

輪石の開閉を伴う石橋の揺れ運動方程式の係数 β を求める式

(株) 建設プロジェクトセンター 正員 筒井光男
 熊本大学 フェロー 山尾敏孝
 福岡大学 正員 坂田 力

1. はじめに

輪石のみの石橋が、輪石の開閉を伴って揺れる運動方程式として「 $\ddot{y} = -\beta g$ 」を提案した¹⁾。式中の y は鉛直座標、 g は重力加速度、 β は揺れの状態を代表する係数である。 β はアーチ輪石が崩壊する橋軸方向水平震度にあたり、模型傾斜崩壊実験で求めることができる。ここでは、崩壊水平震度として β を求める方法を提案する。

2. 仮定と手順

アーチ輪石形状は円弧が多く、輪石のみアーチの軸力線はカテナリーであるが、計算上まず、放物線と近似し、軸力線は輪石厚中心に有るとして式を進め、後に形状の違いを考慮する。

- 1) 図-1に示すアーチに水平荷重が作用すると、曲げモーメントが大きい起拱部(図-2A・B点)の軸力線が偏心し輪石の端部に移動する。さらに荷重を増すと、起拱部の軸力線は端部のままで、支間 L の1/4点付近(C・D点)の軸力線の偏心が大きくなり、輪石端部に至り、4ヒンジとなって崩壊する。
- 2) 起拱部軸力線が輪石端部に来ると、反力の作用位置が輪石厚 T の1/2だけ偏心するため、端モーメント M_t が発生する(図-3)。このモーメントは起拱部を離れるに従い減少し、クラウンで零になる(図-3)。このモーメントが崩壊に対する抵抗を増加させることを考慮する。
- 3) 輪石が自立できるかどうかは、輪石のみのアーチ軸力線であるカテナリーと、実アーチの円弧との偏心量を用いて判定できる。起拱部とクラウンを共有するカテナリーと円の差を δ とすると、輪石厚が δ であればヒンジが4個以上となり、自立しない(図-4)。図-4は、中心角 θ が 106° と半円の場合を、中心軸を境に半分ずつ示している。これを踏まえ、軸力線偏心の影響を、偏心量だけ輪石厚が小さいと見なす方法¹⁾で考慮する。

3. 式の展開

等分布水平荷重 q を受ける2ヒンジアーチの $L/4$ 点付近の曲げモーメント Ma は約 $qf^2/4$ である(f はライズ)(図-5)。 $L/4$ 点付近の傾きを α_1 、起拱部の傾きを α_2 とする。このとき、 $L/4$ 点付近の抵抗モーメントは、式(1)となる。式中の H はアーチ水平力である。端モーメント M_t は軸力に $T/2$ を乗じた値となる(図-3)。この M_t には、実形状である円弧と軸力線である放物線の角度差を考慮する(式(2)、図-6)。 M_t は $L/4$ 点付近では1/2になると考える。このとき、 $L/4$ 点の抵抗モーメントは両者を加えた式(3)となる。

$$M_{r1} = \frac{H \cdot T}{2 \cos \alpha_1} \quad (1)$$

$$M_t = \frac{H \cdot T \cdot \tan \alpha_2}{2 \cdot \sin(\frac{\theta}{2})} \quad (2)$$

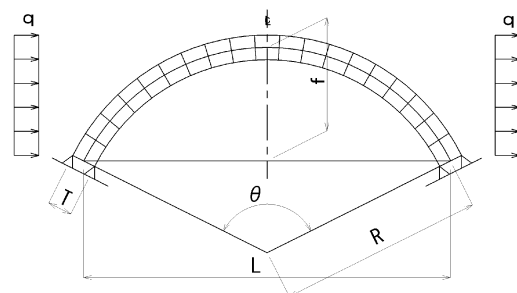


図-1 計算モデル

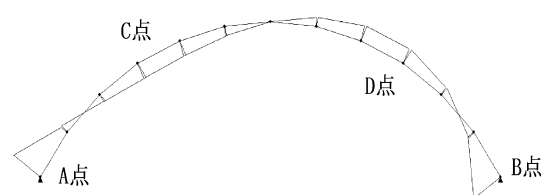


図-2 水平荷重による曲げモーメント

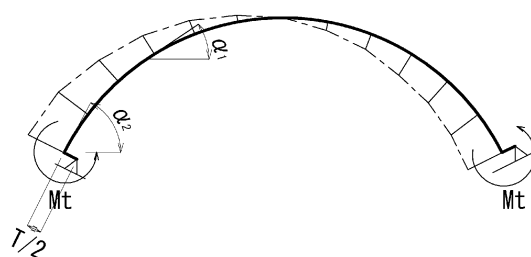


図-3 端モーメントとM図

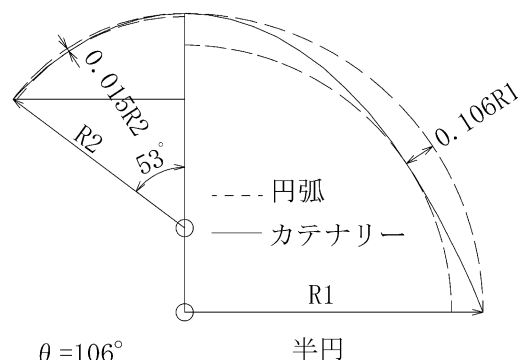


図-4 カテナリーと円の差

$$Mr = H \cdot T \left(\frac{1}{2\cos\alpha_1} + \frac{\tan\alpha_2}{4 \cdot \sin(\frac{\theta}{2})} \right) \quad (3)$$

作用モーメント Ma と式 (3) が等しいと置く。このとき、 $H=wL^2/(8f)$ 、式中の w は輪石自重、水平震度を k 、 $q=w \cdot L \cdot k/(2f)$ と近似し、 L と f を極座標表示すると、

$$k = \frac{T}{R(1-\cos(\frac{\theta}{2}))^2} \left(\sqrt{2(1-\cos(\frac{\theta}{2}))} + \frac{1-\cos(\frac{\theta}{2})}{\sin(\frac{\theta}{2})} \right) \quad (4)$$

R はアーチ半径である。抵抗モーメントと作用モーメントが一致するときの水平加速度は β であること、さらに、偏心の影響を考慮すると、次式となる。

$$\beta = \frac{T-\delta}{R(1-\cos(\frac{\theta}{2}))^2} \left(\sqrt{2(1-\cos(\frac{\theta}{2}))} + \frac{1-\cos(\frac{\theta}{2})}{\sin(\frac{\theta}{2})} \right) \quad (5)$$

これが β を求める式である。式は中心角 θ 、輪石厚 T 、半径 R および偏心量 δ の関数となった。

4. 数値計算

δ/R は106度のとき0.015、180度で0.106である¹⁾ (図-4)、2点を直線補間・延長して求め、中心角 $\theta=100^\circ$ から 180° までの数値を入れたら、式 (5) は図-7となる。図では、中心角 θ が小さくなると β は大きくなるのが判る。グラフ下端は $\beta=0$ であり、各中心角に対応する δ の値となっている。なお、図には文献 (1) の模型傾斜実験結果も示しているが、両者はほぼ一致している。

5. アーチ形状が正円ではない時

アーチ形状が正円ではない場合でも、図-4の方法で偏心量 δ を求め、必要に応じて図-6の取り扱いから決まる式 (2) を修正すれば、対応する β を求めることができるものとする。同様に非対称の場合の耐震性判定にも利用できると考えられるが、その場合は加速の方向により β が異なる。

6. まとめ

輪石のみの石橋が輪石の開閉を伴って揺れる運動方程式の係数 β を求める式を作成した。 β は石橋の半径 R ・中心角 θ ・輪石厚 T そして、輪石形状である円とカテナリーの差 δ の関数となった。文献 (1) の模型実験結果ともほぼ一致している。 β は石橋が崩壊するときの橋軸方向水平水震度でもあるため、架設時や改修時の耐震性の確認に利用できる。

参考文献

1) 筒井、輪石の開閉を伴って揺れる石橋の安定性について、土木構造・材料論文集、35号、2019.12

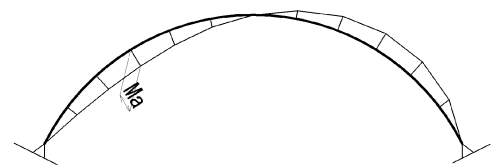


図-5 2ヒンジアーチ作用モーメント

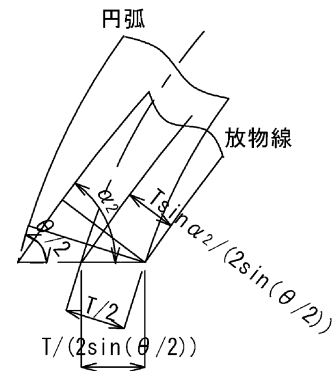


図-6 基部寸法取合

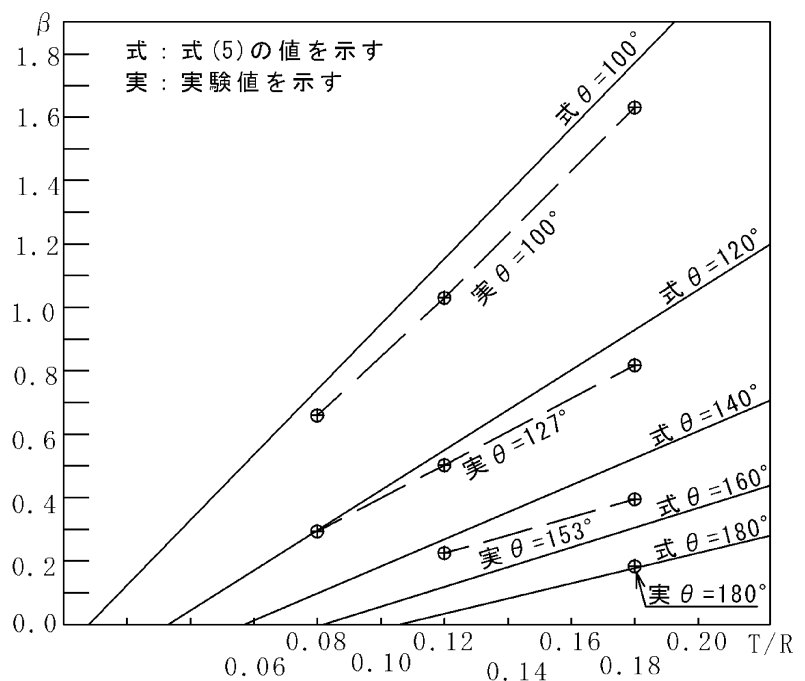


図-7 β と T/R の関係