad (32)$$

これから $y_{max} - Y_y$ が計算される。直接 $y_{max} - Y_y$ を求めるには第6図(c)の陰線部を用ひ、龜裂モーメント以内の折れ曲りを無視すれば

第 6 図



$$y_{\max} - Y_y = \frac{l'}{2} (\varphi_{\max} - \varphi_y) \left(l - \frac{1}{3} l' \right) + \frac{l'}{2} k \varphi_y \left(l - \frac{2}{3} l' \right) + \frac{1}{3}$$

$$(l - l')^2 k \varphi_y \quad (33)$$

を得る。又(30)式に対応する近似式と、次式を得る。

$$y_{\max} - y_y \doteq l' (\varphi_{\max} - \varphi_y) \left(l - \frac{1}{2} l' \right) \quad (34)$$

註1 $y_{\max} - y_y$ を求めるのに(28)-(27)として $y_{\max} - y_y = F_3 S_3$ とすることは出来ない。(28)と(27)の右辺 $S_1 F_1$ 等同記号を用ひてあるが第4図に見る通り式毎に数値は異なるからである。

文 献 1. 坂静雄、岡田清、高田保雄、鉄筋コンクリートプラスチックヒンジの回転限界、日本建築学会研究報告第31号、昭30. 5