

境界・与条件に観測水位を用いた1次元不定流解析法と流量・粗度係数の推定法

九州工業大学工学部 学生会員 ○武久 晋太郎 九州工業大学大学院 正会員 重枝 未玲
九州工業大学 フェロー会員 秋山 壽一郎 九州工業大学大学院 学生会員 阿部 琢哉

1. はじめに

近年, 安全・安心が持続可能な河川管理が求められている¹⁾. 既存の個々の治水施設や施設群としての治水機能を適切に評価し, その機能の維持や改善を行うための計画型管理が今後ますます重要となる. そのためには, 洪水時の水位, 流量, 抵抗特性の時空間変化等を総合的に把握し, そのデータを蓄積することが重要となる²⁾. 本研究は, 以上のような背景を踏まえ, 流量ハイドログラフや抵抗の縦断変化の予測を目的として, 水位を境界条件とした1次元不定流解析法と観測水面形の経時変化に基づく流量・粗度係数の時空間推定法を提案し, その予測精度について検討したものである.

2. 境界・与条件に観測水位を用いた1次元不定流解析法と流量・粗度係数の推定法の概要

不定流解析法と推定法の基礎方程式は, 式(1)の1次元浅水方程式である. 離散化された式(1)を式(2)に示す. 発生・消滅ベクトルについても, 数値流束と同様に特性速度で風上化を行った.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + S = 0; U = (h \quad q)^T; E = (q \quad q^2/h + gh^2/2)^T; S = (0 \quad -ghS_0 + ghS_f)^T \cdots (1)$$

$$\frac{U_{i+\Delta t}^t - U_i^t}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} (E_{i+1/2}^t - E_{i-1/2}^t) + S_{i+1/2}^t + S_{i-1/2}^t = 0; E_{i+1/2}^t = \frac{1}{2} \left[E_{i+1}^t + E_i^t - \sum_{j=1}^2 \tilde{\alpha}^j |\tilde{\lambda}^j| \tilde{e}^j \right]; S_{i+1/2}^t = \frac{1}{2} \left[\tilde{S}_{i+1/2}^t + \sum_{j=1}^2 \frac{|\tilde{\lambda}^j|}{\tilde{\lambda}^j} \tilde{\beta}^j \tilde{e}^j \right] \cdots (2)$$

$$\tilde{A}_{i-1/2} n_{i-1/2}^2 - \tilde{A}_{i+1/2} n_{i+1/2}^2 = \tilde{B}_i; \tilde{A}_{i+1/2} = -\frac{1}{2} \tilde{c}_{i+1/2} \tilde{u}_{i+1/2} |\tilde{u}_{i+1/2}| / \tilde{R}_{i+1/2}^{4/3}; \tilde{B}_i = \frac{h_i^{t+\Delta t} - h_i^t}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left(E_{0i+1/2}^t - E_{0i-1/2}^t - \frac{1}{2} \tilde{c}_{i+1/2} \{ (z_{bi+1} - z_{bi}) \} + \frac{1}{2} \tilde{c}_{i-1/2} \{ (z_{bi} - z_{bi-1}) \} \right) \cdots (3)$$

U =保存量ベクトル, E =流束ベクトル, S =発生項・消滅項ベクトル, h =水深, q =単位幅流量, g =重力加速度, S_0 =水路床勾配, S_f =摩擦勾配, n =マンニングの粗度係数, u =流速, R =径深, c =波速, $\Delta t, \Delta x$ =時間, 空間の刻み幅, i =空間に対する添字
 z_b =水路床高, S_f =摩擦勾配, n =マンニングの粗度係数, u =流速, R =径深, c =波速, $\Delta t, \Delta x$ =時間, 空間の刻み幅, i =空間に対する添字

1次元不定流解析法(以下, 不定流解析法)では, 上下流端の水位ハイドログラフを境界条件として, 初期水深, 単位幅流量, 粗度係数, 河床位を与条件として, 式(2)により, 単位幅流量 q と水深 h の予測を行う.

推定法では, 水面形の経時変化, 初期水深・単位幅流量, 河床位を与条件として, 粗度係数 n と単位幅流量 q の推定を行う. 流れが常流の場合, 本離散化手法では式(2)から明らかなように, 連続の式の離散式に水路床勾配と摩擦勾配の項が含まれるようになる. この離散化手法を用いることで, 数値拡散が要因で生じる非物理的な振動を防ぐことができ, 物理的に正しい水面一定が維持される. このような物理的に正しい解を求めることができる数値解法に基づき粗度係数を推定する. 本研究では上流端の粗度係数を既知として, 式(3)を解くことで, 粗度係数の2乗を推定する. なお, 測定誤差によって粗度係数の2乗が負となった場合, 非常に小さな値(ここでは 1.0×10^{-12})に置き換えた. 粗度係数を推定した後, 単位幅流量を推定する.

3. 不定流解析法及び推定法の検証

実験装置は, 図-1に示す長さ9m, 幅1m, 水路床勾配は1/1,000, 粗度係数 $n=0.012m^{-1/3}s$ の水路である. 流れは不等流(CaseS)および不定流(CaseU)とし, CaseSについては, 上流から一定流量 $Q=0.01m^3/s$ を供給し, 水面形が堰上げ背水と低下背水となるように下流端の堰高を設定した. CaseUでは上流から一定流量 $Q=0.01m^3/s$ を供給し, 定常状態とした後, 計測開始時刻から, 流量計が100秒後に $Q=0.03m^3/s$, 200秒後に $Q=0.01m^3/s$ となるようにバルブを調整した. 下流端の堰高は, 初期の水面形が, 堰上げ背水と低下背水となるように設定した. 測定項目は, 水位 $H(m)$, 単位幅流量 $q(m^2/s)$ である. 水位については, 図-1の測定点①~⑨において, CaseSではポイントゲージで, CaseUではビデオカメラで撮影した画像を画像解析することで測定した. 単位幅流量については, CaseSでは流量計で測定し, CaseUでは測定点①・⑤・⑨において, 表面流速をPTVで測定し, この結果とlog則から水深平均流速を算定し, これと水位観測に基づく水深により単位幅流量を求めた.

図-2は, CaseSについて, 不定流解析法の解析結果と, 推定法の推定結果と実験値との比較を示したものである. 粗度係数の実測値には, 等流実験に基づく対象区間の平均的な値と実測値で算定したエネルギー勾配に基づく区

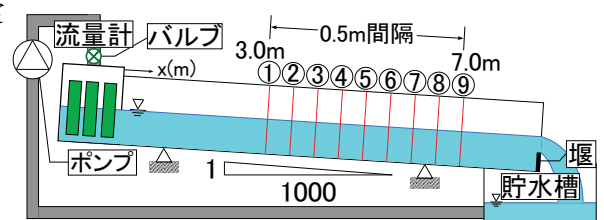


図-1 実験装置の概要

間毎の値を示している。各区間の実測値の平均値は等流実験に基づくものと一致していた。また、解析の粗度係数にはエネルギー勾配に基づく値を与えた。図-2より、いずれのCaseについても、(1)不定流解析法は、水位および流量を再現しており、その誤差は水位で最大0.03%, 流量で最大0.34%あること、(2)推定法は、流量とエネルギー勾配より求めた粗度係数を再現しており、その誤差は流量で最大0.14%, 粗度係数で最大1.1%であることがわかる。一方、粗度係数を等流実験で求めた値として流量を求めた場合、その相対誤差は不定流解析で2.2%, 推定法で17.1%であった。このように、推定法は、不定流解析法に比べ、粗度係数に対する流量の変化がシビアなことが確認された。

図-3は、CaseUについて、不定流解析法の解析結果と、推定法の推定結果と実験値との比較を示したものである。流量ハイドログラフから、(1)推定法の推定結果は、CaseU-M1の減水時の200秒周辺で実測値との間に若干のずれが生じていること、(2)他の時間帯では、不定流解析法および推定法いずれも実測値を再現していること、粗度係数の経時変化から、推定法の推定結果は、(1)いずれのCaseについても、等流実験の粗度周辺で振動が生じていること、(2)その幅はCaseU-M1が大きいことが確認できる。この振動は、不定流解析結果を水位の測定値とした推定結果では発生しなかったことから、水位の測定結果に含まれる誤差のため

に生じるものと考えられる。図-4は、0~10秒の定常状態の時刻の粗度係数、痕跡水位より求めた粗度係数の空間分布の推定結果と、図-3の粗度係数について、増水時、減水時の平均値の空間分布との比較を行ったものである。これより、増水・減水時の粗度係数には大きな変動が生じてお

らず、等流実験結果から得られた $n=0.012\text{m}^{-1/3}\text{s}$ 周辺を増減しており、最大で1.28倍、最小で0.91倍になることがわかる。このように、本解析法および推定法は、不等流・不定流の実験結果に対して、流量を十分な精度で推定できることが確認され、粗度係数についても、水路のもつ粗度係数付近の値となり、概ね妥当な値を推定できることが確認された。

4. おわりに

本研究から、(1)水位を境界条件とした不定流解析法は、不等流および不定流の水位・流量を十分な精度で再現できること、(2)推定法は、不等流および不定流の流量・粗度係数を推定可能であること、(3)推定法は、水位を境界条件とした不定流解析法に比べ、粗度係数の変化による流量のレスポンスがシビアであること、(4)推定法は、痕跡水位を用いた粗度係数の推定も可能なことが確認された。

謝辞：本研究は、科学研究費基盤研究(C)(課題番号：16K06515)の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献：1)国土交通省：河川砂防技術基準維持管理編，2011。2)国土交通省：河川砂防技術基準調査編，2012。

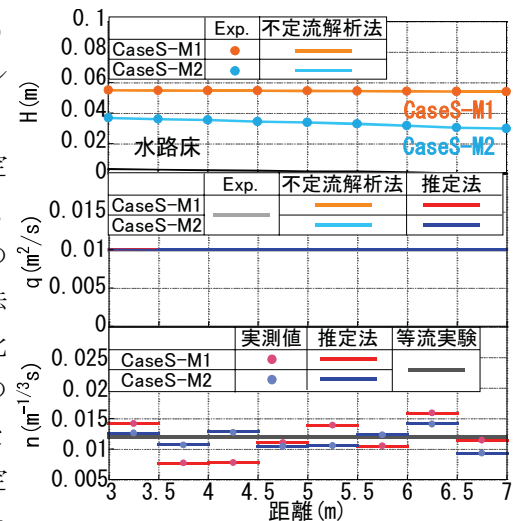


図-2 不等流実験に基づく検討

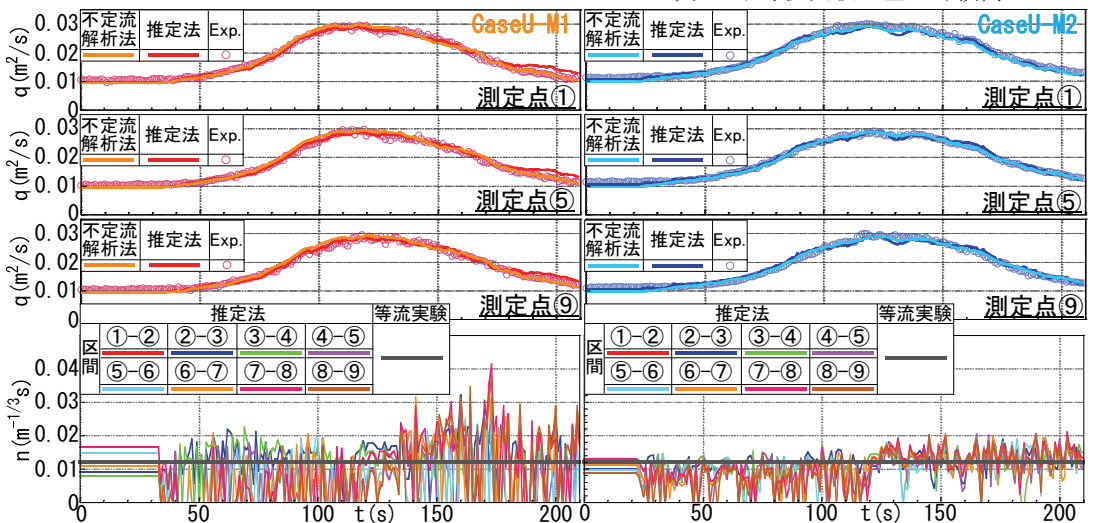


図-3 不定流実験に基づく検討(左:CaseU-M1, 右:CaseU-M2)

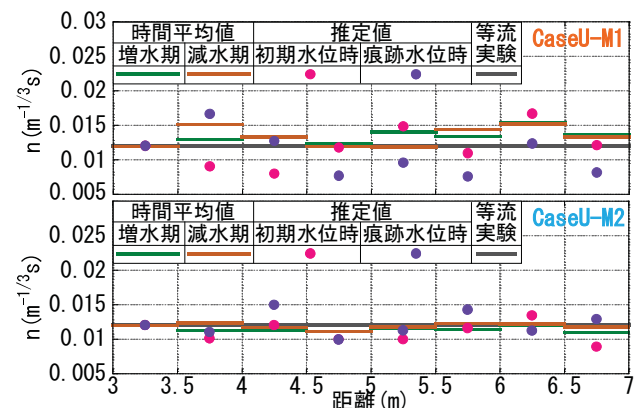


図-4 痕跡水位より求めた粗度係数