

底面粗度の影響を考慮した底泥による酸素消費のモデル化

大分高専 正会員 東野 誠

1. まえがき

著者は、河川・湖沼・貯水池等の水域において、底泥直上の水柱から底泥表面へと移動する溶存酸素(DO: Dissolved Oxygen)のフラックス(SOD: Sediment Oxygen Demand)について検討してきた¹⁾。これまでの研究は、底泥表面が滑面である場合を対象としていた²⁾。ところで、底泥表面には種々の理由により凹凸が存在するが、このような表面の粗さが SOD に及ぼす影響に関する検討例は僅かである³⁾。そこで本研究では、粗度要素として砂粒相当粗度(k_s)を考え、この影響を考慮して水・底泥境界面での DO フラックスを定式化するとともに、底泥内部での酸素消費過程のモデルと対応させて、粗面に対する SOD を底面粗度 k_s 、摩擦速度、および底泥内部での微生物による酸素消費速度の関数としてモデル化した。

2. モデル

図-1 は、粗面における水・底泥境界面近傍での DO 濃度分布を模式的に示したものである。この図のように鉛直上向きに y 軸をとる。

滑面の場合と同様^{1) 2)}、図中の境界層(DO が急変する層)内ではフラックス J は一定と仮定すれば、DO の収支は次式で表わされる。

$$J = -(D + v_t) \frac{dC}{dy} \quad (1)$$

ここに、 C : DO 濃度、 D : DO の分子拡散係数、 v_t : 渦動粘性係数である。式(1)を次式(2)のように書き変える。

$$\frac{dC}{dy^+} = -\frac{J}{U_*} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{Sc} + v_t^+\right)} \quad (2)$$

ここに、 $U_* (= \sqrt{\tau_0/\rho})$: 摩擦速度である。なお、 τ_0 : 底面せん断応力、 ρ : 水の密度である。また、 Sc はシュミット数であり、次式で定義される。

$$Sc = \frac{\nu}{D} \quad (3)$$

ここに、 ν : 動粘性係数である。水・底泥境界面直上の渦動粘性係数は $v_t^+ (= v_t/\nu)$ 、従来の研究^{1)~3)}と同様、 $y^+ (= U_* y/\nu)$ の関数として、次式で与える。

$$v_t^+ = (ny^+)^3 \quad (0 < y^+ < 10) \quad (4)$$

ここに、 $n (= 0.1)$ は定数である。

式(2)を y^+ について 0 から δ_D (濃度境界層外縁) まで積分すれば、境界層における DO

濃度差が得られる。ここで、本研究では底面粗度が物質移動に及ぼす影響について、砂粒相当粗度 k_s を用いて、長さスケール k_s の渦に規定されると考える。すなわち、図-1 のように水・底泥境界面直上に厚さ k_s の粗度に支配される領域を想定し、ここでの物質移動はサイズ k_s の渦に支配されると仮定して、渦動粘性係数として一定値 $v_t^+ = (nk_s^+)^3$ を与える。なお、 $k_s^+ = U_* k_s/\nu$ である。以上のように考えれば、粗面に対する水・底泥境界面での DO フラックス J は次式で表される。

$$J = -U_* (C_\infty - C_w) F^{-1}(k_s^+) \quad (5)$$

ここに、 C_w と C_∞ は水・底泥境界面、および主流中の DO 濃度であり、式(5)中の $F^{-1}(k_s^+)$ は次式で与えられる。

$$F(k_s^+) = \frac{Sc^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{3}n} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \frac{(nk_s^+ - Sc^{-\frac{1}{3}})^2}{n^2 k_s^{+2} - n Sc^{-\frac{1}{3}} k_s^+ + Sc^{-\frac{2}{3}}} - \tan^{-1} \frac{Sc^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{3}} (2nk_s^+ - Sc^{-\frac{1}{3}}) \right\} + \frac{k_s^+}{1/Sc + (nk_s^+)^3} \quad (6)$$

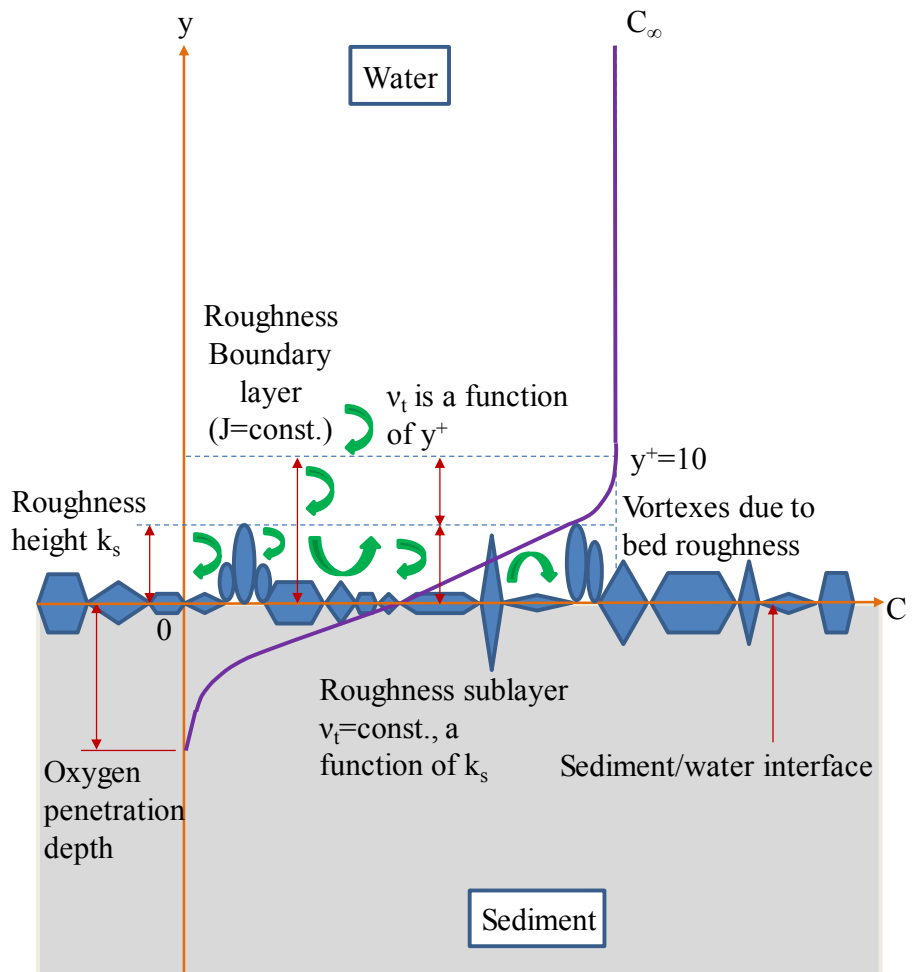


図-1 粗面における水・底泥境界面近傍での DO 濃度分布

一方、底泥内部での微生物による酸素消費過程を 0 次反応速度式を用いて表せば、水・底泥境界面での DO フラックス J は次式のようになる。

$$J = -D_s \left. \frac{dC}{dy} \right|_{y=0} = -\mu_0 \delta \quad (7)$$

ここに、 μ_0 ：酸素消費速度定数、 δ ：酸素の浸透深さである。なお、 D_s は底泥内部での DO 拡散係数であり、底泥空隙率 ϕ を用いて、 $D_s = \phi^2 D$ のように与えられる。

式(5)と式(7)より、粗面における底泥による酸素消費フラックス、すなわち、SOD は底泥直上の乱れ(摩擦速度 U_*)、底泥内部での酸素消費速度 μ_0 、および粗度 k_s の関数として、次式で表される。

$$\text{SOD} = \frac{-D_s \mu_0 F(k_s^+)}{U_*} + \sqrt{\frac{D_s^2 \mu_0^2 F(k_s^+)^2}{U_*^2} + 2 D_s \mu_0 C_\infty} \quad (8)$$

3. 結果と考察

図-2 は、モデル(式(8))による摩擦速度 U_* を変化させた場合の SOD シミュレート結果を示したものである。なお、酸素消費速度定数は $\mu_0 = 100, 200, 1000$ 、および $2000 \text{ mg l}^{-1} \text{ d}^{-1}$ とし、粗度は $k_s = 0$ (滑面)～ 0.1 cm の間で変化させた。この図より、何れの μ_0 値に対しても SOD は U_* とともに増大し、その後、 U_* が十分に大きくなれば一定値に漸近する様子が見て取れる。これは、 U_* が小さいときには、底泥直上の乱れによる物質移動が SOD を律するが、 U_* が大きくなると、底泥内部での微生物による酸素消費が SOD を律するようになることを示すものである。また、粗度 k_s とともにプロットが上方へとシフトする様子が見て取れる。

図-3 は酸素消費速度 $\mu_0 = 2000 \text{ mg l}^{-1} \text{ d}^{-1}$ に対して、粗度 k_s が SOD に及ぼす影響を調べたものである。これより、同一摩擦速度に対して、 k_s とともに SOD が増大する。この傾向は、摩擦速度 U_* が小さいときほど顕著である。これは、粗度は水・底泥境界面近傍での乱れ強度を増大させ、DO フラックスを増加させることを示すものである。

図-4 は粗度 k_s が SOD に及ぼす影響を、摩擦速度 $U_* = 0.5 \text{ cm/s}$ に対して、定量的に示したものである。底泥内部での酸素消費速度が小さい ($\mu_0 = 100$ 、および $200 \text{ mg l}^{-1} \text{ d}^{-1}$) とし、底泥内部での微生物による酸素消費が律速となり、SOD は摩擦速度 U_* や粗度 k_s とは概ね無関係である。他方、 μ_0 の増大とともに、SOD に及ぼす粗度 k_s の影響が顕在化する。すなわち、粗度 k_s とともに SOD は増大し、やがて粗度 k_s に依らない一定値へと漸近する。

以上のように、粗面における SOD を底泥直上の乱れ、底泥内部の酸素消費速度、および粗度の関数としてモデル化した。妥当性の検証が今後の課題である。

参考文献

- 1) Higashino, M., Gantzer, C. J., & Stefan, H. G. (2004). Unsteady diffusional mass transfer at the sediment/water interface: Theory and significance for SOD measurements. *Water Research*, 38(1), 1–12.
- 2) Higashino, M., & Stefan, H. G. (2005). Oxygen demand by a sediment bed of finite length. *Journal of Environmental Engineering, ASCE*, 131(3), 350–358.
- 3) Inoue, T., & Nakamura, Y. (2011). Effects of hydrodynamic conditions on DO transfer at a rough sediment surface. *Journal of Environmental Engineering, ASCE*, 137(1), 28–37.

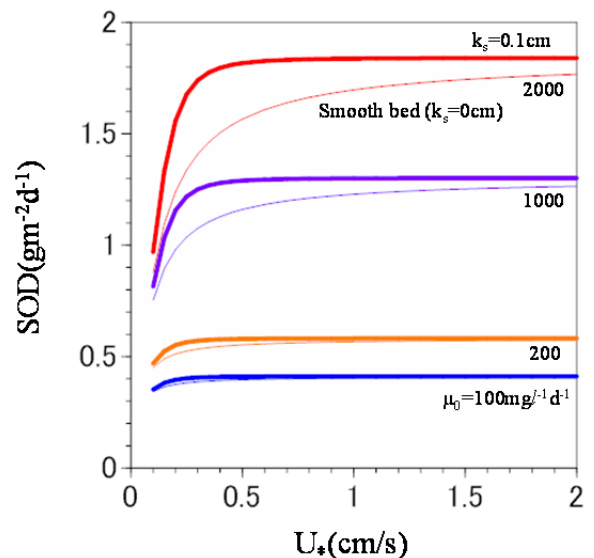


図-2 SOD～ U_* 関係

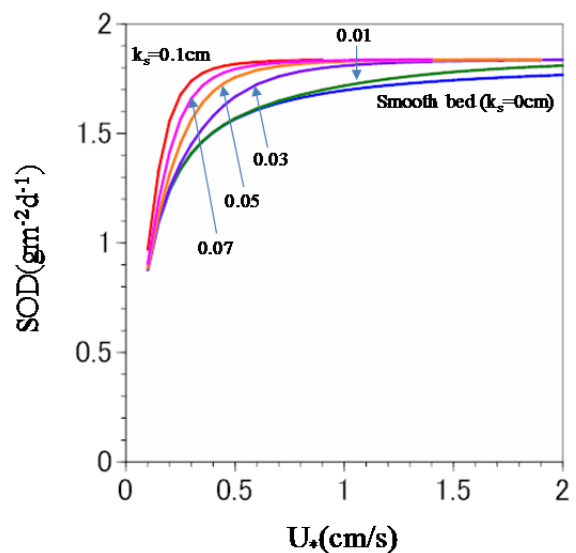


図-3 SOD に及ぼす粗度 (k_s) の影響 ($\mu_0 = 2000 \text{ mg l}^{-1} \text{ d}^{-1}$)

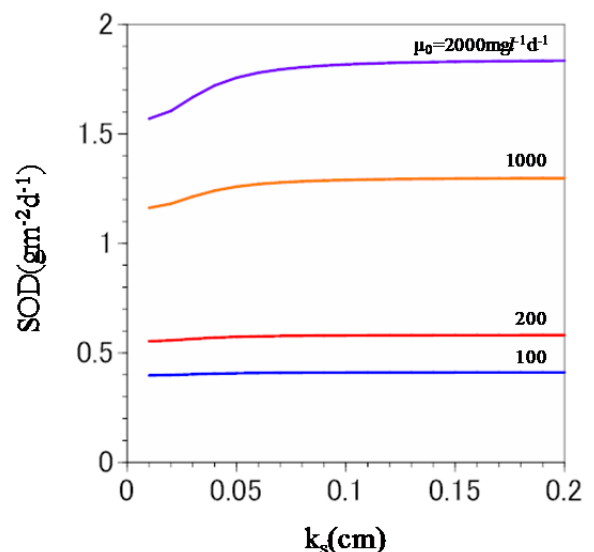


図-4 SOD～ k_s 関係 ($U_* = 0.5 \text{ cm/s}$)