

漸拡矩形断面水路での上下流端水位を境界条件とした不定流解析と 水面形の経時変化を用いた流量・粗度係数の時空間推定

九州工業大学工学部 学生会員

○西山 晋平

九州工業大学大学院 正会員

重枝 未玲

九州工業大学

フェロー会員

秋山壽一郎

九州工業大学大学院

学生会員

田口 英司

1. はじめに

安全・安心が持続可能な河川管理にとって、洪水時の水位、流量、抵抗特性の時空間変化等を総合的に把握し、そのデータを蓄積することは重要である¹⁾。水位については、多点での連続観測が行われ、水面形の経時変化のデータが得られるようになってきている²⁾が流量観測結果については、多点での連続観測には至っていない。本研究は、以上のような背景を踏まえ、任意の断面形状の河道に適用可能な水位を境界条件とした1次元不定流解析法と水面形の経時変化に基づく流量と粗度係数の時空間推定法を新たに構築するとともに、漸拡長方形断面水路での予測精度について検討したものである。

2. 上下流端水位を境界条件とした不定流解析と水面形の経時変化を用いた流量・粗度係数の時空間推定の概要

本研究では、対象とする流れを常流とし、任意の横断面水路に適用可能な①上下流端の水位ハイドログラフを境界条件とした流量と流積の予測を行う1次元不定流解析法、②水面形の経時変化を入力条件とした流量と粗度係数の推定法を構築した。

両手法の基礎方程式は、式(1)の任意の水路形状に適用可能な1次元浅水流方程式²⁾である。式(1)が流束差分法により離散化されたものが式(2)となる。数値流束ベクトル、発生・消滅ベ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} &= \mathbf{S} ; \mathbf{U} = \begin{pmatrix} A & Q \end{pmatrix}^T ; \mathbf{E} = \begin{pmatrix} Q & Q^2/A + gI_1 \end{pmatrix}^T ; \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & gI_2 + gA(S_0 - S_f) \end{pmatrix}^T \cdots (1) \\ \mathbf{U}_i^{t+\Delta t} &= \mathbf{U}_i^t - \Delta t / \Delta x \left[\delta \mathbf{E}_{i+1/2}^- + \delta \mathbf{E}_{i-1/2}^+ \right] \cdots (2) \quad \delta \mathbf{E}_{i+1/2}^\pm = \Sigma_{j=1}^2 \left\{ 1 \pm \operatorname{sgn}(\tilde{\lambda}^j) \right\} / 2 \cdot \left(\tilde{\lambda}^j \alpha^j - \beta^j \right) \tilde{e}^j ; \operatorname{sgn}(a) = \begin{cases} 1 & a > 0 \\ -1 & a \leq 0 \end{cases} \\ \tilde{D}_i &= \frac{A_i^{t+\Delta t} - A_i^t}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left\{ \tilde{\lambda}_{i+1/2}^1 \alpha_{i+1/2}^1 + \tilde{\lambda}_{i-1/2}^2 \alpha_{i-1/2}^2 - \frac{g \tilde{A}_{i+1/2}}{2C_{i+1/2}} \left\{ \frac{(z_{bi+1} - z_{bi}) + (h_{i+1} - h_i)}{(A_{i+1} - A_i) / \tilde{B}_{i+1/2}} \right\} + \frac{g \tilde{A}_{i-1/2}}{2C_{i-1/2}} \left\{ \frac{(z_{bi} - z_{bi-1}) + (h_i - h_{i-1})}{(A_i - A_{i-1}) / \tilde{B}_{i-1/2}} \right\} \right\} \cdots (3) \\ \tilde{C}_{i-1/2} n_{i-1/2}^2 - \tilde{C}_{i+1/2} n_{i+1/2}^2 &= \tilde{D}_i ; \tilde{C}_{i+1/2} = - \left(g \tilde{A}_{i+1/2} / 2C_{i+1/2} \right) \tilde{u}_{i+1/2} \left[\tilde{u}_{i+1/2} / \tilde{R}_{i+1/2}^{4/3} \right] \\ \mathbf{U} &= \text{保存量ベクトル}, \mathbf{E} = \text{流束ベクトル}, \mathbf{S} = \text{発生項・消滅項ベクトル}, A = \text{流積}, h = \text{水深}, q = \text{単位幅流量} \\ g &= \text{重力加速度}, S_0 = \text{水路床勾配}, z_b = \text{水路床高}, S_f = \text{摩擦勾配}, n = \text{マンニングの粗度係数}, u = \text{流速} \\ R &= \text{径深}, c = \text{波速}, \Delta t, \Delta x = \text{時間, 空間の刻み幅}, i = \text{空間に対する添字} \end{aligned}$$

クトルについては特性速度で風上化を行った。不定流解析法では、初期の流積・流量、粗度係数、河床位を与条件として式(2)より流量 Q と流積 A の予測を行う。流量と粗度の推定法では水位より算定した流積の経時変化、初期水深、初期流量、河床位、一区間の粗度係数を与条件として式(2)より流量 Q と粗度係数 n の推定を行う。本離散化手法では、流れが常流の場合、連続の式の離散式に水路床勾配、水路形状の変化、摩擦勾配の項が含まれている。これらの項を考慮することで、例えば、水深が場所的に変化する水路床形状を持つ水路において、静水状態にも関わらず、数値拡散が要因で生じる非物理的な振動が発生する流れを防ぐことができ、物理的に正しい水面一定が維持される²⁾。このような数値解法に基づき粗度係数を推定する。粗度係数の推定は式(3)に基づき行った。式(2)中の連続の式の粗度係数を $n'_{i+1/2}$ とし式(2)中の連続の式を $n'_{i+1/2}$ を含む項で整理すると、式(3)が得られる。式(3)は一区間の粗度係数を与えれば、解くことができる。本研究では、上流端の粗度を与えることで粗度を推定する。なお、測定誤差によっては、粗度係数の2乗が負となり、底面摩擦によりエネルギーが供給される非物理的な現象が生じる。このような場合は非常に小さな値(ここでは 1.0×10^{-12})を与えた。

3. 定常・非定常実験結果に基づく検討

以下では、測定誤差が含まれる可能性のある状況下での定常流と非定常流への適用性について検討した。なお、不等流解析結果を観測値として用いた場合には、いずれの手法も不等流解析条件を再現可能であることは確認されている。

(1) 実験の概要

実験装置は、図-1に示す長さ9m、幅を $x=4.0\sim 6.0\text{m}$ で1mから1.4mに漸拡させた水路である。水路床勾配は1/1,000、粗度係数 $n=0.012(\text{m}^{-1/3}\text{s})$ に設定されている。上流端には流量計が設置され

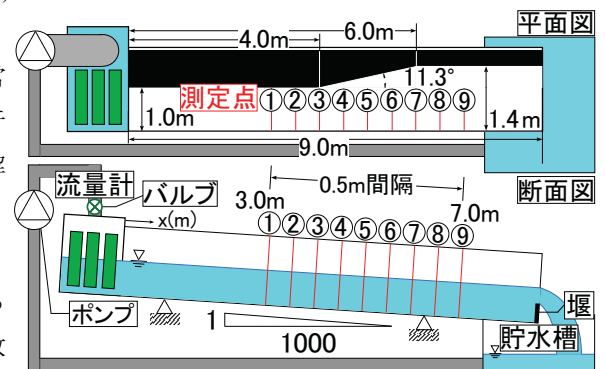


図-1 実験装置の概要

ており、バルブにより流入流量が調整される。流れは定常流(CaseE-S)および非定常流(CaseE-U)とし、CaseE-Sについては、上流から一定流量 $Q=0.001(\text{m}^3/\text{s})$ を供給し、水面形が堰上げ背水と低下背水となるように下流端の堰高を設定した。CaseE-Uでは上流から一定流量 $Q=0.0037(\text{m}^3/\text{s})$ を供給し定常状態とした後、計測開始時刻から、流量計が70秒後に $Q=0.0108(\text{m}^3/\text{s})$ 、140秒後に $Q=0.0037(\text{m}^3/\text{s})$ となるように、バルブを調整した。再現性については、同一実験を3回実施し、その誤差が2.5%以内であることを確認している。なお、漸拡部で渦が発生しない条件で実験を実施した。測定項目は、水位 $H(\text{m})$ 、流量 $Q(\text{m}^3/\text{s})$ である。

(2) 解析の概要

不定流解析法・推定法のいずれも、測定位置と同様な位置に格子点を設けた。定常実験では観測水位と実測エネルギー勾配より求めた粗度係数の値を、非定常実験では観測水位と上流端に等流実験の粗度係数の値を境界・与条件とした。

(3) 定常実験結果に基づく検証

図-2は、CaseE-Sについて、不定流解析結果、推定結果と実験値との比較したものである。粗度係数には、等流実験より求めた値とエネルギー勾配より求めた値を示している。これより、いずれのCaseについても(1)不定流解析法は、水位および流量を再現しており、(2)推定法は、流量とエネルギー勾配より求めた粗度係数を再現していることがわかる。

(4) 非定常実験結果に基づく検証

図-3は、CaseE-Uについて、不定流解析結果、推定結果と実験値との比較をしたものである。各区間の粗度係数は、その経時変化は不明なため、等流実験の値とした。水面形の変化

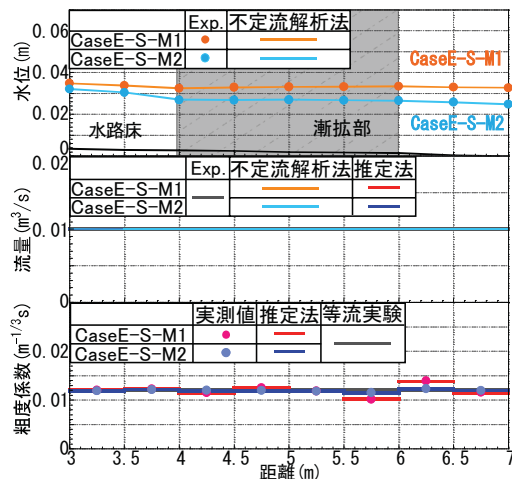


図-2 定常実験に基づく検証

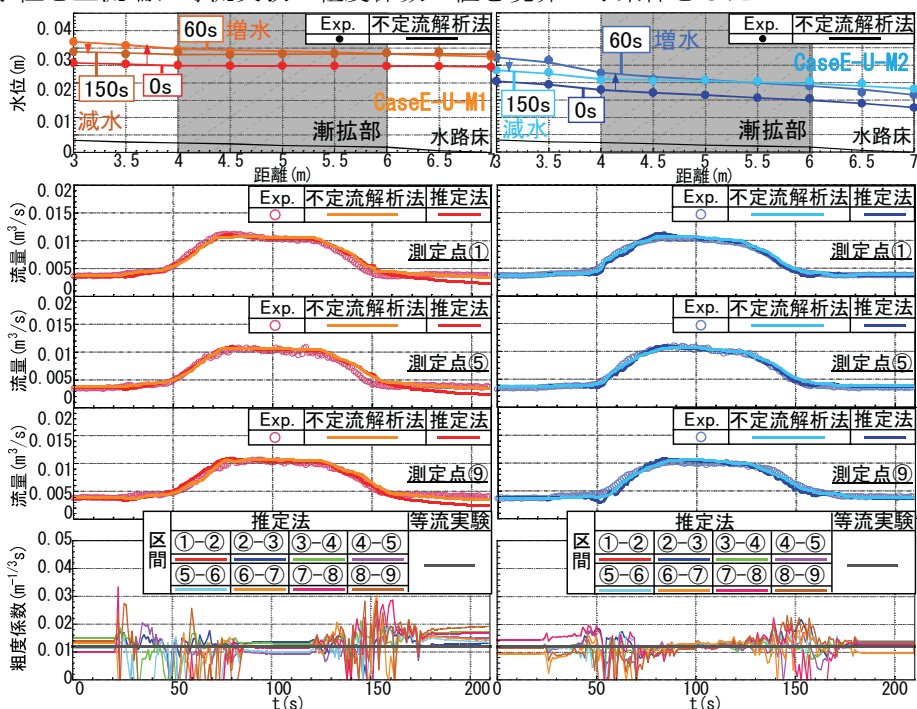


図-3 非定常実験に基づく検証(左:CaseE-U-M1, 右:CaseE-U-M2)

より、水位の不定流解析結果と実験値との相対誤差は、最大で5.4%程度であり概ね再現されていること、流量ハイドログラフより、(1)推定結果は、CaseE-U-M1の減水時に、CaseE-U-M2では測定点⑤で実測値との間にずれが生じていること、(2)他の時間帯では、不定流解析法および推定法のいずれも実測値を再現していること、粗度係数の経時変化から、推定結果は、(1)いずれのCaseについても、等流実験の粗度係数周辺で振動していること、(2)その幅はCaseE-U-M1が大きいことが確認できる。この振動は、不定流解析結果を水位の測定値とした推定結果では発生しなかったことから、水位の測定結果に含まれる誤差のために生じるものと考えられる。

4. おわりに

本研究から、本不定流解析法および推定法は流量ハイドログラフの推定に有用なツールであることが確認された。ただし、粗度係数の推定には、振動が発生するなど課題が残るため、不定流の水位測定に含まれる誤差を除くフィルター処理を含め補間方法について検討し、今後、複雑な縦横断面形状を有する流れや実河道への適用性についても検討したいと考えている。

謝辞：本研究は、科学研究費基盤研究(C)(課題番号：16K06515)の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献：1)国土交通省：河川砂防技術基準調査編，2012，2)秋山壽一郎，浦 勝，重枝未玲，アキレス クマール ジャ：1次元浅水流方程式のFDSに基づく数値解析，水工学論文集