

## SPH 粒子法による負圧領域を含むカルマン渦現象の再現

九州大学 学生会員 佐伯勇輔  
九州大学 学生会員 辻 勲平  
九州大学 正会員 浅井光輝

## 1. はじめに

近年、大雨や短時間強雨の発生頻度は全国的に増加しており、河川に架かる橋梁における橋脚の傾斜や橋桁の流失等の被害が全国各地で発生している。令和2年7月豪雨では、梅雨前線の停滞による記録的な大雨により、河川の氾濫および橋梁の流失が発生した。このような橋梁被害の要因として、上部構造に働く流体力と、橋脚周りの洗掘が、約6割が洗掘による被害である。本研究では、洗掘による橋脚被害に着目し、橋脚周りの流れの基礎検討としてカルマン渦を再現解析することで、橋脚周りの複雑な流れや洗掘現象の把握に役立てることを目的とする。

## 2. 解析手法

解析手法には、自由表面形状の変形表現が容易なSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法を用いた。

SPH法は空間的な格子分割を行わない粒子法で、対象粒子の物理量を影響半径内の近傍粒子の物理量の重み付き平均を用いて決定する。評価対象とする粒子 $\mathbf{x}_i$ と、その近傍粒子 $\mathbf{x}_j$ との距離 $r_{ij}$ および影響半径 $h$ の関数である重み関数 $w$ を用いて物理量を近似する。

$$\phi(\mathbf{x}_i, t) \approx \langle \phi \rangle_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} w(r_{ij}, h) \phi_j(\mathbf{x}_j, t) \quad (1)$$

ここで、粒子が代表する質量を $m_j$ 、物質の密度を $\rho_j$ とする。本研究では、非圧縮性流体解析に適したISPH(Incompressible SPH)法に安定化項を加えた安定化ISPH法<sup>(1)</sup>を採用した。

## 3. 解析モデルおよび境界条件

カルマン渦現象を再現するため、図-1に示す円柱形状の物体を配置した循環水路を作成した。なお、境界条件として、流入・流出部には圧力ディリクレ条件を設定し、流れを操作する。流体粒子は図-2に示すように、内部、流入判定、流入、流出の4種の属性を与え、次に示す安定した流入・流出条件を設定した。

ここで、流入・流出領域内の粒子をそれぞれ流入・流出粒子(ダミー粒子)、流入側に最も近い内部粒子を流入判定粒子と呼ぶ。

流入・流出粒子にはそれぞれの圧力ディリクレ条件と整合した値を強制させる( $p_{in} = 0.1$  [Pa],  $p_{out} = 0$  [Pa])。これらは、内部粒子に一方的に影響を与えるが、内部粒子には影響されないダミー粒子である。

流入側では、流入判定粒子の上流側に毎ステップ流入粒子をダミー粒子として3列分複製する。計算に伴い、流入境界から粒子径 $d$ だけ下流に移動した流入判定粒子は、内部粒子に属性を変更する。一方、流出側は、内部領域から流出境界を超えた粒子をダミー粒子として扱い、流出境界から $3d$ よりも離れた場合、その粒子を削除することで流出を表現した。

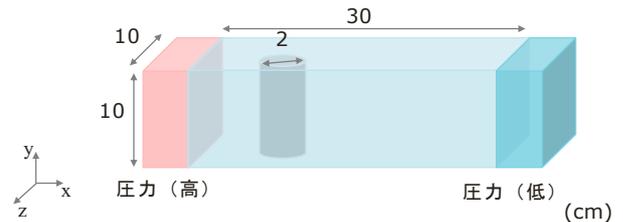


図-1 循環モデル概形

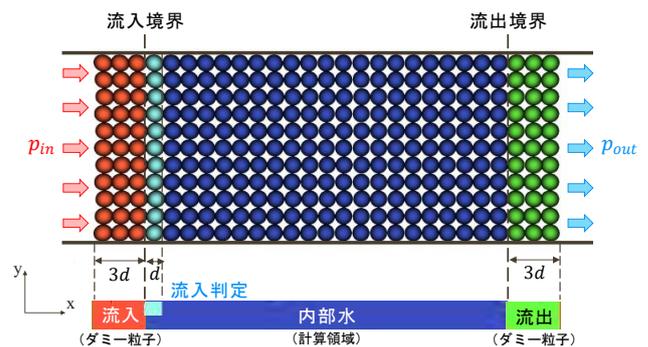


図-2 粒子種の分類

## 4. SPH法の高精度化

従来のISPH法で計算した場合、円柱背面の負圧領域で不自然な流体領域の剥離が発生し、非現実的な自由表面を生じる様子が確認できる(図-3参照)。そこで4.1・4.2節にて、特に勾配モデルの見直しを実施した。

#### 4.1 圧力勾配モデルの見直し

SPH 法による流体解析で慣例的に用いられる圧力勾配モデルを式(2)に示す. これは, 粒子配置の均等化を目的として, 虚偽の安定化項を追加することで近傍粒子と着目粒子の圧力の和を使ったモデル (和モデル) である. この安定化項は, 正圧領域に対しては粒子配置の均等化の効果が得られるものの, 負圧領域では逆効果となる. そこで, 本研究では安定化項を除いた式(3)で示される差の形式の勾配モデル (差モデル) を用いることにした.

差モデルは, 負圧領域においては和モデルより優位性を示すが, 安定化項がないために広範の正圧領域では粒子配置が乱れやすく, 不安定化する. そこで式(4)で示される修正行列<sup>(2)</sup>を作用させた修正勾配モデルを使うことで, 離散化モデルとして Taylor 展開の一次精度を満足でき, 粒子配置が乱れた状態でも一定の精度を保つことができる.

$$\left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i = \sum_j m_j \left( \frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) \nabla w_{ij} \quad (2)$$

$$\left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i = \frac{1}{\rho} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (p_j - p_i) \tilde{\nabla} w_{ij} \quad (3)$$

$$\tilde{\nabla} w_{ij} := \left( \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla w_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij} \right)^{-1} \nabla w_{ij} \quad (4)$$

#### 4.2 PS法 (Particle Shifting) の導入

修正行列を組み込んだ差モデルの圧力勾配により計算精度が上がるほど, 流体粒子は流線に沿う運動を示し, そのため円柱背後の流線剥離に伴う粒子の存在しない不自然な空白域が生じることとなる.

そこで本研究では, 修正勾配モデルに加えて, Xuら<sup>(3)</sup>によって提案された粒子配置補正法(PS法と略記)を適用した. これは, 粒子数密度の高い領域にある粒子を, 低い領域に向けてシフトさせることで, 全体の粒子配置を均等化させるものである.

#### 5. 解析結果

これらの高精度化を行った ISPH 法での, 円柱周りの流れの解析結果を図-4に示す. 図-3と比較すると, PS法が機能し, 円柱背面の空白域がなくなっている. また, 円柱背後の流れとしては, 双子渦が発生したの

ち, 周期的な流れ(カルマン渦)の発生を確認できた.

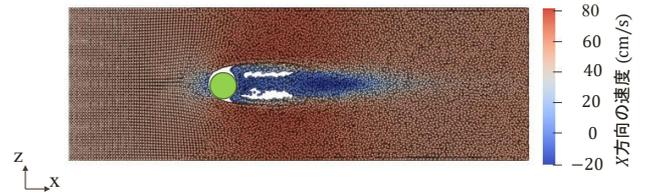


図-3 従来の SPH 法による円柱周りの再現解析

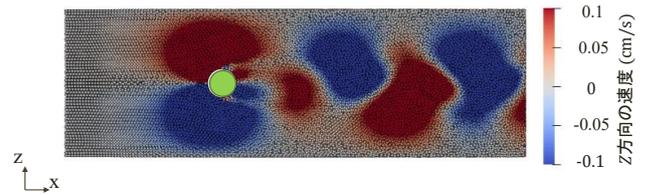


図-4 高精度化 SPH 法による円柱周りの再現解析

#### 6. 結論

本研究では, 河川氾濫時の橋梁被害要因のひとつである橋脚周りの洗掘に着目し, まずは安定化 ISPH 法の基礎検討として, 循環型水路モデルを用いたカルマン渦の再現を試みた. カルマン渦の再現結果の定量的な評価については議論の余地が残されるものの, SPH 法を用いても, 橋脚周りの 2 次元的な流れで生じるカルマン渦を定性的には表現できた.

今後は, 同手法を用いて橋脚周りの複雑な流れの再現を行うと共に, 礫質の河床材料内の間隙流れ解析を行うことで洗掘現象の把握に役立てることを目指す.

#### 参考文献

- (1) Asai, M., Aly, A.M., Sonoda, Y. and Sakai, Y.: A stabilized incompressible SPH method by relaxing the density invariance condition, *J. Appl. Math.*, 2012.
- (2) Oger, G., Doring, M., Alessandrini, B. and Ferrant, P.: An improved SPH method: Towards higher order convergence. *J. Comput. Phys.*, Vol. 225, pp. 1472–1492, 2007.
- (3) Xu, R., Stansby, P. and Laurence, D.: Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach, *J. Comput. Phys.*, Vol. 228, No. 18, pp. 6703–6725, 2009.