定ひずみ要素による力学的合理性を有する構造曲面の形態解析手法

佐賀大学　学生会員　福岡　祐也
正会員　井嶋克志、帯屋洋之、川崎徳明

1.まえがき

膜構造物の完成時曲面として最も合理的な形状は等張力曲面であり、等張力要素を用いて求めることができる。しかし、等張力要素を用いた解析法は形成可能条件が限定的であり、膜自重などの条件を考慮すれば計算不能となるなど実用性に問題がある。

新たに開発した形態解析手法は、通常の構造解析にも使用される定ひずみ要素を用いて、平衡時の要素が等ひずみとなるように要素無応力辺長を反復更新することにより、膜曲面形状を求めるものである。この解析法により、等張力曲面は勿論、等張力曲面形成不能条件下でも等ひずみに最も近い曲面を得ることができる[1]。

さらに本形態解析法は僅かなアルゴリズムの変更により、張力膜曲面形状だけでなく圧縮シェル形状の算定にも用いることができる。ガウディやイズラーなどの建築家は皺のない懸垂膜の張力曲面形状を実験により求め、この形状を水平面に対して反転しこれをアーチドーム形状として用いている[2]。本解析法はこの実験的形状決定をそのまま数値計算によって行うことができ、本論はこれを示している。

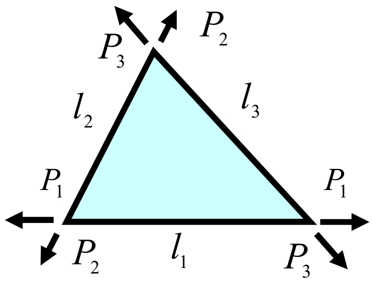


図-1 変形時の三角形定ひずみ要素

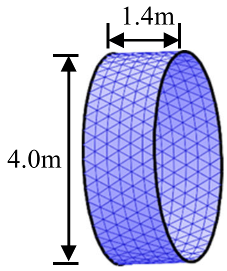
2.定ひずみ要素の剛性方程式

解析には等方性要素内一定ひずみを仮定する三角形要素を使用する。この要素において**図-1** に示す要素端力 P_1, P_2, P_3 と辺長伸び量 $l_1-l_{10}, l_2-l_{20}, l_3-l_{30}$ 間に次式が成り立つ。

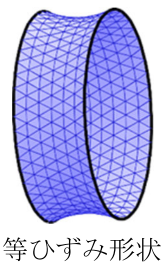
$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \frac{Et}{4A} \begin{bmatrix} e_1^2+\mu l_1^2 & e_1 e_2 - \mu l_1 l_2 & e_3 e_1 - \mu l_3 l_1 \\ & e_2^2+\mu l_2^2 & e_2 e_3 - \mu l_2 l_3 \\ sym & & e_3^2 + \mu l_3^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} l_1 - l_{10} \\ l_2 - l_{20} \\ l_3 - l_{30} \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

ここに E:膜材ヤング率，ν:ポアソン比，t:膜厚，A:無応力要素面積，$\mu=(1-\nu)/2$，l_{i0}:辺 i の無応力辺長，l_i:辺 i の変形時要素辺長，e_{i0}:頂点 i と垂心間の距離である。

現節点位置に基づく要素辺長を式(1)に用いれば要素端力を得るから、平衡条件式に用いることができる。また、懸垂張力膜形状を反転し圧縮シェル形状に変換するとき、式(1)における要素端力は絶対値を維持して正負反転し、この正負反転した要素端力のもとに式(1)から要素無応力辺長を求めることができる。



(1) 初期仮定形状



(2) 等ひずみ形状

図-2 回転双曲面の計算例

3.張力膜形状算出のアルゴリズム

張力膜形状を求める計算手順は次の通りである。

(1)境界条件、荷重、節点初期座標値、設定等ひずみ量 ε_0 等を定める。

(2)節点座標値より得られる要素辺長と設定等ひずみ量から、要素無応力時辺長 $l_{i0}=l_i/(1+\varepsilon_0)$ を求める。

(3)幾何学的非線形解析を行い、釣り合い形状を求める。

(4)全要素の 3 辺方向の伸びひずみ ε_i を計算し、設定した等ひずみ量との誤差比 $E_r=\left|(\varepsilon_i-\varepsilon_0)/\varepsilon_0\right|$ を求める。最大ひずみ誤差比が許容値以上であれば(2)に戻り、許容値未満であれば解形状を得たものとする。

図-2 は本解析法を用いた回転双曲面の一例である。円筒形を初期形状として、円筒両縁の円を固定することにより、設定ひずみが引張であれば如何なるひずみ量であっても図に示す同一の形状を得る。ただし、回転双曲面は膜自重を考慮せず、$D/B > 1.509$のときのみ等ひずみ（張力）曲面形状となる。ここに、D:円筒直径、B:円筒幅である。本解析法はこの条件外であっても設定ひずみには収束しないものの、これに最も近いひずみ状態の解形状を得る。

4.圧縮シェル形状算出のアルゴリズム

力学的合理性を有する圧縮シェル形状は、重力が作用する曲面構造に引張応力が存在しないことであり、最早等応力曲面は不可能である。計算過程は、先ず重力による膜構造の懸垂曲面内に圧縮ひずみが存在しない曲面形状を求め、重力方向を法線とする平面に対してこの曲面形状の反転形状を求めるものである。すなわち、

(1)境界条件、荷重、節点初期座標および無応力要素辺長を定める。

(2)幾何学的非線形解析を行い、釣り合い形状を求める。

(3)全要素について 2 主ひずみ量を計算する。全要素が 2 主ひずみを引張状態とするとき、懸垂膜形状を得られたものとして(5)へ進み，圧縮シェル形状を求める計算過程に入る。一方、一つの要素でも圧縮主ひずみがある場合は次の圧縮ひずみを除去する計算に進む。

(4)圧縮主ひずみが現れることは、その主ひずみ方向における要素無応力寸法が長すぎるためであり、この方向において引張ひずみとなる無応力寸法に修正する。圧縮主ひずみが生じた全ての要素に対してこの処理を行い、(2)に戻る。

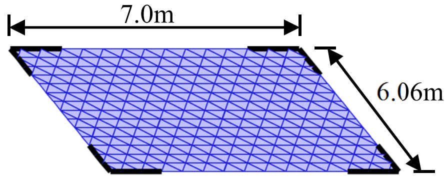
(5)鉛直座標軸を重力方向とする場合には、水平面内座標値はそのままにして鉛直座標値のみ正負反転したものを節点座標値とする。また、式(1)における要素端力の正負反転を行い、要素無応力辺長を求める。

(6)幾何学的非線形解析を行い、釣り合い形状および要素主ひずみ計算より、全要素圧縮状態の確認を行う。

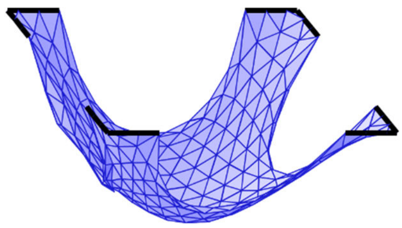
5.圧縮シェル形状の計算例

図-3 は圧縮シェル形状の計算例を示したものである。構造材料はコンクリートを想定し、ヤング率 28GPa 膜厚 10cm として全節点に自重に相当する荷重 429N が作用する。ただし、引張形状を算出する際は、ヤング率をコンクリートの 0.01%としている。初期仮定形状は図-**3(a)**のように平面形状とし、全要素引張主ひずみとなる形状が図-**3 (b)**である。このとき全要素の主ひずみは図-**3 (c)**のように引張である。図-**3 (b)**を反転し幾何学的非線形解析によりコンクリート構造材料のもとに釣り合い形状を求めたものが図-**3 (d)**である。この圧縮シェル形状における全要素のひずみ状態は図-**3 (e)**となる。

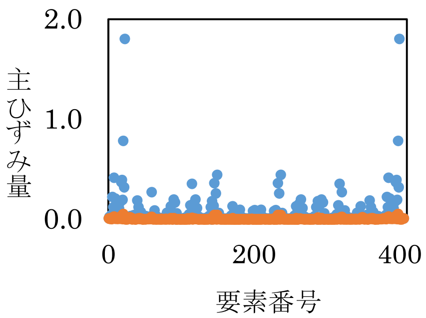
参考文献 1) 宝蔵寺宏彰他:等張力膜構造形状を目的とした等ひずみ曲面解析手法について、土木学会全国大会,pp913-914,2013.9.,2) F.オットー 他著、岩村和夫 訳 :自然な構造体、鹿島出版会、1986.



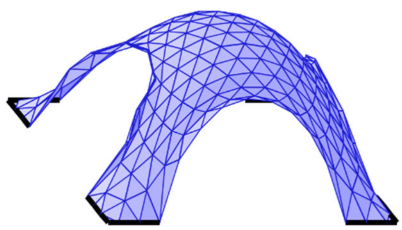
(a) 初期仮定形状



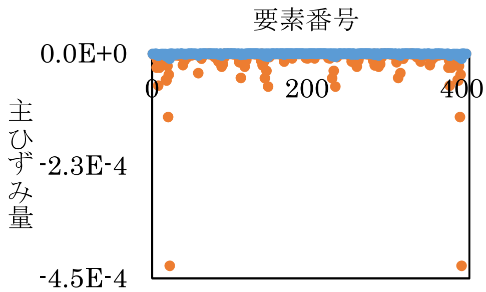
(b) 引張膜形状(E=2.8MPa)



(c) 引張形状における要素主ひずみ



(d) 圧縮シェル形状(E=28GPa)



(e) 圧縮形状における要素主ひずみ

図-3 圧縮シェル形状の計算例