

輪石の開閉を伴う石橋の揺れの運動方程式関連模型

(株)建設プロジェクトセンター 正員 筒井光男
熊本大学 フェロー 山尾 敏孝

1. はじめに

文献1)において、輪石のみの石橋が輪石の開閉を伴って揺れる運動方程式を提案した(式(1)(2))。

$$\ddot{y} = -\beta g \quad (1)$$

$$\beta = \frac{T(1 + \cos \frac{\theta}{2})}{2R\Phi^2} \quad (2)$$

ここで、 y は輪石重心の鉛直座標、 g は重力加速度、 β は石橋の揺れを表す係数であり、極座標表示の場合は、式(2)である。 T は輪石厚、 θ はアーチ中心角、 R はアーチ半径、 Φ は h/R 、 h はアーチが4つのヒンジをもって揺れるときの形状(モード)より決まると考えられる長さである。 β はアーチ模型の傾斜実験で求めることができる。今回、輪石の釣り合い状態を近似する模型、および石橋の揺れを近似する模型を紹介する。

2. 模型

2.1 運動方程式の意味

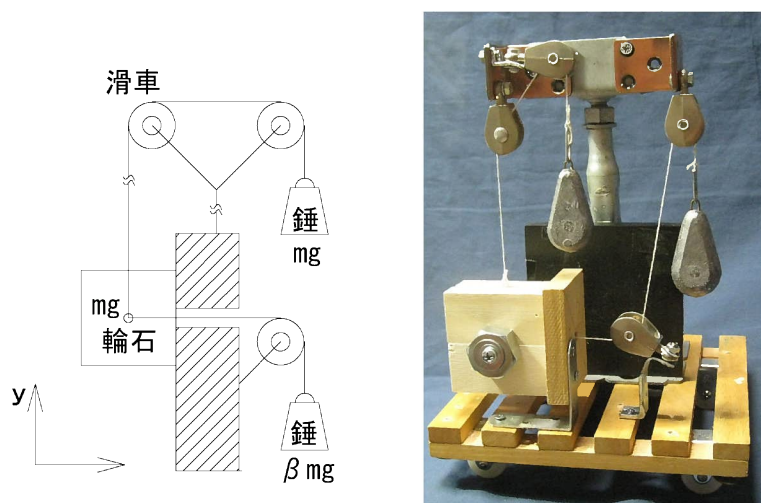
式(1)の右辺の g は、アーチ水平力式中の輪石自重 mg の g である¹⁾。これは、本来鉛直方向である g が水平に変換されていることを示している。つまり、水平方向には βg が常に作用しており、これが復元力となっている。このため、 βg を超える水平加速度が作用すると、復元力が無くなり不安定となる。運動方程式は揺れ角度が小さいときに着目しており、復元力を一定と見なしている。実際の揺れでは、回転角が大きくなると復元力も小さくなる。

2.2 釣り合い近似模型

輪石の元位置での釣り合いを、滑車と錘で近似した模型の図と写真を図-1(a)(b)に示す。正方形輪石の重心を吊ってカウンターウェイトで釣り合わせている。そして βmg の錘が、反力壁と滑車を経由して重心に水平に作用している。輪石は反力壁に対してロッキングし、錘の水平変位は拘束されていると考える。安定が良い石橋の場合 βmg は大きくなる。水平方向に作用する加速度が βg を越えると不安定となる。

2.3 矩形ブロック案

図-2は矩形ブロック案を示す。縦横寸法比は $1:\beta$ である。水平方向を y 軸と考えると、ロッキングの運動方程式は式(1)となる。復元力は、回転角が大きくなるに伴い減少し、重心が底辺端部直上に来た時にゼロとなる。



(a)模型図 (b)模型例写真

図-1 釣り合い近似模型

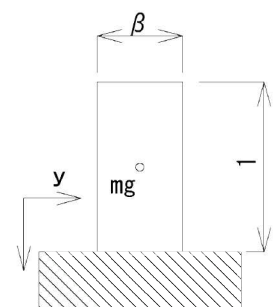


図-2 矩形ブロック案

2.4 振り子模型

図-3は振り子を逆にした模型である。片側に、初期角度を調整する治具があり、錘位置は振り子軸方向に移動できる。振り子面内に水平地震が作用すると考える。2組の振り子があるために、条件を変えて、同時に実験できる。この模型の揺れは、錘を重心とし、ピン位置が底辺の端とする矩形ブロックのロッキングにも似ている。

2.5 振り子模型と石橋の揺れとの関係

振り子の初期角度を、鉛直に対して $\tan^{-1}\beta$ にセットする。つぎに、石橋模型と振り子模型を同じ台に乗せて揺らし、同時に崩壊・転倒するように、回転ピンと錘の距離を決定する。このように決定した模型では次の挙動を示す。水平加速度 βg 以下では回転せず、 βg を越えると回転を始める。錘が頂点を過ぎたら転倒する。これは石橋模型の挙動とよく似ている¹⁾。いま、速度 v で水平に移動している物体の運動エネルギーが位置エネルギーに変わるとすると、到達高さは $v^2/(2g)$ となり、速度の2乗に比例する。錘の当初位置から頂点までの高さは、振り子が長いと大きいために、長い振り子が転倒するためには大きい速度が必要となる。形状が同じで縮尺が違う石橋があるとすると、 β は同じと考えることができるため、サイズが大きい方が長い振り子となる。文献1)で使用した石橋の荷重崩壊図を図-4に引用する。横軸は橋軸方向加速度作用時間、縦軸は速度。石橋の輪石厚半径比は0.15。データ群は上からアーチ半径20m、10m、5m、1m。崩壊する速度の平均値は、それぞれ0.60(1.0)、0.43(0.72)、0.30(0.50)、0.13(0.22)であり(括弧内は比率を示す)、比率は縮尺比の平方根1.0、0.707、0.5、0.22にほぼ一致している。

3. 模型挙動

3.1 各模型の挙動

図-1、2、3いずれの模型においても β を大きくしていくと安定度が増すことが判る。図-1(a)(b)は水平力の増加、図-2はブロック厚の増加、図-3は傾斜角の増加。いずれも回転変位が大きくなると、復元力は小さくなる。 β を零にすると、図-1では宙吊り状態、図-2はブロック厚みがゼロ、図-3では振り子が鉛直となり、不安定となる。

3.2 振り子模型簡易実験

傾斜角が同じで、振り子長が2:1の模型(図-3)を、水平に揺らしてみた。これは、形状が同じで縮尺比が2:1の石橋に該当する。振幅が小さい場合は、2本とも元位置に戻る。元に戻る揺れの途中写真を図-5に示す。図では短い振り子(奥の方)の回転角が大きいことが判る。揺れを大きくしていくと短い振り子が先に転倒する。これは、大きい石橋が崩壊しにくいことを示し、2.5節の内容と一致する。

4. おわりに

以前、輪石のみの石橋が輪石の開閉を伴って揺れる運動方程式を提案した¹⁾。今回は、石橋の揺れと似た挙動を示す模型を紹介した。石橋の揺れの理解に役立てば、幸いである。

文献1) 筒井、輪石の開閉を伴って揺れる石橋の安定性について、土木構造・材料論文集、35号、2019.12



図-3 振り子模型

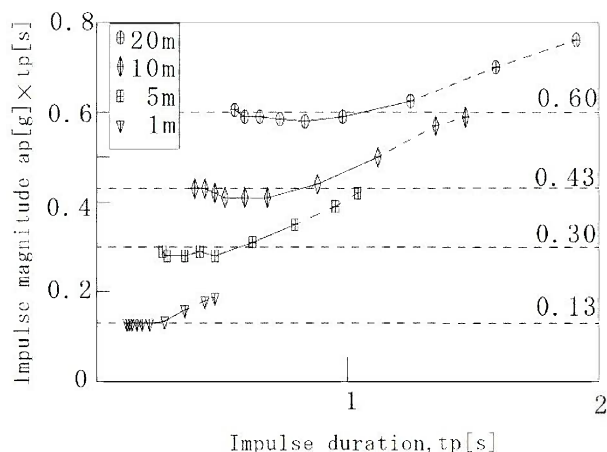


図-4 崩壊荷重図

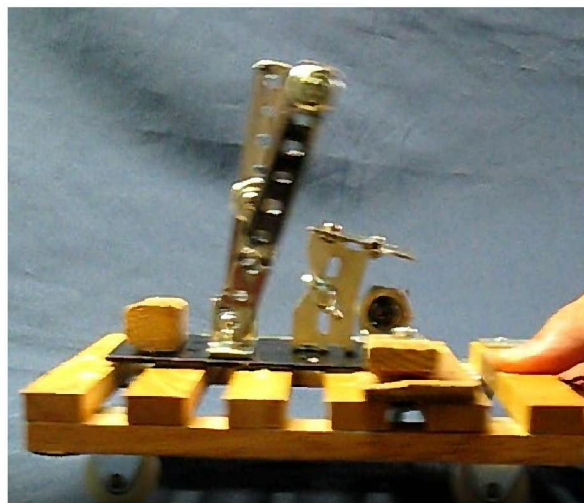


図-5 揺れ状況