

不飽和浸透問題に対する Physics-Informed Neural Networks の適用性

鹿児島大学工学 学生会員 ○福永竜世

鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 正会員 伊藤真一, 酒匂一成

1. はじめに

機械学習に代表される AI 技術が急速に発展し、土木分野においても Neural Network(以下, NN)を用いた技術開発が進められている。しかし, NN によって算出される予測結果は, 物理法則に基づいていないため, 物理モデルの計算に対する NN の適用事例は少ない。そこで, 近年, NN の予測結果に物理的意味を付与する方法として Physics-Informed Neural Networks(以下, PINNs)¹⁾が提案されている。PINNs は, NN モデルを構築する際の損失関数に初期条件, 境界条件, 支配方程式などを導入することで, 物理法則に基づく解を出力できる NN である。PINNs を用いる利点として, 順解析における計算の高速化や計測データに基づく材料パラメータの逆解析などが期待できる。本研究では, 地盤工学における諸課題に対して PINNs を適用するための基礎研究として, 数値実験によって不飽和浸透問題に対する PINNs の適用性を検証する。具体的には, 保水性の異なる 2 種類の土試料(珪砂, 東俣シラス)を用いた場合の土柱法による保水性試験を対象として, まずは, モデル底面からの不飽和浸透挙動を有限要素法(Finite Element Method, FEM)によって解析する。そして, その解析結果の一部に基づいて PINNs モデルを構築し, FEM と PINNs による解析結果を比較することで, 不飽和浸透問題に対する PINNs の適用性について考察する。

2. FEM(有限要素法)による再現

写真-1 は対象とした土柱法による保水性試験の様子を示している。本研究では, 自由水面上に立てられた土柱が吸水する際の浸透挙動を再現することとした。FEM による不飽和・飽和浸透流解析の支配方程式としては式(1)に示す Richards 式を用いて, 水分特性曲線モデルとしては式(2)に示す van Genuchten モデルを, 不飽和透水係数モデルとしては式(3)に示す Mualem モデルを用いた。

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + 1 \right) \right\} \tag{1}$$

$$S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r) = \left\{ 1 + (-\alpha \psi)^n \right\}^{-m} \tag{2}$$

$$k = k_s \times S_e^{0.5} \left\{ 1 - (1 - S_e^{1/m})^m \right\}^2 \tag{3}$$

ここに, C は比水分容量であり, $C = \partial \theta / \partial \psi$ で表される。 θ は体積含水率, ψ は圧力水頭, $k(\psi)$ は不飽和透水係数, S_e は有効飽和度, θ_s は飽和体積含水率, θ_r は残留体積含水率, α, n はモデルの形状を決定するパラメータであり, k_s は飽和透水係数を表している。

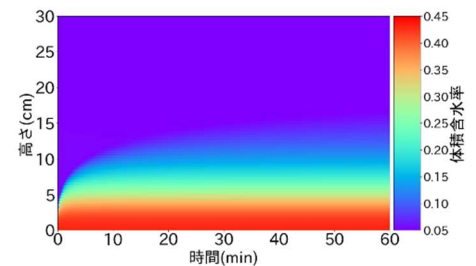
土の不飽和浸透特性に関するパラメータ ($\theta_s, \theta_r, \alpha, n, k_s$) は融合粒子フィルタ(MPF)²⁾によって推定した。表-1 は土試料ごとの推定されたパラメータの平均値を示している。図-1 はそのパラメータの平均値を用いて FEM による不飽和・飽和浸透流解析を行った際の体積含水率の時空間分布を表している。PINNs モデルの構築にあたり, 不飽和浸透特性に関する 5 つのパラメータは表-1 に示す値を用いて, 土柱の高さ 10cm と 20cm における体積含水率の経時変化を計測データとして用いることとした。

表-1 データ同化によって推定されたパラメータの事後分布の平均値

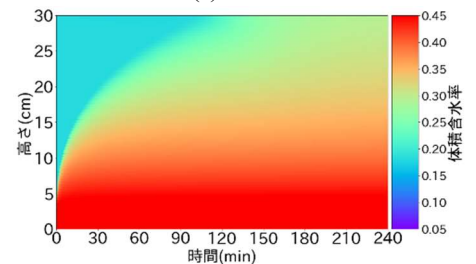
	θ_s	θ_r	α (1/cm)	n	k_s (m/s)
珪砂	0.428	0.017	2.825	0.180	6.65×10^{-4}
東俣シラス	0.512	0.096	1.442	0.163	1.06×10^{-3}



写真-1 土柱法による保水性試験



(a) 珪砂



(b) 東俣シラス

図-1 FEMによる体積含水率の時空間分布

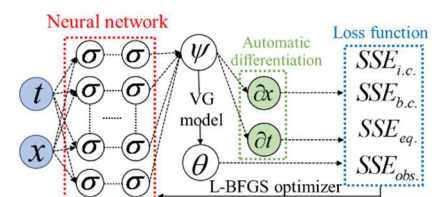


図-2 本研究で用いた PINNs モデル構造

3. 解析手法

図-2 は本研究で用いた PINNs モデルの構造を示している。時間情報 t 、空間情報 x を入力して、それらに対する圧力水頭 ψ を出力するモデルを構築した。圧力水頭 ψ から体積含水率 θ への変換式として式(2)に示す van Genuchten モデルを用いた。損失関数として二乗和誤差(sum of Squared Error, SSE)を採用し、PINNsモデルを構築するための損失関数は以下のように設定した。

$$SSE = SSE_{i.c.} + SSE_{b.c.} + SSE_{eq.} + SSE_{obs.10cm} + SSE_{obs.20cm} \quad (4)$$

ここに、 $SSE_{i.c.}$ は初期条件、 $SSE_{b.c.}$ は境界条件、 $SSE_{eq.}$ は支配方程式、 $SSE_{obs.10cm}$ 、 $SSE_{obs.20cm}$ は高さ 10cm と 20cm における計測データに関する損失関数を表している。計測データとしては、高さ 10cm と 20cm のデータのみを与えて PINNs モデルを構築した。

4. 解析結果

図-3 は構築された PINNs モデルに未学習のテストデータを適用した際の体積含水率の時空間分布を示している。図-1 と比較して、どちらの土に対しても FEM による解析結果と類似した時空間分布を出力できている。次に、より詳細に体積含水率の経時変化を確認するために、PINNs と FEM で高さごとの体積含水率の解析結果を比較した。図-4 は PINNs モデルの学習に用いた高さ 10cm、20cm の解析結果の比較を示しており、図-5 は学習に用いていない高さ 5cm、15cm、25cm におけるそれを示している。PINNs による解析結果は、学習に用いた高さ 10cm、20cm だけでなく未学習の高さ 5cm、15cm、25cm における体積含水率の値や上昇のタイミングなどを適切に再現できている。これは、計測データだけでなく不飽和浸透特性に関する物理法則も満たす NN モデルを構築できたためである。以上より、PINNs による不飽和浸透シミュレーションは十分に表現可能であることが明らかになった。

5. まとめ

本研究では、土柱法による保水性試験を対象として、数値実験によって不飽和浸透問題に対する PINNs の適用性を検証した。その結果、保水性の異なる 2 種類の土試料に対して、PINNs で FEM と同様の体積含水率の時空間分布を再現することができた。このことから、不飽和浸透シミュレーションにおいて FEM と同等の解析結果を PINNs によって得られることを示した。今後の展開としては、地表面からの降雨浸透問題に対する定式化や PINNs による計測データに基づく不飽和浸透特性の逆解析に取り組む予定である。

参考文献

- 1) Raissi ほか : Physics informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, J. Comput. Phys., Vol.378, pp.686-707, 2019.
- 2) 河野優樹ほか : データ同化を導入した土柱法による不飽和浸透特性推定手法の提案, Proceedings of the Kansai Geo-Symposium 2020 地下水地盤環境・防災・計測技術に関するシンポジウム論文集, pp.43-48, 2020.

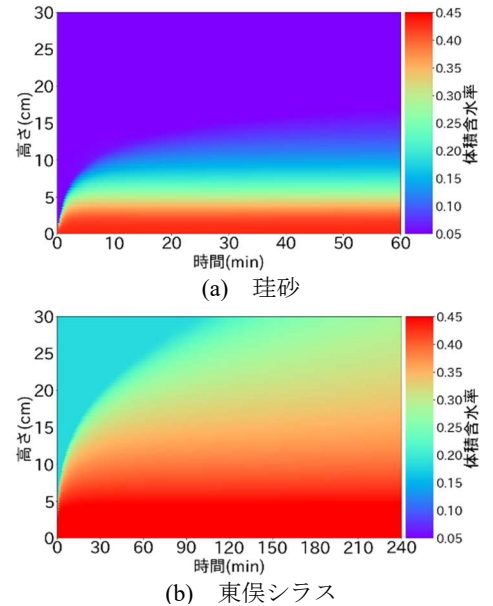


図-3 PINNs による体積含水率の時空間分布

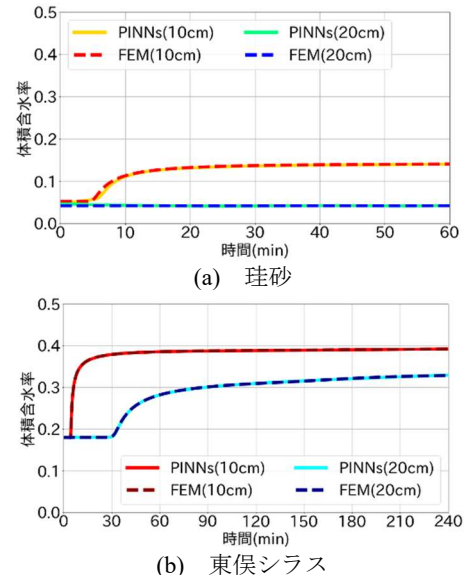


図-4 高さ 10cm、20cm における体積含水率の経時変化

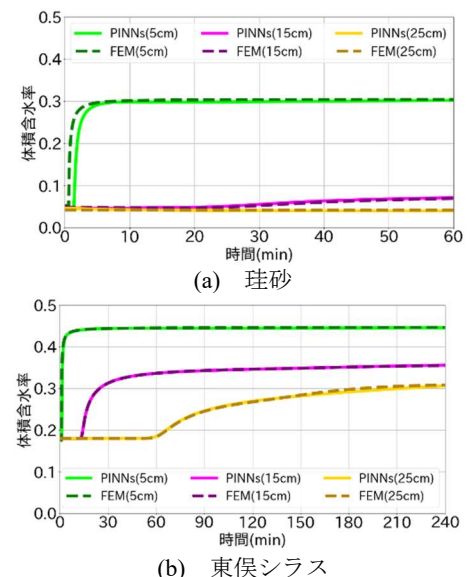


図-5 高さ 5cm、15cm、25cm における体積含水率の経時変化