

構造物の安全度について

建設省土木研究所 池田 哲夫

構造物の安全度を統計的概念によつて定義し、荷重および強度の分布関数から安全度を計算する方法を考察した。そうして、今日一般に用いられている安全率と安全度の関係を導き、安全率の合理的決定法を論じた。さらに安全度と設計荷重の関係を論じた。さらに安全度と設計荷重を決定する場合に考慮すべき点および許容強度の割増率について考察した。

1. ま え が き

構造物の設計においては、その期間中にうける各種の荷重に対して十分安全な強度をもちしかも機能、施工性、経済性などの面から最も有利な構造を決定するのが重要な課題である。構造物の強さが、荷重に対して安全に耐えられかどうかを検討することを強度設計法と呼ぶことにすれば、強度設計法の3要素は、荷重、強度、安全度といふことができる。

荷重、強度に関する調査研究は以前からたえず進められ、特に強度については最近、新分野（極限設計法）がひらけようとしている。安全度の問題は一般に、安全率あるいは許容応力の問題として古くから研究されているが、最近、この問題は各国、特にアメリカ、英国、フランス、スウェーデン等でさかんに研究されるようになり、第3回および第4回の橋梁・構造国際会議においても、主要議題の一つとして論じられてきた。(1)(2)(3)(4)(5)(6)

安全度は荷重と強度の相対的關係を示すものであるから、荷重および強度の両者に關係するのであるが、ここでは主として、荷重と安全度の關係を考へることとし、安全度の意義および安全度と安全率の關係を明かにし、設計荷重と安全度の關係、慣用されている設計法について論じる。

2. 構造物の安全度

構造物は使用期間中、これに作用する各種の荷重に耐え、その本来の機能を保持するに十分な強度をもつように設計しなければならない。したがつて構造物の安全度とは、その機能が破壊、損傷に対する安全保証の程度と考へることができる。機能が破壊、損傷される状態は、力学的には構造部分の破断、降伏、座屈等による異状変形、および不安定化となつて現われるが、どのような状態を機能の破壊、損傷（構造物の破損と呼ぶことにする）と考へ、強度計算の基準とするかは、力学だけの問題ではなく、實際的、経済的な問題であるから、構造物の種類、規模、重要度、荷重の種類等を考慮して決定されるべきものである。強度計算の基準に関する各種の考へ方については、こゝでは論じないことにするがいずれの方法にしても、荷重の種類にしたがつて、その基準とする構造物の破損状態における最大荷重の大きさを、構造物の強度とするのである。したがつて、一構造物についても荷重の種類によつて、各種の強度があるわけである。

荷重、強度および構造物の破損を、以上のように考へると、構造物に作用する荷重が、その強度をこえるならば構造物は破損し、こえなければ破損しないことになる。したがつて、もし、構造物の強度、荷重の眞の値を知ることができれば、構造物が破損するか、し

ないかは自明のことになり、安全度などということは問題にならない。ところが実際の荷重および強度は非常に複雑で、その真の値を知ることとはできない。ただ、その真らしい値を推定することができるだけである。そのため、構造物がそれに作用する荷重に対して絶対に破損しない（絶対的安全）と断定することは不可能で、ただ破損しないことを、ある確実さを以て保証するといえるだけである。

以上のことを考えれば、安全度は元来、荷重および強度に関する人間知識の不確実性によって由来していることがわかる。そこで、著者はさきに、構造物に作用する荷重の大きさが、強度をこえる確率を考え、これを構造物の破損の確率と定義し、構造物の安全度を示す一つの指標として使用することを提案した。⁽⁷⁾⁽⁸⁾ いま、荷重の大きさを L 、強度を S 、破損の確率を μ とすれば、上記の定義は次式のようになる。

$$\mu = \left. \begin{aligned} &= P_L \{ L > S \} \\ &= P_L \{ L - S > 0 \} \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

ただし、 $P\{A\}$ は事象 A が現われる確率を表わす記号とする。破損の確率 μ が小さいほど、構造物の安全度は大きく、 μ が大きくなれば安全度は小さくなる。また必要があれば、安全度を直接示す指標として、

$$\eta = 1 - \mu \text{----- (2)}$$

を用いることもできる。

ところで、荷重および強度は種々の原因によつて確率変数として変動するので、荷重 L の分布関数 $\phi(L)$ 、強度の分布関数を $\psi(S)$ とすれば、破損の確率 μ は次のようになる。

$$\mu = \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} \phi(L) \int_{S_{\min}}^L \psi(S) ds dL \text{----- (3)}$$

あるいは、

$$X = L - S \text{----- (4)}$$

とにおいて、 X の分布関数を $P(X)$ とすれば

$$\mu = \left. \begin{aligned} &= P_L \{ X > 0 \} \\ &= \int_0^{\infty} P(X) dX \end{aligned} \right\} \text{----- (5)}$$

となる。 $\phi(L)$ 、 $\psi(S)$ 、 $P(X)$ がわかれば、破損の確率は計算できることになり、2・3の例については、さきに示したことがある。⁽⁸⁾

3. 構造物の安全率

構造物各部の安全度を適当な値に保つことは、設計の合理化上、最も重要なことの一つであるが、構造物の安全を保つため、今日一般に行われているのは、安全率を用いる方法である。安全率とは基本強度と許容強度の比であるが、この概念は時代とともに変つてきている。しかしその真の意義は、荷重、強度に関する人間知識の不完全性を補うため、基本強度を割引く無知係数ということである。したがつて、安全率の値は荷重および強度に関する無知の程度を示すものであり、構造物の安全度とは直接関係はなく、おなじ安全率を用いて設計された構造物でも、安全度が等しいとはいえない。

ところで、現在実用されている安全率には、以上に述べた無知係数としての意義の他に、

計算や実験によつて知ることではできるが、いちいち別個に考慮するのが繁雑な諸影響の包括的補正係数としての意義およびある基本強度を、荷重の種類、構造物の使用状態に対応する基本強度になおすための換算係数としての意義をもっている。たとえば、Cardullo は、基本強度として、荷重の種類のいかなをとわず常に材料の極限強度を採用し、安全率を次式で表わしている。

$$n = a \times b \times c \times d \text{ ----- (6)}$$

ただし、 n は安全率、 a は極限強さと弾性限度との比、 b は荷重の性質を示す因子、 c は荷重の速度影響を示す因子、 d は材料の均一性、応力計算の正確度等を示す因子である。この安全率中で、 d は大体無知係数で a, b, c は換算係数の意味をもっていると考えることができる。また、F.Rötscher の方法では、基本強度として材料の降伏点または疲労限度をとり、安全率を次式で表わしている。

$$n = n_0 \times \xi_1 \times \xi_2 \times \xi_3 \times \xi_4 \times \xi_5 \text{ ----- (7)}$$

ただし、 n は安全率、 n_0 は基本安全率で、材料の性質および荷重の種類によつて定まる因子、 ξ_1 は応力の種類によつて定まる因子、 ξ_2 は応力見積りの正確度によつて定まる因子、 ξ_3 は荷重見積りの正確度および荷重が静的か、動的かの区別によつて定まる因子、 ξ_4 は切込および表面状態の影響を示す因子、 ξ_5 は腐食、初応力、磨滅等の影響を示す因子である。この場合の安全率中では、 n_0, ξ_2 は無知係数、 ξ_1, ξ_4, ξ_5 は換算係数、 ξ_3 は無知および換算係数の意味をもち、また、 ξ_2, ξ_3 は補正係数の意味も含んでいると考えることができよう。

そこで、いま設計安全率を ζ_d 、無知係数を ξ_i 、補正係数を ξ_c 、換算係数を ξ_r とすれば、

$$\zeta = \xi_i \xi_c \xi_r \text{ ----- (8)}$$

とおくことができる。ところが設計安全率は設計基本強度、 S_d と、設計荷重（許容強度） L_d の比であるから、

$$\zeta_d = \frac{S_d}{L_d} \text{ ----- (9)}$$

故に

$$\xi_i = \frac{S_d}{L_d} \cdot \frac{1}{\xi_c \xi_r} \text{ ----- (10)}$$

式-10の右辺は、設計基本強度、設計荷重をそれぞれ補正、換算した力学的に妥当な強度と荷重の比を意味する。したがつて、補正、換算された強度および荷重、いいかえれば、真の強度および荷重をそれぞれ S_t, L_t とすれば、

$$\frac{S_d}{L_d} \cdot \frac{1}{\xi_c \xi_r} = \frac{S_t}{L_t} \text{ ----- (11)}$$

これから

$$\xi_c \xi_r = \frac{S_d / S_t}{L_d / L_t} \quad (12) \quad \zeta_d = \xi_i \frac{S_d / S_t}{L_d / L_t} \text{ ----- (13)}$$

となる。 L_t は構造物に作用する実際の荷重の大きさであり、 S_t は構造物の種類、荷重の性質等を考慮した本当の強度を意味しているから、力学的研究によつて定めることができ、（実際の問題となると相当困難な場合もあるが）したがつて、補正係数と換算係数の積は式-12から計算することができる。（これは補正係数、換算係数の定義から当然である。）ところで、 L_t, S_t は実際の荷重、実際の強度といつても、その値は前述のように確率変量であるから、その確率変量のある特定値、たとえば、平均値、モード、中央値、実用的最大値、実用的最小値等を意味する。これに対して、無知係数は、自然の偶然性に関するものであるから、ただ統計的研究によつて、確率論的にその大きさを推定する以外に方法がない。ところで、もし真の強度および真の荷重をそれぞれ設計基本強度および設計荷重に採用したとすれば、式-9、13から

$$\zeta_d = \xi_i = \frac{S_t}{L_t} \text{ ----- (14)}$$

となるから、無知係数 ξ_i は S_t 、 L_t に対する安全率であることがわかる。

前節で述べたように、安全度は荷重および強度の分布関数、 $\phi(L)$ 、および $\psi(S)$ がわかれれば計算することができ、その値は、 $\phi(L)$ 、 $\psi(S)$ の特性値の関数として示すことができる。ところが、 L_t および S_t はそれぞれ $\phi(L)$ および $\psi(S)$ の特性値の一つであるから、結局安全度は $L_t S_t$ の関数となり、したがってまた無知係数の関数となる。

たとえば、 $\phi(L)$ 、 $\psi(S)$ がともに正規関数で表わされる場合には、 L_t として荷重の平均値 $\bar{L}$ 、 S_t として強度の平均値 $\bar{S}$ をとるものとすれば、破損の確率 μ は無知係数 ξ_i の関数として、次の式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 1 - P_c \\ P_c &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \xi_i} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \\ C &= \frac{1}{\sqrt{V_L^2 + \xi_i^2 V_S^2}} \end{aligned} \right\} \text{---- (15)}$$

ただし、 V_L および V_S は、それぞれ荷重および強度の変動係数である。

また逆に、破損の確率を適当に指定すれば、無知係数は計算することができる。たとえば $\phi(L)$ 、 $\psi(S)$ がともに正規関数で表わされる場合には

$$\left. \begin{aligned} \xi_i &= \frac{1 - \sqrt{V_L^2 + V_S^2 - V_L^2 V_S^2}}{1 - V_S^2} \\ V_L &= C U_L, \quad V_S = C U_S \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt &= \mu \end{aligned} \right\} \text{---- (16)}$$

上述のようにして、破損の確率、いかえれば安全度を定めれば、安全率は決定するのであるが、安全度をどれ位に定めるのが適当であるかということになる。これについては種々の提案があるが、どれも原理的なもので、実際的な解答を与えない。いずれにしても、これは経済的、政策的の問題であり、なお現状では、荷重および強度の統計的取扱に相当の誤差を含んでいるから、複雑な方法を適用しても実用的に価値はないと思われ、今後なお研究を要する問題である。

4. 設計荷重

構造物の安全度を計算するためには、荷重および強度の真の値について知ることが必要であり、またこれで十分である。したがって、荷重および強度の真の値の研究は安全度の問題の前提となるものであり、各分野において常に研究が進められているゆえんである。

構造物には一般にその使用期間中に、種類、大きさの異なる多くの荷重が作用するが、この荷重の中、構造物の機能に支配的影響をおよぼすと考えられる数個をえらんで、設計の対象（設計荷重）とするのが普通である。この場合、設計荷重は、これに対して適当な安全度をもつて設計しておけば、他の荷重に対しては、十分安全であるような、代表的荷重でなければならない。

ところで、実際の荷重は非常に複雑なため、設計荷重としては、一般にこれを単純化、標準化するのが普通である。荷重には載荷状態（位置、分布、成分）は一定で、ただ大きさだけが変化するものと、載荷状態も大きさも変化するものの2種があり、Freudentahlは前者を Simple load あるいは Proportional load、後者を Complex load と呼び、Complex load をまた、近似的に Simple load におきかえられるものと、おきかえられないものとに分けている。実際の荷重を単純化するにはしたがって Simple load お

びこれにおきかえることができる Complex load では、荷重の大きさの決定が主要な問題であり、純 Complex load では荷重の大きさとともに載荷状態の標準化が問題になる。

荷重の大きさを考える場合、荷重は、その大きさを人為的に制限したり、変化したりすることができるもの（仮に人工荷重と呼ぶ）と、人為的に制限したり、変化したりすることができないもの（仮に自然荷重と呼ぶ）の2種に分けることができる。橋の、活荷重、建築物の固定荷重、積載荷重等は前者に属し、風力、波力、温度変化の影響、地震力等の自然力は後者に属する。設計荷重の大きさを定める場合には、これら2種の荷重に対して少し考え方を変える必要がある。すなわち、人工荷重の場合には、同種の既存構造物についての過去における荷重の実態調査を基礎とし、将来の変化、構造物本来の機能、使用期間等を考慮して、制限荷重としての荷重の大きさを経済的、文化的、政策的観点から定めるのが合理的であるが、自然荷重の場合には過去の实態調査を基礎にして、使用期間中に作用すると思われる最大値を統計的に推定するのが合理的である。すなわち、人工荷重に対する設計荷重は、その大きさまでの荷重は自由に載荷できるが、それ以上の荷重は、支持物を設けるとか、あるいは使用状態を変更するとか、あるいは安全度を特に下げるとかの特殊な方法を講じる必要がある制限荷重の基準と考えるのである。したがって、設計荷重は必ずしもその構造物に作用する最大荷重とは限らない。なお疲労現象を考える場合には、大きさだけでなく、作用度数が関係してくるので、設計荷重としては、ごく稀にしか作用しない最大荷重でなく、作用度数も考慮して、最も影響の大きい荷重を設計荷重とすることになる。以上のように、人工荷重における設計荷重は、その構造物が耐えるべき荷重を意味すると考えることができるので、統計的な意味（偶然性）をもたず、本質的安全度には関係しないと考えることができる。これに対して自然荷重は純粹の自然現象と考えることができるので、その大きさは統計的研究によつて推定することになる。自然荷重に関する自然現象が、純粹に偶然的なものであるかどうかは、まだ幾分疑問のあるところであるが、風、気温、降雨、地震等の現象の統計的取扱の可能であることは、多くの研究によつて明かにされているので、自然荷重の設計値を統計的に推定することは、実用的に有効と考える。

さて、構造物各部の安全度を、それぞれ適当な値に保つためには、自然荷重の設計荷重値として、使用期間中に作用すると思われる最大値をとる必要のあることは、今日一般に認められているところであるが、最大値とは何を意味し、またその場合、安全度はどうなるかということはあまり論じられておらない。著者はこれについては次のような方法を考へている。たとえば、風力の場合には、まず、年最大風荷重の分布関数を求め、それからN年（使用期間をN年とする）最大風荷重の分布関数を求める。そうしてその適当な特性値を設計荷重とするのである。こうすれば、N年最大風荷重の分布関数を $\phi(L)$ として前述の安全度を計算することができるのである。なお、この場合、 $\phi(L)$ として、年最大風荷重の分布関数を用いることは誤である。また、自然荷重についての最大値の分布は次のような極値分布あるいは対数正規分布等で表わすことができる。

$$p(x) = \exp \left[-x - e^{-x} \right] \text{-----} (17)$$

$$p(x) = a \left(\frac{x}{u} \right)^{a-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{u} \right)^a \right] \text{-----} (18)$$

$$p(x) = \frac{1}{x \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{1}{2} / \sigma^2 x \right] \text{-----} (19)$$

5. 許容強度の割増

構造物の設計についての基準を示すため、今日多くの強度規定、構造規定あるいは設計示方書等が用いられているが、その規定中にみられる許容強度の割増規定について考えてみたい。ここでいう許容強度の割増規定とは、たとえば、鋼道路橋設計示方書（現行）の第38条、合成許容応力のような規定であり、これはいわゆる従荷重に対しては主荷重に対する許容応力度をある程度割増ししようとするものである。日本規格「建築物の構造計算」でも荷重の種類によつて許容応力度を区別しており、これも、一種の許容強度割増と考えることができる。

ところで、主荷重に対する従荷重の重要度が割合に小さいことと、従荷重の実態が複雑であることのために、許容強度の割増率の規定は幾分軽く、また慣例的に取扱われてきているように思われる。割増率は種々の事項に関係するので、簡単にその決定法を述べることは困難であるが、次の諸点を考慮すべきであると考へている。

(i) 荷重の種類と構造物強度の基準とする構造物の破損状態

(ii) 荷重の種類と構造物の安全度

(iii) 従荷重が作用する場合の合成荷重の分布関数、およびその設計荷重

6. お づ じ

構造物の安全度を統計的概念によつて定義し、これを中心に安全率の合理的決定法、設計荷重の決定に際して考慮すべき点および許容強度の割増率について論じた。現状では、荷重、強度に関する統計的調査資料が少いため、十分な成果は望めないが、資料が整い研究が進んで統計的安全度を実際の構造物の設計に応用できるようになれば、設計の合理化に寄与する点は大きいと考へる。

最後に常に御指導を賜つた京大教授小西一郎博士に謝意を表する。

参 考 文 献

1. The Safety of Structure; A.M.Freudenthal, Trans.A.S.C.E., Vol. 112 (1947)
2. Reflections on Standard Specifications for Structural Design, A.M.Freudenthal, Trans. A.S.C.E., Vol. 113 (1948)
3. Safety and the Probability of Structural Failure, A.M. Freudenthal, Proc. A.S.C.E., Vol. 80 (1954)
4. Concepts of Safety in Structural Engineering, A.G.Pugsley, Proc. Inst. Civil Engineers (London) Vol. 29 (1951)
5. Third International Congress of Bridge and Structural Engineering, Liege (Belgium) 1948. Preliminary Report, Final Report.
6. Forth Internat. Congress of Bridge and Structural Engineering, Cambridge (England) 1952. Preliminary Report, Final Report.
7. 安全率の合理的決定法、池田哲夫、土木学会第7回年次学術講演会で発表、昭26
8. 構造物の安全率と破損の確率、池田哲夫、土木学会誌、第40巻、第5号(昭30)