

## 水面形を与条件とした流量・粗度係数・河床位の推定

九州工業大学工学部 学生会員 ○古川 英明      九州工業大学大学院 正会員 重枝 未玲  
九州工業大学      フェロー会員      秋山壽一郎      九州工業大学大学院 学生会員 田口 英司

### 1. はじめに

近年、安全・安心が持続可能な河川管理を行う上で、洪水時の水位、流量、抵抗特性の時空間変化等を総合的に把握することが重要となっている<sup>1)</sup>。水位については、多点での連続観測が行われている一方で、洪水時の河床位、流量や抵抗特性に関する観測結果は、水位データ程整備されていない。本研究は、以上のような背景を踏まえ、水面形の経時変化に基づく流量・粗度係数・河床位の時空間推定法を新たに提案するとともに、その予測精度について検討したものである。

### 2. 水面形の経時変化に基づく流量・粗度係数・河床位の推定法の概要

本推定法は、常流を対象とし、水面形と上流端での河床位の経時変化を与条件として、1次元浅水流方程式と流砂の連続の式に基づき、流量・粗度係数・河床位の時空間分布を推定する手法である。基礎方程式は、式(1)の1次元浅水流方程式と式(2)の流砂の連続の式<sup>2)</sup>である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + dE/dx = S \quad ; U = (A \quad Q)^T \quad ; E = (Q \quad Q^2/A + gI_1)^T \quad ; S = (0 \quad gI_2 + gA(S_0 - S_f))^T \quad \dots(1) \\ \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \quad \dots(2) \quad U_i^{t+\Delta t} = U_i^t - \left[ \frac{\partial E_{i+1/2}^+}{\partial x} + \frac{\partial E_{i-1/2}^-}{\partial x} \right] \Delta t / \Delta x \quad \dots(3) \\ \frac{\partial E_{i+1/2}^+}{\partial x} = \Sigma_{j=1}^3 \left[ \frac{1 \pm \text{sgn}(\tilde{\lambda}^j)}{2} \cdot (\tilde{\lambda}^j \tilde{a}^j - \tilde{b}^j) \right] \tilde{c}^j ; \text{sgn}(a) = \begin{cases} 1 & a > 0 \\ -1 & a \leq 0 \end{cases} \quad \tilde{a}^1 = (\tilde{\lambda}^1 \Delta A - \Delta Q) / 2\tilde{c}; \tilde{a}^2 = (\Delta Q - \tilde{\lambda}^2 \Delta A) / 2\tilde{c}; \tilde{b}^1 = -\tilde{S}_2 / 2\tilde{c}; \tilde{b}^2 = -\tilde{b}^1; \\ C_{i-1/2} \Delta n_{i-1/2}^2 - C_{i+1/2} \Delta n_{i+1/2}^2 = D_i; C_{i+1/2} = - \left( gA_{i+1/2} / 2C_{i+1/2} \right) u_{i+1/2} |u_{i+1/2}| / R_{i+1/2}^{4/3} \quad \dots(4) \quad n_{i+1/2}^2 = n_{i-1/2}^2 + \Delta n_{i+1/2}^2 \quad \dots(5) \\ D_i = \frac{A_i^{t+\Delta t} - A_i^t}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left\{ \tilde{\lambda}_{i+1/2}^1 \tilde{a}_{i+1/2}^1 + \tilde{\lambda}_{i-1/2}^2 \tilde{a}_{i-1/2}^2 - \frac{gA_{i+1/2}}{2\tilde{c}_{i+1/2}} \left\{ (z_{bi+1} - z_{bi}) + (h_{i+1} - h_i) - (A_{i+1} - A_i) / \tilde{B}_{i+1/2} \right\} + \frac{gA_{i-1/2}}{2\tilde{c}_{i-1/2}} \left\{ (z_{bi} - z_{b(i-1)}) + (h_i - h_{i-1}) - (A_i - A_{i-1}) / \tilde{B}_{i-1/2} \right\} \right\} \\ q_b = 17 \sqrt{sgD^3} \tau_*^{3/2} (1 - \tau_{*cb} / \tau_*) (1 - \sqrt{\tau_{*cb} / \tau_*}) / \sqrt{1 \mp (\tan \theta / \mu_s)^2} \quad \dots(6) \quad \tau_{*cb} = \cos \theta \sqrt{1 \mp (\tan \theta / \mu_s)^2} \tau_* \end{aligned}$$

$U$ =保存量ベクトル, $E$ =流束ベクトル, $S$ =発生項・消滅項ベクトル, $A$ =流積, $h$ =水深, $q$ =単位幅流量  
 $g$ =重力加速度, $S_0$ =水路床勾配, $z_b$ =水路床高, $S_f$ =摩擦勾配, $n$ =マンングの粗度係数, $u$ =流速, $R$ =径深, $c$ =波速  
 $\Delta t, \Delta x$ =時間,空間の刻み幅, $i$ =空間に対する添字, $\tilde{S}_g$ =河川形状に関する項, $\tilde{S}_2$ =底面摩擦項  
 $\lambda_b$ =空隙率, $q_B$ =単位幅流砂量, $s$ =水中比重, $D$ =河床材料粒径

式(1)の離散化には流束差分法を用い、発生・消滅ベクトル $S$ については特性速度で風上化を行った。式(1)の離散式を式(3)に示す。発生・消滅ベクトル $S$ の風上化により、水路床勾配、水路幅の変化、摩擦勾配の項が、常流の場合にのみ、連続の式の離散式に含まれることになる。時刻 $t$ の粗度係数 $n^t$ の2乗を、式(4)のように一つ前の時刻の粗度係数 $n^{t-\Delta t}$ の2乗とその補正值 $\Delta n^2$ で表し、式(3)の連続の式を補正值 $\Delta n^2$ で整理すると、式(5)の補正值 $\Delta n^2$ に関する連立1次方程式が得られる。式(2)の離散化には風上差分を用いた。流砂量式には式(6)の芦田・道上式<sup>2)</sup>を用いた。

粗度係数の推定には式(5)の連立1次方程式を、流量の推定には式(3)の運動方程式を、河床位の推定には式(2)の流砂の連続の式を用いた。なお、式(5)の連立1次方程式を解くためには、一区間の粗度係数が既知である必要となるが、本研究では最上流区間の粗度係数を既知とした。推定手順は、図-1に示す通りである。(a)入力条件として、計算格子点での水位ハイドログラフ、初期河床位、最上流区間の粗度係数には河床材料の粒径によって推定される粗度係数値を与える。(b)時刻 $t$ の水位と河床位 $z_b^t$ から流積 $A^t$ 、潤辺 $s^t$ 、水面幅 $B^t$ を求める。(c)時刻 $t + \Delta t$ については、この時点で河床位 $z_b^{t+\Delta t}$ が不明であるため、まず、時刻 $t$ の河床位 $z_b^t$ を仮の河床位 $z_b^{t+\Delta t}$ とし、 $z_b^{t+\Delta t}$ と時刻 $t + \Delta t$ の水位から流積 $A^{t+\Delta t}$ を求め、式(4)と(5)より時刻 $t$ の粗度係数の2乗の補正值 $\Delta n^2$ と粗度係数の2乗値を求める。(d)この粗度係数値を用いて、Einsteinの方法<sup>3)</sup>より側壁の影響を補正した掃流力を求め、式(6)から流砂量を算定し、次の時刻の河床位 $z_b^{t+\Delta t}$ を求める。(e)手順(c)の $z_b^{t+\Delta t}$ と手順(d)の $z_b^{t+\Delta t}$ との差が閾値( $1 \times 10^{-10}$ (m))を下回るまで繰り返し計算を行い、次の時刻の河床位 $z_b^{t+\Delta t}$ 、流積 $A^{t+\Delta t}$ 、潤辺 $s^{t+\Delta t}$ 、水路幅 $B^{t+\Delta t}$ 、時刻 $t$ の粗度係数 $n^2$ を求める。(f) $n^2$ を用いて、式(3)の運動方程式から、流量 $Q^{t+\Delta t}$ を求める。上流、下流端の流量については、与条件の水位と式(3)の運動方程式を特性速度で風上化した式から算定した<sup>4)</sup>。

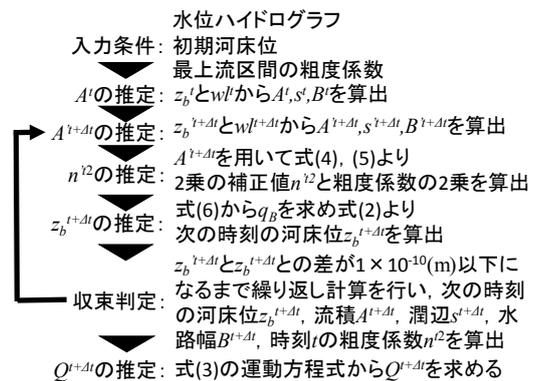


図-1 推定手順の概要

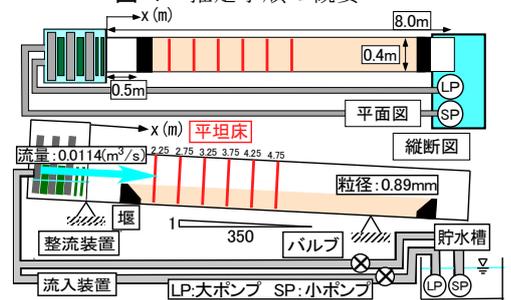


図-2 実験装置の概要

### 3. 実験結果に基づく推定法の検証

#### (1) 実験の概要

実験装置は、図-2に示す長さ8m、幅0.4m、水路床勾配1/350の水路である。水路には水中比重1.65、粒径0.89mmの砂が敷き詰められている。上流から一定流量 $Q=0.01142\text{m}^3/\text{s}$ を供給し、平坦床(CaseF)となるように水深を下流端の堰高で設定した。120分間通水し、10分毎に測定を行った。測定項目は、水位 $H(\text{m})$ 、河床位 $z_b(\text{m})$ 、流量 $Q(\text{m}^3/\text{s})$ である。水位及び河床位の測定は、ビデオカメラで撮影した画像を画像解析することで行なった。

#### (2) 結果と考察

入力条件の水位、初期河床位には測定結果を、上流端の粗度係数にはエネルギー勾配から算出したものを与えた。本推定法で得られる粗度係数は、底面の砂粒抵抗や側壁の粗度の影響を含む合成粗度係数である。移動床流れの抵抗は、砂粒抵抗と形状抵抗の和として表され、本研究で対象とする平坦床の場合には掃流力 $\tau_*$ は砂粒粗度によるせん断応力 $\tau_*'$ と一致する。ここでは側壁の影響を補正した推定粗度係数を用いて掃流力 $\tau_*$ を求め、式(6)で流砂量を計算した。図-3, 4に、河床位・流量・粗度係数と実験値との比較を示す。なお、図-4の推定結果には時間平均値とその最大最小値を、合成粗度係数にはエネルギー勾配の実験結果より求めた粗度係数を、底面粗度係数には岸・黒木の式<sup>5)</sup>から求まる平坦床の粗度係数( $n=D^{1/6}/6.8g^{0.5}$ )をあわせて示している。図-3より、(1)本推定法の河床位は、 $x=4\text{m}$ で実測値との間に最大で4.8mm程度の差はあるものの、その河床形状を概ね再現していること、図-4より、(2)推定された流量は、最大相対誤差6.7%で実測値を再現していること、(3)推定された合成粗度係数は、 $x=4\text{m}$ で河床位の再現性が低いため123%の大きな差があるものの、他の区間については最大相対誤差21.5%で再現していること、(4)推定された底面粗度係数は、粒径から推定される粗度係数を最大相対誤差23.4%で再現していること、などが確認できる。図-5は、同解析より推定された無次元掃流力 $\tau_*$ と岸・黒木の式<sup>5)</sup>から求める平坦床の粗度係数に基づき算定した無次元掃流力 $\tau_*'$ との比較を示したものである。各測定点、各時間での掃流力を黒丸で、各時間で空間平均した掃流力を赤の四角でプロットしている。これより、両者は概ね1:1の関係にあることが確認できる。このように、推定された粗度係数に基づく無次元掃流力は、岸・黒木の式の粗度係数に基づく無次元掃流力を概ね再現しており、本推定法は平坦床での砂粒抵抗によるせん断力を再現できることがわかる。

#### 4. おわりに

本研究から、本推定方法は河床位や流量、粗度係数の平均値を概ね再現していること、推定結果に基づく無次元掃流力 $\tau_*$ は岸・黒木の式<sup>5)</sup>に基づく無次元掃流力 $\tau_*'$ と概ね一致すること、などが確認された。今後は砂堆などの小規模河床形態発生時の推定精度について検討するとともに、実河川への適用を目指していきたいと考えている。

謝辞：本研究は、科学研究費基盤研究(C)(課題番号：16K06515)の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献：1)国土交通省：河川砂防技術基準調査編，2012.，2)芦田・道上：土木学会論文報告集，第208号，pp.59-69，1972.，3)Einstein, H. A.: Trans. ASCE, Vol.107, No.2140, pp.561-577, 1942, 4)重枝ら：河川技術論文集，第23巻，pp.73-78，2017.，5)岸・黒木：北海道大学工学部研究報告，第67号，pp.1-23，1973.

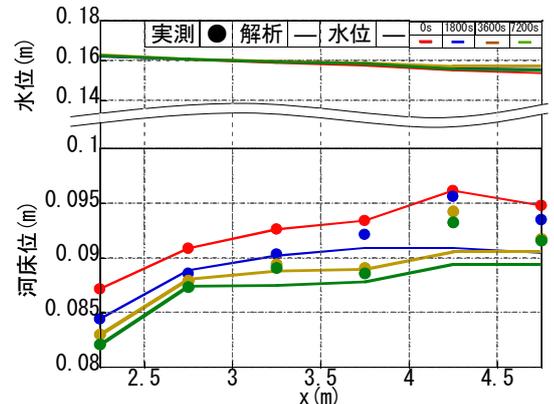


図-3 河床位の推定結果

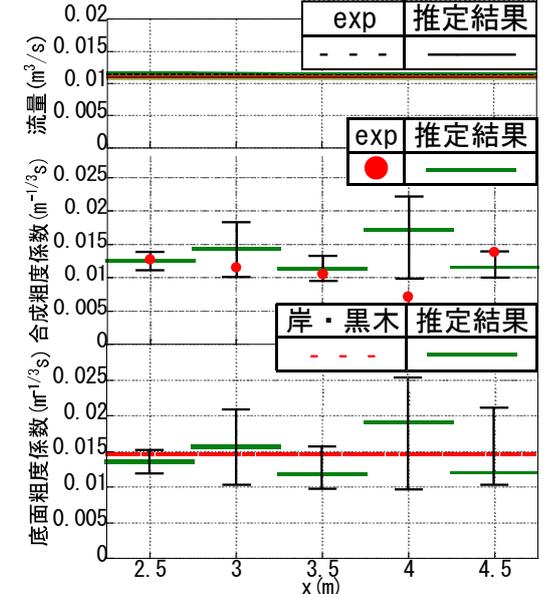


図-4 流量・合成粗度係数・底面粗度係数の推定結果

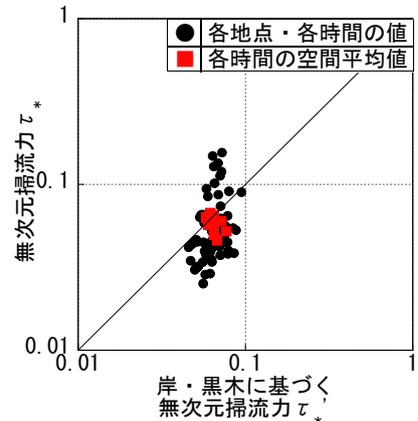


図-5  $\tau_*'$ - $\tau_*$ 関係図