

(11) プレストレスト コンクリート桁の振動性状に関する研究

建設省土木研究所 田 原 保 二

(A) 緒 言

プレストレスト コンクリート桁の振動性状について考究する場合には先づコンクリートそのものが常に圧縮の状態にありながら振動応力を受けることから生ずべきコンクリートの応力度一歪の履歴効果を見逃し得ない。この様な効果は振動の初期に於いて特に顕著に現はれ、振動の回数を経るに従ひ漸次遞減し、或る限界回数以上になれば殆んど無視し得る程微小となるが、結局に於いて桁はこの限界回数迄に受けた効果の累加によつて二次的に発生するPC鋼線の有効緊張力の減少の爲に若干の耐力を喪失する事となる。要するに繰返し荷重の影響はコンクリートの材料としての疲労は勿論上述の効果によつても収縮、クリープと同様な配慮がなされなければならない様に思はれる。

本論に於いては専ら上記の点についてのみ着目し、前段に於いて独自の仮定に基く理論的解析を試み、後段に於いて不完全ではあるが2, 3の現場実験による結果を検証的に対比した。

以上の実験結果よりの推論に関する限りこの様な現象の存在は是認されてよい様に思はれる。併しそのために桁の設計に際し特に従来と異つた特別の配慮を要する程でもないと考えられる。

(B) 理 論

(1) コンクリート及びPC鋼線のヤング係数

振動しつつある桁の第*i*回目過期でのヤング係数を

$E_c(i)$: コンクリートの加力曲線(圧縮)に沿うヤング係数

E_c : i に関係なく一定の弾性係数に等しい減力曲線に沿うコンクリートのヤング係数

α : コンクリートに特有な常数(正の常数)

Δn : $\Delta n = \frac{E_c - E_c(0)}{E_c(0)}$ (極めて小なる正の常数)

$$\text{とおけば一般に} \quad E_c(i) = E_c(0) \{1 + \Delta n (1 - e^{-\alpha i})\} \quad \text{----- ①}$$

$$n(i) = \frac{E_c}{E_c(i)} = \frac{1}{1 + \Delta n e^{-\alpha i}} \quad \text{----- ②}$$

次に $E_s(i)$: PC鋼線の加力曲線(引張)に沿うヤング係数

E_s : i に関係なく一定な弾性係数に等しい減力曲線に沿うPC鋼線のヤング係数

β : PC鋼線に特有な常数(正の常数)

Δm : $\Delta m = \frac{E_s - E_s(0)}{E_s(0)}$ (極めて小なる正の常数)

$$\text{但し} \quad m(i) = \frac{E_s}{E_s(i)} = \frac{1}{1 + \Delta m e^{-\beta i}} \quad \text{----- ③}$$

$$E_s(i) = E_s(0) \{1 + \Delta m (1 - e^{-\beta i})\} \quad \text{----- ④}$$

(2) 桁の中立軸の位置

図-1に示す如き通常の断面で桁の下端より中立軸の位置までの距離を桁の下向き曲げ上向き曲げに対し夫々 $\hat{e}(i)h$, $\check{e}(i)h$ (h = 桁高) とすれば

$$\check{e}(i) \doteq K_1 + K_2 \Delta n e^{-\alpha i} \quad \text{----- ⑤}$$

$$\hat{e}(i) \doteq K_1 + K_3 \Delta n e^{-\alpha i} \quad \text{----- ⑥}$$

K_1 , K_2 は桁に固有な常数で

$$K_1 = \frac{C_2}{C_1}, \quad K_2 = -\frac{1}{4C_1} \left[(C_3 + \frac{2C_2}{C_1})^2 - (C_3^2 - 4C_4) \right]$$

$$K_3 = +\frac{1}{4C_1} \left[(C_5 - \frac{2C_2}{C_1})^2 - (C_5^2 - 4C_6) \right] \div -K_2$$

$$C_1 = 2 + A_{u1} + A_{e1}, \quad C_2 = 1 + A_{u1} + A_{u2} - A_{e2}$$

$$C_3 = A_{e1}, \quad C_4 = A_{e2}, \quad C_5 = 2 + A_{u1}, \quad C_6 = 1 + A_{u1} + A_{u2}$$

$$A_{u1} = (2a_{u1} + a_{u2})(b_u - 1),$$

$$A_{u2} = -\left\{ (a_{u1})^2 + a_{u1}a_{u2} + \frac{1}{3}(a_{u2})^2 \right\} (b_u - 1)$$

$$A_{e1} = (2a_{e1} + a_{e2})(b_e - 1)$$

$$A_{e2} = -\left\{ (a_{e1})^2 + a_{e1}a_{e2} + \frac{1}{3}(a_{e2})^2 \right\} (b_e - 1)$$

$$a_{u1} = \frac{h_{u1}}{h}, \quad a_{u2} = \frac{h_{u2}}{h}, \quad a_{e1} = \frac{h_{e1}}{h}, \quad a_{e2} = \frac{h_{e2}}{h}$$

$$b_u = \frac{B_u}{B_w}, \quad b_e = \frac{B_e}{B_w}, \quad h_{u1}, h_{u2}, h_{e1}, h_{e2}, h, B_u, B_e$$

B_w は図-1参照。

(3) 桁の曲げ剛さ

桁の下向ききの曲げ、上向ききの曲げに対する曲げ剛さを夫々 $E(i)\check{I}(i)$, $E(i)\bar{I}(i)$ とすれば

$$E(i)\check{I}(i) \div E_c(I_1 + I_2 \Delta n e^{-\alpha i}) \dots\dots\dots ⑦$$

$$E(i)\bar{I}(i) \div E_c(I_1 + I_3 \Delta n e^{-\alpha i}) \dots\dots\dots ⑧$$

但しここに

$$I_1 = D_1 [D_2 \{D_4(D_4^2 - D_5) + 1 + (D_4^2 + D_5 - 3)K_1 - 3(D_4 - 1)K_1^2\}$$

$$- D_3 \{D_6(D_6^2 - D_7) + (D_6^2 + D_7)K_1 - 3D_6K_1^2\}$$

$$+ \{(1 - K_1)^2 - K_1(1 - 2K_1)\}]$$

$$I_2 = D_1 K_2 [D_2 \{(D_4^2 + D_5 - 3) - 6(D_4 - 1)K_1\} - D_3 \{(D_6^2 + D_7)$$

$$- 6D_6K_1\} - 3(1 - 2K_1)] - D_1 [D_3 \{D_6(D_6^2 - D_7) + (D_6^2$$

$$+ D_7)K_1 - 3D_6K_1^2\} - K_1^3]$$

$$I_3 = D_1 K_3 [D_2 \{(D_4^2 + D_5 - 3) - 6(D_4 - 1)K_1\} - D_3 \{(D_6^2 + D_7) - 6$$

$$D_6K_1\} - 3(1 - 2K_1)] + D_1 [D_2 \{D_4(D_4^2 - D_5) + 1 + (D_4^2 + D_5 - 3)K_1$$

$$- 3(D_4 - 1)K_1^2\} + (1 - K_1)^3]$$

$$D_1 = \frac{1}{3}B_w h^3, \quad D_2 = b_u - 1, \quad D_3 = b_e - 1, \quad D_4 = 1 - a_{u1} - \frac{a_{u2}}{2},$$

$$D_5 = 2(1 - a_{u1} - \frac{a_{u2}}{2})^2 + (\frac{a_{u2}}{2})^2, \quad D_6 = a_{e1} + \frac{a_{e2}}{2},$$

$$D_7 = 2(a_{e1} + \frac{a_{e2}}{2})^2 + (\frac{a_{e2}}{2})^2$$

(4) 振動に伴うP C鋼線の緊張力の変化

$\check{y}(i, x)$: x 断面に於ける i 番目の過期の下向き曲げによる動的撓みの全振巾

$\bar{y}(i, x)$: x 断面に於ける i 番目の過期で上向き曲げによる動的撓みの全振巾

$\check{p}(i, x)$: $\check{y}(i, x)$ に相当してP C鋼線に動的に作用する附加緊張力の最大増分
(水平分力)

$\bar{p}(i, x)$: $\bar{y}(i, x)$ に相当してP C鋼線に動的に作用する附加緊張力の最大減分
(水平分力)

F_c : 桁の有効断面積

F_s : P C鋼線の有効断面積

$a_s(x)$: x 断面に於ける桁下端よりP C鋼線の中心までの距離を $a_s(x)$ としたときの
 $\frac{h_s(x)}{h}$ の値

計算の結果

(4) 完全にグフウトが働く場合

$$\check{p}(i, x) = \frac{\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 h \check{y}_0(i) \{\check{k}(i) - a_s(x)\} \sin \frac{\pi x}{l}}{F_s E_s(i) + \frac{1}{F_c E_c(i)} \left[1 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 h \check{y}_0(i) \{\check{k}(i) - a_s(x)\} \sin \frac{\pi x}{l} \right]} \quad (9)$$

$$\hat{p}(i, x) = \frac{\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 h \hat{y}_0(i) \{\hat{k}(i) - a_s(x)\} \sin \frac{\pi x}{l}}{F_s E_s(i) + \frac{1}{F_c E_c(i)} \left[1 - \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 h \hat{y}_0(i) \{\hat{k}(i) - a_s(x)\} \sin \frac{\pi x}{l} \right]} \quad (10)$$

但し $\check{y}_0(i), \hat{y}_0(i)$ は夫々 $x = \frac{l}{2}$ に於ける $\check{y}_0(i, x), \hat{y}_0(i, x)$ の値である。(9) (10) 式でコンクリートの二次的な圧縮歪、伸び歪の影響を微小として無視し

$$\check{p}(i, x) = G_1 \check{y}_0(i) \{\check{k}(i) - a_s(x)\} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (11)$$

$$\hat{p}(i, x) = G_1 \hat{y}_0(i) \{\hat{k}(i) - a_s(x)\} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (12)$$

但し $G_1 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 h F_s E_s(i)$

(4) 全グフウトしない場合 (P C 鋼線の摩擦の影響を無視す。)

$$\check{p}(i) = \frac{\frac{2\pi h}{l^2} \check{y}_0(i) \{\check{k}(i) - \frac{\pi}{2l} \int_0^l a_s(x) \sin \frac{\pi x}{l} dx\}}{F_s E_s(i) + \frac{1}{F_c E_c(i)} \left[1 + \frac{2\pi h}{l^2} \check{y}_0(i) \{\check{k}(i) - \frac{\pi}{2l} \int_0^l a_s(x) \sin \frac{\pi x}{l} dx\} \right]} \quad (13)$$

$$\hat{p}(i) = \frac{\frac{2\pi h}{l^2} \hat{y}_0(i) \{\hat{k}(i) - \frac{\pi}{2l} \int_0^l a_s(x) \sin \frac{\pi x}{l} dx\}}{\frac{1}{F_s E_s(i)} + \frac{1}{F_c E_c(i)} \left[1 - \frac{2\pi h}{l^2} \hat{y}_0(i) \{\hat{k}(i) - \frac{\pi}{2l} \int_0^l a_s(x) \sin \frac{\pi x}{l} dx\} \right]} \quad (14)$$

$\check{y}_0(i), \hat{y}_0(i)$ は(9) (10) と同意である。この場合もコンクリートの二次的な歪の影響を無視し

$$\check{p}(i) = G_2 \check{y}_0(i) \{\check{k}(i) - G_3\} \quad (15)$$

$$\hat{p}(i) = G_2 \hat{y}_0(i) \{\hat{k}(i) - G_3\} \quad (16)$$

但し $G_2 = \frac{2\pi}{l} h F_s E_s(i)$, $G_3 = \frac{\pi}{2l} \int_0^l a_s(x) \sin \frac{\pi x}{l} dx$

G_1, G_2, G_3 は桁により固有な常数である。

(5) P C 鋼線の緊張力の变化に伴う附加曲げモーメントと之に対応する等価鉛直力

(4) 完全にグフウトが働く場合

$$\check{M}_p(i, x) = -G_4 \check{y}_0(i) \{\check{k}(i) - a_s(x)\}^2 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (17)$$

$$\hat{M}_p(i, x) = -G_4 \hat{y}_0(i) \{\hat{k}(i) - a_s(x)\}^2 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (18)$$

$$G_4 = \pi^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 F_s E_s(i), \quad \text{で桁による常数}$$

次に図-2の通り $\xi_j (j = 0, 1, 2, \dots, r)$ 及び x の範囲 $\xi_{j-1} < x_j \leq \xi_j$ を定義すれば $\xi_0 = 0, \xi_r = \frac{l}{2}$ であり、区間上の等価鉛直力 $g_p(x_j)$ 及び ξ_j 点上の等価鉛直力 $Q_p(\xi_j)$ は次式により求まる。

$$\check{g}_p(i, x_j) = -G_4 \check{y}_0(i) \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (\check{k}(i) - c_j)^2 - 2d_j^2 + 2(\check{k}(i) - c_j)d_j x_j + d_j^2 x_j^2 \right\} \sin \frac{\pi x_j}{l} - 4\left(\frac{\pi}{l}\right) \{\check{k}(i) - c_j\} d_j + d_j^2 x_j \cos \frac{\pi x_j}{l} \quad (19)$$

$$\hat{g}_p(i, x_j) = -G_4 \hat{y}_0(i) \left\{ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (\hat{k}(i) - c_j)^2 - 2d_j^2 + 2(\hat{k}(i) - c_j)d_j x_j + d_j^2 x_j^2 \right\} \sin \frac{\pi x_j}{l} - 4\left(\frac{\pi}{l}\right) \{\hat{k}(i) - c_j\} d_j + d_j^2 x_j \cos \frac{\pi x_j}{l} \quad (20)$$

$$\check{Q}_p(i, \xi_j) = -2G_u \check{y}_0(i) (d_j - d_{j+1}) \{ \check{k}(i) - (j) + d_j \xi_j \} \sin \frac{\pi \xi_j}{l} \dots \dots \dots (21)$$

$$\hat{Q}_p(i, \xi_j) = -2G_u \hat{y}_0(i) (d_j - d_{j+1}) \{ \hat{k}(i) - (j) + d_j \xi_j \} \sin \frac{\pi \xi_j}{l} \dots \dots \dots (22)$$

但しこゝに

$$a_s(x_j) = c_j - d_j x_j \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

(四) 全々グフウトしない場合

$$\check{M}_p(i, x) = -G_s \check{y}_0(i) \{ \check{k}(i) - G_3 \} \{ \check{k}(i) - a_s(x) \} \dots \dots \dots (23)$$

$$\hat{M}_p(i, x) = -G_s \hat{y}_0(i) \{ \hat{k}(i) - G_3 \} \{ \hat{k}(i) - a_s(x) \} \dots \dots \dots (24)$$

こゝに $G_3 = 2\pi \left(\frac{l}{L} \right)^2 F_s E_s(i) = \frac{2}{\pi} G_u$ で桁による常数

次に(イ)と同様 ξ_j, x_j を定義し、 ξ_j 点上の等価鉛直力 $Q_p(\xi_j)$ を求めると

$$Q_p(i, \xi_j) = -G_s \check{y}_0(i) (d_j - d_{j+1}) \{ \check{k}(i) - G_3 \} \dots \dots \dots (25)$$

$$\hat{Q}_p(i, \xi_j) = -G_s \hat{y}_0(i) (d_j - d_{j+1}) \{ \hat{k}(i) - G_3 \} \dots \dots \dots (26)$$

但し $j = 1, 2, \dots, r-1$ に対し

$$\check{Q}_p(i, \xi_0) = + \frac{1}{\delta} G_s \check{y}_0(i) \{ \check{k}(i) - C_1 \} \{ \check{k}(i) - G_3 \} \dots \dots \dots (27)$$

$$\hat{Q}_p(i, \xi_0) = + \frac{1}{\delta} G_s \hat{y}_0(i) \{ \hat{k}(i) - C_1 \} \{ \hat{k}(i) - G_3 \} \dots \dots \dots (28)$$

但し $j = 0$ に対し、 δ は桁端 $\xi_0 = 0$ より

桁の外側に任意に小さくとつた距離で $\delta > 0$ とし、 $\check{Q}_p(i, \xi_0), \hat{Q}_p(i, \xi_0)$ の作用点とする。(図-2参照)

(6) 桁中央に周期的強制力を加えたときの桁の振動方程式を週期 i に於いて

$$\frac{1}{2} F_c l \frac{p_0}{q} \frac{d^2 \eta_0(t)}{dt^2} + \nu \frac{d \eta_0(t)}{dt} + \frac{\pi^4 E(i) I(i)}{2 l^3} \eta_0(t) = X(t) \dots \dots \dots (29)$$

とする。但し上式中 $(i-1) \frac{2\pi}{\omega} \leq t < i \frac{2\pi}{\omega}$ で

p_0 : 桁の単位重量、

ν : 減衰に係る係数

$X(i): \eta_0(t)$ を一般座標にとるときの一般力

又 $\eta_0(t) = \frac{1}{2} y_0 \sin \omega t$, とし、 ω は強制力の角速度で一定であるとする。

$X(t)$ は強制力による一般力 $X_0(t)$ と、P C 鋼線の附加曲げモーメントによる一般力 X_p

(t) の和であつて

$$X_0(t) = Q_0 \sin \omega t, \quad Q_0: \text{強制力の最大値} \dots \dots \dots (30)$$

又 $X_p(t)$ は計算の結果

(イ) 完全にグフウトが働く場合

$$\check{X}_p(t) = - \left(\frac{\pi l}{L} \right)^2 F_s E_s(i) [U_1 \check{k}(i)^2 + U_2 \check{k}(i) + U_3] \check{\eta}_0(t) \dots \dots \dots (31)$$

$$\hat{X}_p(t) = - \left(\frac{\pi l}{L} \right)^2 F_s E_s(i) [U_1 \hat{k}(i)^2 + U_2 \hat{k}(i) + U_3] \hat{\eta}_0(t) \dots \dots \dots (32)$$

こゝに $U_1 = H_1 = \frac{\pi^2}{2L}, \quad U_2 = H_2 + H_4, \quad U_3 = H_3 + H_5$ で

$$H_1 = \frac{\pi}{L} \sum_{j=1}^r \left[\left(\frac{\pi}{L} \right) L_1(j) - \frac{1}{2} L_4(j) \right] = \frac{\pi^2}{2L}$$

$$H_2 = \frac{\pi}{\ell} \sum_{j=1}^r \left[-\left(\frac{\pi}{\ell}\right) (2c_j L_1(j) - d_j L_2(j)) + (c_j L_4(j) - d_j L_6(j)) + \frac{3}{2} \left(\frac{\ell}{\pi}\right) d_j L_8(j) \right]$$

$$H_3 = \frac{\pi}{\ell} \sum_{j=1}^r \left[\left(\frac{\pi}{\ell}\right) \left\{ c_j^2 L_1(j) - c_j d_j L_2(j) + \frac{1}{3} d_j^2 L_3(j) \right\} \right. \\ \left. - \left\{ \frac{1}{2} c_j^2 L_4(j) - c_j d_j L_6(j) + \frac{1}{2} d_j^2 L_8(j) \right\} \right. \\ \left. - \left\{ \frac{\ell}{\pi} \right\} \left\{ 2d_j^2 L_1(j) + \frac{3}{2} c_j d_j L_5(j) + \frac{1}{2} d_j^2 L_7(j) \right\} + \frac{1}{4} \left(\frac{\ell}{\pi}\right)^2 L_4(j) \right]$$

$$H_4 = 2 \sum_{j=1}^{r-1} (d_j - d_{j+1}) L_9(j) \quad H_5 = -2 \sum_{j=1}^{r-1} (d_j - d_{j+1}) (c_j - d_j \xi_j) L_9(j)$$

$$\text{又 } L_1(j) = \xi_j - \xi_{j-1}, \quad L_2(j) = \xi_j^2 - \xi_{j-1}^2, \quad L_3(j) = \xi_j^3 - \xi_{j-1}^3, \\ L_4(j) = \sin \frac{2\pi \xi_j}{\ell} - \sin \frac{2\pi \xi_{j-1}}{\ell}, \quad L_5(j) = \cos \frac{2\pi \xi_j}{\ell} - \cos \frac{2\pi \xi_{j-1}}{\ell}, \\ L_6(j) = \xi_j \sin \frac{2\pi \xi_j}{\ell} - \xi_{j-1} \sin \frac{2\pi \xi_{j-1}}{\ell}, \quad L_7(j) = \xi_j \cos \frac{2\pi \xi_j}{\ell} - \xi_{j-1} \cos \frac{2\pi \xi_{j-1}}{\ell}, \\ L_8(j) = \xi_j^2 \sin \frac{2\pi \xi_j}{\ell} - \xi_{j-1}^2 \sin \frac{2\pi \xi_{j-1}}{\ell}, \quad (j = 1, 2, \dots, r) \\ L_9(j) = 1 - \cos \frac{2\pi \xi_j}{\ell}$$

(四) 全*グフウトをしない場合

$$\hat{X}_p(t) = -\left(\frac{\pi \ell}{2}\right)^2 F_5 E_5(t) [U_4 \hat{k}(t)^2 + U_5 \hat{k}(t) + U_6] \hat{\eta}_0(t) \quad (33)$$

$$\hat{X}_p(t) = -\left(\frac{\pi \ell}{2}\right)^2 F_5 E_5(t) [U_4 \hat{k}(t)^2 + U_5 \hat{k}(t) + U_6] \hat{\eta}_0(t) \quad (34)$$

こゝに

$$U_4 = -H_8 = -\frac{4}{\ell}, \quad U_5 = H_6 - H_9, \quad U_6 = H_7 - H_{10}$$

$$\text{但し } H_6 = \sum_{j=1}^{r-1} (d_j - d_{j+1}) L_{13}(j), \quad H_7 = \sum_{j=1}^{r-1} (d_j - d_{j+1}) L_{13}(j) \\ \times \sum_{j=1}^r \left\{ \left(\frac{\ell}{\pi}\right) d_j L_{10}(j) + c_j L_{11}(j) - d_j L_{12}(j) \right\}$$

$$H_8 = \frac{4}{\ell}, \quad H_9 = \frac{4}{\ell} \left[\sum_{j=1}^r \left\{ \left(\frac{\ell}{\pi}\right) d_j L_{10}(j) + c_j L_{11}(j) - d_j L_{12}(j) \right\} c_j \right]$$

$$H_{10} = -\frac{4}{\ell} c_1 \sum_{j=1}^r \left\{ \left(\frac{\ell}{\pi}\right) d_j L_{10}(j) + c_j L_{11}(j) - d_j L_{12}(j) \right\}$$

$$L_{10}(j) = \sin \frac{\pi \xi_j}{\ell} - \sin \frac{\pi \xi_{j-1}}{\ell}, \quad L_{11}(j) = \cos \frac{\pi \xi_j}{\ell} - \cos \frac{\pi \xi_{j-1}}{\ell}$$

$$L_{12}(j) = \xi_j \cos \frac{\pi \xi_j}{\ell} - \xi_{j-1} \cos \frac{\pi \xi_{j-1}}{\ell}, \quad L_{13}(j) = \sin \frac{\pi \xi_j}{\ell}$$

従つて U_1, U_2, U_3 及び U_4, U_5, U_6 は夫*桁に固有の常数となる。

(30), (31), (32), (33), (34) の結果を (29) 式に代入し $\eta_0(t)$ について解くと

(1) グフウトが完全に働く場合

$$\hat{\eta}_0(t) = \frac{2 R_0 \sin(\omega t - \theta)}{\left\{ \left(\frac{\pi \ell}{2} (E(t)) \hat{I}(t) + R^2 F_5 E_5(t) \hat{k}(t)^2 + R_1 \hat{k}(t) + R_2 \right) - \frac{W_c \omega^2}{g} \right\}^2 + (2 V \omega)^2 }^{\frac{1}{2}} + \hat{\eta}_0(t) \quad (35)$$

但し θ は ωt との位相のずれ $\hat{\eta}_0(t)$ は自由減衰振動で抵抗により次第に零に近付く。

$$\hat{\eta}_0(t) = \frac{2 R_0 \sin(\omega t - \theta')}{\left\{ \left(\frac{\pi \ell}{2} (E(t)) \hat{I}(t) + R^2 F_5 E_5(t) \hat{k}(t)^2 + R_1 \hat{k}(t) + R_2 \right) - \frac{W_c \omega^2}{g} \right\}^2 + (2 V \omega)^2 }^{\frac{1}{2}} + \hat{\eta}_0(t) \quad (36)$$

$W_c = \int_0^{\ell} F_c \ell$ で桁の自重、 R_1, R_2 は桁に固有な常数で

$$R_1 = \frac{H_2 + H_4}{H_1} = \frac{U_2}{U_1}, \quad R_2 = \frac{H_3 + H_5}{H_1} = \frac{U_3}{U_1}$$

(ロ) 全フットをしない場合

$$\hat{y}_0(x) = \frac{2Q_0(\sin(\omega t - \theta''))}{\left[\frac{\pi^4}{\ell^3} (E(i)I(i) - \frac{8}{\pi^2} R^2 F_3 E_3(i) K(i)^2 + R_3 K(i) + R_4) - \frac{W_C}{g} \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \gamma_0''(x)} \quad (37)$$

$\theta'', \gamma_0''(x)$ は(イ)の場合と同意である。

$$\hat{y}_d(t) = \frac{2Q_0 \sin(\omega t - \theta'')}{\left[\frac{\pi^4}{\ell^3} (E(i)I(i) - \frac{8}{\pi^2} R^2 F_3 E_3(i) K(i)^2 + R_3 K(i) + R_4) - \frac{W_C}{g} \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} + (2V\omega)^2} + \gamma_0''(t) \quad (38)$$

$$W_C = \rho_c F_c \ell, \quad R_3 = -\frac{H_6 - H_9}{H_8} = -\frac{U_5}{U_4}, \quad R_4 = -\frac{H_7 - H_{10}}{H_8} = -\frac{U_6}{U_4}$$

で夫々桁に固有な常数である。

(7) 振動による動的撓み振幅の増加とP C鋼線張力の減少

遅期 i の初期と終期に於ける、桁中央での動的撓み振幅の増加を $\Delta y_0(i)$ とすれば

(イ) フットが完全に働く場合

$$\Delta y_0(i) = \hat{y}_0(i) - \tilde{y}_0(i) = 2(\hat{y}_0(t)_{\max} - \tilde{y}_0(t)_{\max})$$

計算の結果、若干の省略を行つて

$$\Delta y_0(i) = 4Q_0 \left\{ \lambda_1 - \frac{1}{2}(\lambda_2 \Delta n e^{-\alpha i} + \lambda_3 \Delta n e^{-\beta i}) \right\}$$

故に $i = 1 \sim N$ の間での増加の合計 $y_0(N)$ は

$$y_0(N) = \sum_{i=1}^N \Delta y_0(i) = -2Q_0 \lambda_2 \Delta n \frac{1 - e^{-\alpha N}}{\alpha - 1} \div -2Q_0 \lambda_2 \Delta n \frac{1 - e^{-\alpha N}}{\alpha} \quad (39)$$

但し α が極めて小なるとき。

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_3 = 0$$

$$\lambda_2 = 2 \frac{\ell^3}{\pi^4} S_1 S_2 S_3^{-\frac{3}{2}}$$

$$S_1 = E_c I_1 + R^2 F_3 E_3 (K_1^2 + R_1 K_1 + R_2) - \frac{\ell^3}{\pi^4} \frac{W_C}{g} \omega^2$$

$$S_2 = R^2 F_3 E_3 \{ (2K_1 + R_1)(K_3 - K_2) \} + E_c (I_3 - I_2)$$

$$S_3 = S_1^2 + \frac{\ell^3}{\pi^8} \times 4V^2 \omega^2$$

(ロ) フットが全く働かない場合

$$\Delta y_0(i) = \hat{y}_0(i) - \tilde{y}_0(i) = 2(\hat{y}(t)_{\max} - \tilde{y}(t)_{\max})$$

$$= 4Q_0 \left\{ \lambda_4 - \frac{1}{2}(\lambda_5 \Delta n e^{-\alpha i} + \lambda_6 \Delta n e^{-\beta i}) \right\}$$

$$S_1, y_0(N) = \sum_{i=1}^N \Delta y_0(i)$$

$$= -2Q_0 \lambda_5 \Delta n \frac{1 - e^{-\alpha N}}{\alpha - 1} \div -2Q_0 \lambda_5 \Delta n \frac{1 - e^{-\alpha N}}{\alpha} \quad (40)$$

但し α が極めて小なるとき。

次に

$$\lambda_4 = 0 \quad \lambda_6 = 0$$

$$\lambda_5 = 2 \frac{\rho^3}{\pi^2} S_4 \cdot S_5 S_6^{-\frac{3}{2}}$$

$$\text{又 } S_4 = E_c I_1 - \frac{\theta}{\pi^2} R^2 F_s E_s (K_1^2 + R_3 K_1 + R_4) - \frac{\rho^3}{\pi^4} \frac{W_c}{g} \omega^2$$

$$S_5 = -\frac{\theta}{\pi^2} R^2 F_s E_s \{ (2K_1 + R_3)(K_3 - K_2) \} + E_c (I_3 - I_2)$$

$$S_6 = S_4^2 + \frac{\rho^6}{\pi^8} \cdot 4 V^2 \omega^2$$

(39) (40) 式で λ_2, λ_5 は図 - 1 の如き断面では負号をとるから振幅は N と共に増大する。

又 PC 鋼線の緊張力の減少量を週期 i の初期と終期に於いて $\Delta p(i)$ とすると、 $x = \frac{\rho}{2}$ の桁中央では

(1) グラウトが完全に働く場合

$$\Delta p(i) = \bar{p}(i) \max - \frac{1}{2} \{ \bar{p}(i) \max + \bar{p}(i+1) \max \}$$

$$= G \{ \bar{y}_0(i) \{ \bar{r}_0(i) - C_r \} - \frac{1}{2} \{ \bar{y}_0(i) \{ \bar{r}_0(i) - C_r \} + \bar{y}_0(i+1) \{ \bar{r}_0(i+1) - C_r \} \} \}$$

$$= Q_0 \mu_1 (\mu_2 \Delta n e^{-\alpha i} + \mu_3 \Delta m e^{-\beta i})$$

故に $i = 1 \sim N$ の間での減少の合計 $p(N)$ は

$$p(N) = \sum_{i=1}^N \Delta p(i) = Q_0 \mu_1 \{ \mu_2' \Delta n (1 - e^{-\alpha N}) + \mu_3' \Delta m (1 - e^{-\beta N}) \} \dots (41)$$

$$\mu_1 = -\frac{2}{\pi^2} R L F_s E_s \cdot S_3^{-\frac{3}{2}}$$

$$\mu_2' = (K_1 - C_r) S_4 \left\{ \frac{2S_5}{\alpha} + \bar{S}_2(\alpha) \cdot \frac{1}{1+\alpha} \right\} - S_3 \left\{ \frac{2(K_3 - K_2)}{\alpha} + K_2 \cdot \frac{1}{1+\alpha} \right\}$$

$$\mu_3' = (K_1 - C_r) S_4 \cdot S_5(\beta) \cdot \frac{1}{1+\beta}$$

$$\bar{S}_2(\alpha) = E_c I_2 + R^2 F_s E_s (2K_1 + R_1) K_2, \quad S_2(\beta) = R^2 F_s E_s (K_1^2 + R_1 K_1 + R_2)$$

(2) グラウトが全く働かない場合

$$\Delta p(i) = \bar{p}(i) \max - \frac{1}{2} \{ \bar{p}(i) \max + \bar{p}(i+1) \max \}$$

$$= G_2 \{ \bar{y}_0(i) - G_3 \} - \frac{1}{2} \{ \bar{y}_0(i) \{ \bar{r}_0(i) - G_3 \} + \bar{y}_0(i+1) \{ \bar{r}_0(i+1) - G_3 \} \}$$

$$= Q_0 \mu_4 (\mu_5 \Delta n e^{-\alpha i} + \mu_6 \Delta m e^{-\beta i})$$

$$\therefore p(N) = \sum_{i=1}^N \Delta p(i) = Q_0 \mu_4 \{ \mu_5' \Delta n (1 - e^{-\alpha N}) + \mu_6' \Delta m (1 - e^{-\beta N}) \} \dots (42)$$

$$\mu_4 = -\frac{4}{\pi^3} R L F_s E_s \cdot S_6^{-\frac{3}{2}}$$

$$\mu_5' = (K_1 - G_3) S_4 \left\{ \frac{2S_5}{\alpha} + \bar{S}_5(\alpha) \cdot \frac{1}{1+\alpha} \right\} - S_6 \left\{ \frac{2(K_3 - K_2)}{\alpha} + K_2 \cdot \frac{1}{1+\alpha} \right\}$$

$$\mu_6' = (K_1 - G_3) S_4 \cdot S_5(\beta) \cdot \frac{1}{1+\beta}$$

$$\bar{S}_5(\alpha) = E_c I_2 - \frac{\theta}{\pi^2} R^2 F_s E_s (2K_1 + R_3) K_2$$

$$S_5(\beta) = -\frac{\theta}{\pi^2} R^2 F_s E_s (K_1^2 + R_3 K_1 + R_4)$$

(41), (42) 式で $\mu_2', \mu_3', \mu_5', \mu_6'$ は 図 - 1 の断面では負号をとるから有効緊張力は N と共に減少する。

(8) 振動による静的撓みの増加

PC 鋼線の緊張力の減少に伴い桁の静的撓みは N と共に増大する。即ち $\Delta P(N, x)$ を週期 N 迄の減少量とし $\Delta M(N, x) = \Delta P(N, x) \{ \bar{r}_0(N) - a_s(x) \} R$ を $\Delta P(N, x)$ に基づく曲げモーメントの減少とすれば、 $Y(N, x)$ を週期 N 迄に於ける静的撓みの増加として

$$\frac{d^2 Y(N, x)}{dx^2} = \frac{\Delta M(N, x)}{E(N) I(N)}$$

$$\therefore Y(N, x) = \frac{R}{E(N) I(N)} \iint_x \Delta P(N, x) \{ \bar{r}_0(N) - a_s(x) \} dx \cdot dx \dots (43)$$

$x = \frac{l}{2}$ では $P(N, \frac{l}{2})$ は (44) (42) 式の $P(N)$ と $\frac{l}{2}$ 致す。又 $E(N) \dot{Y}(N) = E c(I_1 + I_2 \Delta \pi e^{-\Delta N})$, $\dot{P}(N) = K_1 + K_2 \Delta \pi e^{-\Delta N}$, $Q_s(x) = c_j - d_j x_j$ ($j=1, 2, \dots, r$) で与えられるから $x = \frac{l}{2}$ に於ける静的撓みの増加 $Y(N, \frac{l}{2})$ は次式により容易に求められる。即ち

$$(1) \text{ グラウトが完全に働くとき } \Delta P(N, x) = P(N) \sin \frac{\pi x}{l} \quad (44)$$

$$\therefore Y(N, \frac{l}{2}) = -2 Q_0 \mu_2 \Delta \pi \frac{1 - e^{-\Delta N}}{2} \times Z_1(N, \frac{l}{2}) \times \frac{P}{E c(I_1 + I_2 \Delta \pi e^{-\Delta N})}$$

$$\therefore Z_1(N, \frac{l}{2}) = \sum_{j=1}^r \int_{x_{j-1}}^{x_j} \{ (K_1 + K_2 \Delta \pi e^{-\Delta N}) - (c_j - d_j x_j) \} \sin \frac{\pi x_j}{l} dx_j \quad (45)$$

$$(2) \text{ グラウトが全く働かないとき } \Delta P(N, x) = P(N) \quad (46)$$

$$\therefore Y(N, \frac{l}{2}) = -2 Q_0 \mu_2 \Delta \pi \frac{1 - e^{-\Delta N}}{2} \times Z_2(N, \frac{l}{2}) \times \frac{P}{E c(I_1 + I_2 \Delta \pi e^{-\Delta N})}$$

$$\therefore Z_2(N, \frac{l}{2}) = \sum_{j=1}^r \int_{x_{j-1}}^{x_j} \{ (K_1 + K_2 \Delta \pi e^{-\Delta N}) - (c_j - d_j x_j) \} dx_j \quad (47)$$

$Z_1(N, \frac{l}{2})$ $Z_2(N, \frac{l}{2})$ は夫々桁によつて固有な常数と N のみの函数となる。 $Z_1(N, \frac{l}{2})$ $Z_2(N, \frac{l}{2})$ は常に正号をとるから $Y(N, \frac{l}{2})$ は N と共に増大し $N = \infty$ で一定値となる。

(9) 実験値との検証

赤城見橋(支間14.6m)、星野橋(支間17.44m)何れもグラウトを施さない桁について振動試験を行った結果(B)に述べた各常数及び $Y(N, \frac{l}{2})$ の実験値は表-1及び図-3の通りであつて、図-3より を逆に推定することが出来る。

かゝる $\Delta \pi$ を試みて (44) (42) 式に代入し $P(N)$ を計算すると $N = \infty$ に対しては $x = \frac{l}{2}$ で

赤城見橋 $P(\infty) = 7.5 \text{ ton} = \text{初期緊張力の } 5 \%$

星野橋 $P(\infty) = 6.5 \text{ ton} = \quad \quad \quad 4.2 \%$

之だけ振動により緊張力を喪失した結論となる。

但し以上の結論は振動回数4万回~10万回の資料より得たものであり、実験時間4時間~8時間中のコンクリート、PC鋼線のクリープ、リフクセーションの影響を全く無視したものであり、かゝる影響を実験値に於いて予め考慮し差引けば緊張力の喪失率は更に相対小廻るものと思はれる。

表 - 1

区 分	赤 城 見 橋	星 野 橋
常 数		
B_u, B_e, B_w	95cm, 30cm, 12cm	100cm, 32cm, 14cm
k_{u1}, k_{u2}	12cm, 4cm	13cm, 4.5cm
k_{e1}, k_{e2}	14cm, 9cm	16cm, 9cm
k, l	75cm, 14.6m	90cm, 17.44m
$(\xi_j, Q_s(\xi_j), k)$	(0.34cm); (43m, 8.9cm)	(0.41, 7.2); (2.845m, 14.3cm); (5.775m, 8.25cm)
Q_0	236kg	185kg
ω	34.02	30.14
D	4.42	4.19
初期緊張力	140 ton	168 ton

図-1

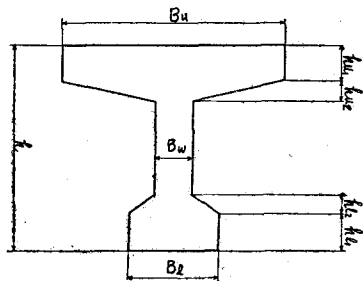


図-2

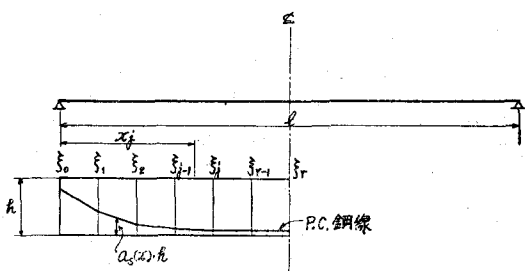


図-3

