

Love の理論に基づく下端固定棒の突き上げ衝撃問題の理論解析

大分工業高等専門学校
大分工業高等専門学校
大分工業高等専門学校

正 会 員
学 生 会 員
学 生 会 員

名 木 野 晴 暢
○ 藤 元 光 明
鳥 越 史 能

1. まえがき

1995 年 1 月 17 日に発生した兵庫県南部地震では、水平地震動による曲げ・せん断による破壊形式とは異なる破壊形式が見受けられた。この原因として衝撃的な上下動の可能性についての議論がなされてきた¹⁾。別府ら²⁾は、一質点系モデルにより実験の再現を行い、RC 橋脚の水平輪切り状のひび割れは、柱上部の質量に発生する引張慣性力によって生じることを指摘している。また、別府ら³⁾は、衝撃的突き上げを受ける RC 橋脚の挙動を縦衝撃問題として捉え、RC 橋脚の動的応答が波動場から振動場へと移行するメカニズムについても明らかにしている。文献 3) の数値実験の一つに初等理論に基づく下端固定棒の突き上げ衝撃問題があり、応力波伝播によりコンクリートが引張破断した可能性が示唆されている。この例題は中実円形断面を仮定すると、直径に対する棒の長さの比が 10 程度であるので橋脚としてはやや長いように思われる。また、初等理論は一軸応力状態が成立する十分に長い棒に適用できるが、棒の長さが短くなると棒の動的挙動には面外慣性の影響が表れてくると考えられる。

本研究では、別府ら³⁾の下端固定棒の突き上げ衝撃問題を面外慣性の影響を考慮した Love の理論⁴⁾に基づいて理論的に解析し、初等理論の結果と比較することで棒の変位および応力応答に与える面外慣性の影響を調べた。また、面外慣性の影響は棒の長さに依存することに着目し、今回の入力荷重に限定された Love の理論と初等理論の適用範囲についても考察した。

2. 数値実験モデルと研究方法

図-1 (a) に示すような直径 D である中実円形断面を有する長さ L の柱部材の下端に時間 $t = 0$ で衝撃速度 v_0 が作用する衝撃突き上げ問題を考える³⁾。ここで、 $w(r, z, t)$ は軸 z 方向の面内変位、 $u(r, z, t)$ は半径 r 方向の面外変位であり、縦弾性係数を E 、ポアソン比を ν 、密度を ρ で表す。棒の下端 ($z = 0$) には圧縮応力波 $\sigma(t) = -\rho c_0 v(t)$ が作用するとし、初期条件 ($t = 0$ のときに

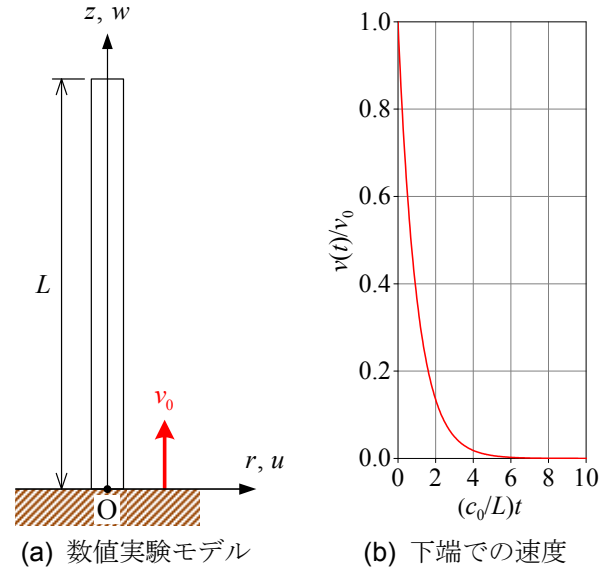


図-1 下端固定棒の突き上げ衝撃問題³⁾

$v = v_0$ の下で解けば、棒の下端での速度 $v(t)$ を次のように得ることができる³⁾。

$$v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{c_0 t}{L}\right) \quad (1)$$

ただし、 $c_0 = (E/\rho)^{1/2}$ は十分に長い棒の縦波の伝播速度であり、 v_0 は初期速度である。下端での速度の時間変化を図-1 (b) に示す。式(1)を棒下端での圧縮応力波に代入すれば、下端での入力荷重 $f(t)$ を得る。

Love の理論では、変位成分を次のように仮定する。

$$w(r, z, t) = w(z, t), \quad u(r, z, t) = -\nu r \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right). \quad (2)$$

Love の理論の運動方程式は、次のように表される⁴⁾。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \nu^2 k^2 \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial z^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{p(z, t)}{\rho A}, \quad k^2 = \frac{\int_A r^2 dA}{\int_A dA}. \quad (3)$$

ここで、 k は断面の極回転半径であり、 $p(z, t)$ は軸方向の分布力である。境界条件は、 w または次式で与えられる軸力 N を規定する。

$$N(z, t) = EA \frac{\partial w}{\partial z} + \rho A \nu^2 k^2 \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial z} \quad (4)$$

当然のことながら、 $\nu = 0$ とすれば初等理論の運動方程式と軸力に一致する。よって、式(2)から計算される w

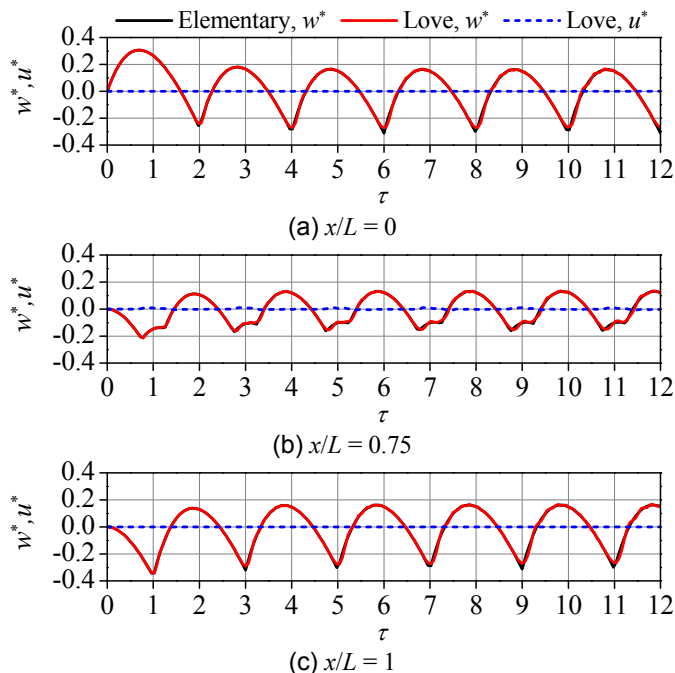


図-2 棒の面内変位と面外変位の応答と理論比較

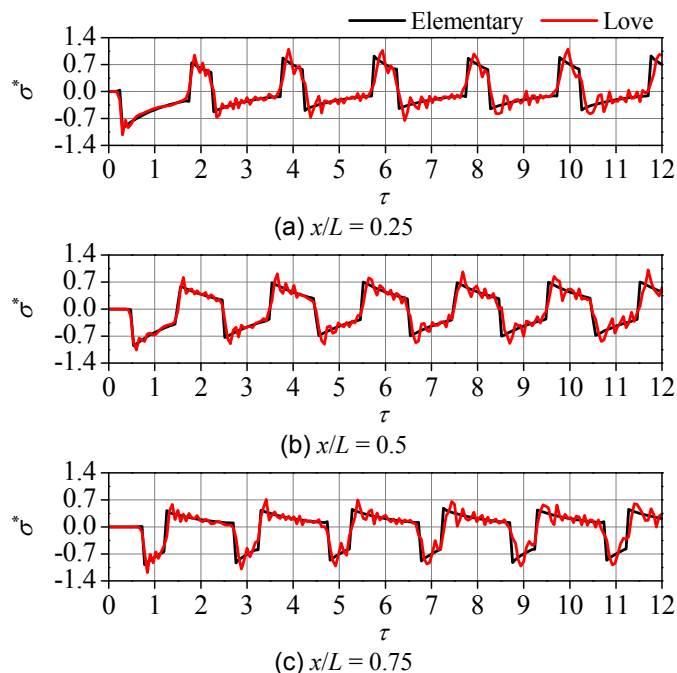


図-3 棒の応力応答と理論比較

と u の応答を比較すれば面外慣性の影響を評価することができる。また、応力応答については、式(4)の第1項目と第2項目を比較することで面外慣性の影響を評価できる。本研究では式(3)を両端自由な棒の固有関数によって展開し、閉じた形式の解析解を導出した。

3. 理論解析および考察

理論解析では、長さ一直径比 $L/D = 10$ とポアソン比 $\nu = 0.2$ を用いた。また、 t , w , u および σ は、次のように無次元化した。

$$\tau = \frac{c_0 t}{L}, \quad w^* = \frac{w c_0}{L v_0}, \quad u^* = \frac{u c_0}{L v_0}, \quad \sigma^* = \frac{\sigma c_0}{E v_0} \quad (5)$$

$\tau = 1$ は、下端で発生した波が棒の上端に達するまでの時間を意味する。

図-2 に Love の理論と初等理論による棒の面内変位と面外変位の長期応答を示す。また、図-3 は応力の長期応答の結果である。図-2 より、 $L/D = 10$ かつ今回の入力荷重による棒の変位応答には、面外慣性の影響はあまりみられない。ただし、Love の理論による圧縮の w^* の最大値は、初等理論のそれよりもわずかに減少している。また、図-3 より、Love の理論の応力応答は初等理論のそれを中心として振動し、長期応答になるとその振動の振幅が大きくなっている。最後に、文献3)の棒を伝播する応力波と Love の理論に基づくこの結果を図-4 に示す。これより、Love の理論による応力波には振動成分が表れており、初等理論に比べて波頭

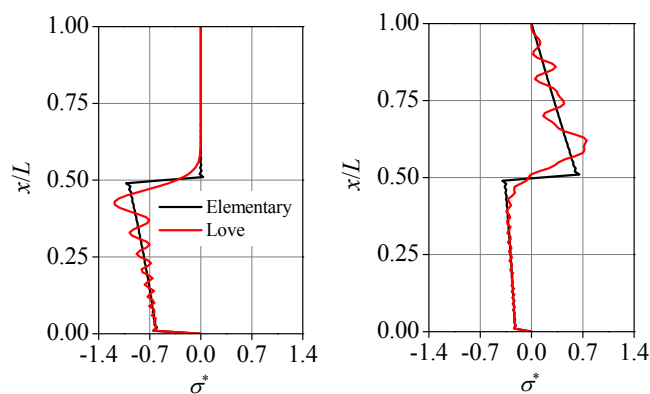


図-4 棒を伝播する応力波と理論比較

の位置は後方へ移動し、その圧縮および引張の波頭の最大値は大きくなる。

4. まとめ

本研究では、 $L/D = 10$ の棒の応力応答および応力波伝播に面外慣性の影響が表れることを明らかにした。

謝辞：本研究は、LIXIL 住生活財団 平成 28 年度 (2016 年) 調査研究助成を受けて行われました。

参考文献

- 1) 森ら：土木学会論文集 A, Vol.64, No.2, pp.376-39, 2008.
- 2) 別府ら：土木学会論文集, No.620/V-43, pp.215-231, 1999.
- 3) 別府ら：構造工学論文集, Vol.46A, pp.1893-1904, 2000.
- 4) Love, A.E.H.: A treatise on the Mathematical theory of elasticity (4th edition), Dover Publications, New York, 2011.