

(12) プレストレストコンクリートラーメン

極東鋼鉄コンクリート振興株式会社 猪股俊司

(I) PCラーメンの2次モーメント

ラーメンは左右対称であり、ケーブルの配置もまた対称であると仮定する。梁および脚におけるケーブル緊張力を F 、 F' とする。曲げモーメントの符号はラーメンの内側に引張応力を生ずる場合を正とする。

a) 回転端ラーメンの場合(図-1)

A端の回転端を取り去つた静定基本系において、 $X_1 = 1$ なる水平力による X_1 方向の移動を $\delta_{1,1}$ とする。

$$\delta_{1,1} = \int_s \frac{y^2}{EJ} ds + \int \frac{1}{EA} ds$$

静定基本系におけるケーブル緊張による曲げモーメントは F_0 で表わされる。したがつてケーブル緊張によつて生ずる $X_1 = 1$ 方向の移動 $\delta_{1,1}$ は

$$\delta_{1,1} = - \int \frac{F_0}{EJ} y ds + \int \frac{F}{EA} ds$$

弾性方程式は $\delta_{1,1} X_1 + \delta_{1,1} = 0$

$$X_1 = - \frac{- \int \frac{F_0}{EJ} y ds + \int \frac{F}{EA} ds}{\int \frac{y^2}{EJ} ds + \int \frac{1}{EA} ds} \quad \text{--- (1)}$$

2次モーメントは $-X_1 y$ である。

b) 固定端ラーメンの場合(図-2)

弾性図心は次の点にある。

$$g_0 = \frac{\int \frac{y}{J} ds}{\int \frac{1}{J} ds}$$

坐標原点を g_0 点に取り、坐標を ξ, η とすると、 $X_1 = 1$ 、 $X_2 = 1$ 、 $X_3 = 1$ 、による変位は次のようになる。

$$\delta_{1,1} = \int \frac{\eta^2}{EJ} ds + \int \frac{1}{EA} ds$$

$$\delta_{3,1} = \int \frac{F}{EJ} ds = 0$$

$$\delta_{2,2} = \int \frac{\xi^2}{EJ} ds$$

$$\delta_{2,2} = \delta_{2,1} = \int \frac{\xi \eta}{EJ} ds = 0$$

$$\delta_{3,3} = \int \frac{1}{EJ} ds$$

$$\delta_{2,3} = \delta_{3,2} = \int \frac{\xi}{EJ} ds = 0$$

$$\delta_{1,1} = - \int \frac{F_0}{EJ} y ds + \int \frac{F}{EA} ds$$

$$\delta_{3,1} = \delta_{1,3} = \int \frac{\eta}{EJ} ds = 0$$

$$\delta_{2,1} = \int \frac{F}{EJ} ds = 0$$

弾性方程式は次のようになる。

$$X_1 \delta_{1,1} + \delta_{1,1} = 0$$

$$X_3 \delta_{3,3} + \delta_{3,3} = 0$$

固定端ラーメンの坐標原点を次の点に移動する。

$$(73) \quad g_0 = \frac{\int \frac{y}{J} ds}{\int \frac{1}{J} ds}$$

$X_1=1, X_2=1, X_3=1$ 、による変位、は次のように示される。

$$\begin{aligned}\sigma_{1,1} &= \int \frac{\eta^2}{EJ} ds + \int \frac{1}{EA} ds & \sigma'_{12} &= \sigma_{2,1} = \int \frac{\xi\eta}{EJ} ds = 0 \\ \sigma_{2,2} &= \int \frac{\xi^2}{EJ} ds & \sigma_{23} &= \sigma_{32} = \int \frac{\xi}{EJ} ds = 0 \\ \sigma_{3,3} &= \int \frac{1}{EJ} ds & \sigma_{3,1} &= \sigma_{13} = \int \frac{\eta}{EJ} ds = 0\end{aligned}$$

プレストレスによる変移は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}\delta_{1,v} &= -\int \frac{Fe}{EJ} \eta ds + \int \frac{F}{EA} ds \\ \delta_{2,v} &= \int \frac{Fe}{EJ} ds \\ \delta_{3,v} &= \int \frac{Fe}{EJ} ds\end{aligned} \right\} \begin{aligned}X_1 &= \frac{-\int \frac{Fe}{EJ} \eta ds + \int \frac{F}{EA} ds}{\int \frac{\eta^2}{EJ} ds + \int \frac{1}{EA} ds} \\ X_3 &= -\frac{\int \frac{Fe}{EJ} ds}{\int \frac{1}{EJ} ds}\end{aligned} \quad \text{--- (2)}$$

2次モーメントは次のようになる。

$$-X_1\eta + X_3$$

(2) 2次モーメントが生じないケーブルの配置方法について。

ケーブルの緊張によつて2次モーメントが生じないためには、回転端ラーメンでは(1)式の分子を0とおき、固定端ラーメンでは(2)式のそれぞれ分子を0とおけばよいことになる。

a) 回転端ラーメンの場合

$$\int \frac{Fe}{EJ} y ds + \int \frac{F}{EA} ds \equiv 0$$

断面2次モーメント、およびF、F'を一定とすれば、次のようになる。

$$\frac{2F'}{EJ} \int_0^R ey dy + \frac{FR}{EI} \int_0^L ex dx + \frac{F}{EA} L \equiv 0$$

脚のケーブルの偏心量を $e = \frac{u}{R}y$ で表わされる直線状とすると、

$$\int_0^L ex dx = -\frac{2}{3} \left(\frac{I}{J} \right) u R \left(\frac{F'}{F} \right) - \left(\frac{L}{R} \right) \left(\frac{I}{A} \right) \quad \text{--- (3)}$$

b) 固定端ラーメンの場合

断面2次モーメントおよびF、F'を一定とすれば、次のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{2F'}{J} \int_{-g_0}^{(R-g_0)} ey d\eta + \frac{F}{I} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e(R-g_0) d\xi - \frac{F}{A} L &\equiv 0 \\ \frac{2F'}{J} \int_{-g_0}^{(R-g_0)} e d\eta + \frac{F}{I} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e d\xi &= 0\end{aligned}$$

脚のケーブル配置を、 $e = -v + \frac{u+v}{R}(g_0 - \eta)$ なる直線状とすれば、次の条件式が2式からえられる。

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e d\xi = -\frac{1}{3} \left(\frac{I}{J} \right) (2u-v) R \left(\frac{F'}{F} \right) - \left(\frac{L}{R} \right) \left(\frac{I}{A} \right) \quad \text{--- (4)}$$

(3)、(4)式は梁の偏心量と断面図心線との間に含まれる面積が、それぞれ右辺に等しくなれば、2次モーメントが生じないことを示す。

(3) コンクリートの乾燥収縮、クリープの影響について。

コンクリートの乾燥収縮、クリープによつて、不静定反力に変化を生ずる場合がある。こ

の不静定力の変化量を X_{1t} , X_{2t} , X_{3t} , とすれば、次の条件式が成立する。
 $\mu_i(q_t)$, $\lambda_i(q_t)$ をそれぞれ曲げモーメント m_i 軸方向力 n_i によって生ずる断面回転および軸歪の増加量とする。

$$\begin{aligned} & (\epsilon X_1 + \bar{X}_1) \left\{ \sigma_{1,t=0} + \int_0^S \bar{m}_1 \bar{\mu}_1(q_t) ds + \int_0^S \bar{n}_1 \bar{\lambda}_1(q_t) ds \right\} + \int_{t_a=0}^{t_a=t} \frac{dX_{1t}}{dt} \left\{ \sigma_{1,t=0} \right. \\ & + \int_0^S \bar{m}_1 \bar{\mu}_1(q_{ta}) ds - \int_0^S \bar{m}_1 \bar{\mu}_1(q_t) ds + \int_0^S \bar{n}_1 \bar{\lambda}_1(q_t) ds \int_0^S \bar{m}_1 \bar{\lambda}_1(q_{ta}) ds \} dt \\ & + (\epsilon X_2 + \bar{X}_2) \left\{ \sigma_{2,t=0} + \int_0^S \bar{m}_2 \bar{\mu}_2(q_t) ds \int_0^S \bar{n}_2 \bar{\lambda}_2(q_t) ds \right\} \int_{t_a=0}^{t_a=t} \frac{dX_{2t}}{dt} \left\{ \sigma_{2,t=0} \right. \\ & + \int_0^S \bar{m}_2 \bar{\mu}_2(q_t) ds - \int_0^S \bar{m}_2 \bar{\mu}_2(q_{ta}) ds + \int_0^S \bar{n}_2 \bar{\lambda}_2(q_t) ds - \int_0^S \bar{n}_2 \bar{\lambda}_2(q_{ta}) ds \} dt + \dots \\ & + \sigma_{1,t=0} + \int_0^S \bar{m}_1 \bar{\mu}_1(q_t) ds + \int_0^S \bar{n}_1 \bar{\lambda}_1(q_t) ds \\ & + \sigma_{1,t=0} + \int_0^S \bar{m}_1 \bar{\mu}_1(q_t) ds + \int_0^S \bar{n}_1 \bar{\lambda}_1(q_t) ds + \int_0^S \bar{m}_1 \bar{\mu}_1(q_t) ds + \int_0^S \bar{n}_1 \bar{\lambda}_1(q_t) ds = 0 \end{aligned}$$

同様に

$$\begin{aligned} & (\epsilon X_1 + \bar{X}_1) \left\{ \sigma_{2,t=0} + \dots \right\} = 0 \\ & \bar{\lambda}_v = \frac{Ft=0}{Dc} q_{ti} = \frac{Ft=0}{Dc} \frac{1}{r_i} (1 - e^{-\frac{r_i}{\mu r_i} q_{ti}}) \\ & \bar{\mu}_v = \frac{Ft=0}{Kc} e q_{ti} \quad \bar{\lambda}_s = \frac{S_u}{q_u} \left\{ (1 - \frac{Dc'}{Dc}) q_{ti} + \frac{Dc'}{Dc} q_{ti} \right\} \\ & \bar{\mu}_s = \frac{S_u}{q_u} \frac{Pc}{Kc} (q_t - q_{ti}) \quad \bar{m}_i = \frac{m_i}{Kc + Ks} \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\beta q_t}) \end{aligned}$$

回転端ラーメンズの応用、この場合には X_{1t} のみについての方程式となる。結果は次式で表わされる。

$$\frac{dX_{1t}}{dq_t} + \mu_{1,1} X_{1t} + \epsilon X_1 (\mu_{1,1} - \mu_{1,g}) + \bar{X}_1 (\mu_{1,1} - \mu_{1,v}) - S X_1 M_{1,s} = 0$$

$$\frac{dX_{1t}}{dq_t} + \mu_{1,1} (q_t) X_{1t} + f(q_t) = 0$$

$$X_{1t} = e^{-\int \mu_{1,1} dq_t} \left\{ C_1 - \int f(q_t) e^{\int \mu_{1,1} dq_t} dq_t \right\}$$

茲に $q_t = 0$ で $X_{1t} = 0$ から C_1 も求まる。

時間と共に変化するモーメント $X_t M = -X_{1t} Y$, はコンクリートとPC鋼線の両者によつて受けられる。 $X_t M(q_t) = \frac{X_t M(q_u)}{q_u} q$ と仮定すると、最初コンクリートとPC鋼線とに分担される曲げモーメントはコンクリートに対して、 $X_t M_{co}$; PC鋼線について $X_t M_{so}$ とすると次のようになる。

$$X_t M_{co} = (1 - \beta) X_t M(q_u) \frac{q_u}{q_u}$$

$$X_t M_{so} = \beta X_t M(q_u) \frac{q_t}{q_u}$$

時間と共にこの曲げモーメントはコンクリートから、PC鋼線に移動する。この移動量を $X_t M_{ct}$ とすると、次式で示される。

$$X_t M_{ct} = (1 - \beta) \frac{X_t M(q_u)}{q_u} \left(\frac{e^{-\beta q_t}}{\beta} - \frac{1}{\beta} + q_t \right) \quad (75.)$$

コンクリート断面に作図する曲げモーメントおよび軸方向力は次のようになる。

$$M_c = \sigma + M_{ct} = 0 - \frac{q}{8} M_{ct} - \frac{P}{N_{ct}} e + \frac{x}{t} M_{co} - \frac{x}{t} M_{ct}$$

$$N_c = F_c = 0 e^{-\frac{K}{1+r} \frac{P}{E_c}} = \frac{S_u}{S_u} D'_0 (1 - e^{-\frac{K}{1+r} \frac{P}{E_c}}) + \frac{q M_{co}}{e} (1 - e^{-\frac{P}{E_c}}) + \frac{1}{e} (\frac{x}{t} M_{co} + \frac{x}{t} M_{ct})$$

最後の応力度を求めるには、次式で求められる。

$$\sigma_c = \frac{M_c}{I_c} y + \frac{N_c}{A_c}$$

スパン9.8m、脚の高さ、2.5mのラーメンについて、プレストレス導入時の応力度および、コンクリートの乾燥収縮、クリープを生じたのちの応力状態を計算した結果を示す。

(図-3) プレストレス導入時の応力度は歪測定結果を同時に示してある。コンクリートの乾燥収縮量、クリープ値を次のように仮定した。梁に対して $\varphi_c = 30$, $E_s = 20 \times 10^{-5}$
脚に対して $\varphi_c = 15$, $E_s = 10 \times 10^{-5}$

(4) 築材を有するラーメンの試験について。

図-4に示すようなラーメンの載荷試験結果について報告する。

