

Material Point Methodにおけるエネルギー変動問題に対する抑制手法の提案と数値解析的検討

琉球大学大学院 学会員 ○ 江戸 孝昭
琉球大学 正会員 松原 仁
琉球大学 正会員 原 久夫

1. はじめに

土石流や地すべり等の斜面崩壊は、降雨等により地盤内に水が溜り弱面（すべり面）が形成され、抵抗力が弱くなり一気に滑り落ちる、マルチフィジックスな現象である。地盤の大変形、崩壊現象を精度よく評価することは、地盤内部の状態を高い精度で把握することが容易ではないことから、極めて困難な問題である。

近年、計算機性能の進歩に伴い、上記のような地盤・岩盤の崩壊、変形、移動挙動等の複雑挙動や物理特性を評価するための手法として、数値シミュレーション技術が積極的に適用されている。最近では SPH, MPS 等の粒子法と呼ばれるメッシュ生成を必要としない手法が様々な分野で盛んに行われており、地盤・岩盤の大変形問題にも適用され、斜面崩壊現象の再現が行われている。本研究でも、その粒子法の一つである Material Point Method (MPM) と呼ばれる手法に着目し研究を行ってきた。MPM は SPH や MPS 等の粒子法と同様に連続体を Lagrangian 粒子で表現するが、粒子の背面に設けられる Euler 格子を用いて支配方程式を解く手法である。FEM をベースとした解析手法であるため、他の粒子法より理解しやすい手法であるとされているが、弾性状態が継続する場合、エネルギーに関する問題が指摘されている。そこで本研究では、MPM のエネルギー変動に関する修正法の提案を行い、従来法との比較検証を行う。

2. MPM の概要

MPM は連続体を粒子の集合体で表わし、その粒子群の背面に Euler 格子を設け (Fig.1 参照)、各粒子の物理量を有限要素法同様に格子節点の内挿関数を用いて節点に集約し、Euler 格子にて支配方程式を解く手法である。このとき、連続体における質量および運動量の保存則は次式にて得られる。

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1a)$$

$$\rho \mathbf{a} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} \quad (1b)$$

ここで、 ρ : 密度、 $\mathbf{v}$: 速度、 $\mathbf{a}$: 加速度、 $\boldsymbol{\sigma}$: 応力、 $\mathbf{b}$: 単位体積力である。なお、支配方程式の弱形式化、離散化ならびにアルゴリズムに関しては参考文献1)を参照されたい。

3. エネルギー変動に対する抑制法 (MLS-MPM)

本研究では MPM のエネルギー変動に関して、着目粒子のひずみ増分値を近傍粒子のひずみ増分値を用い

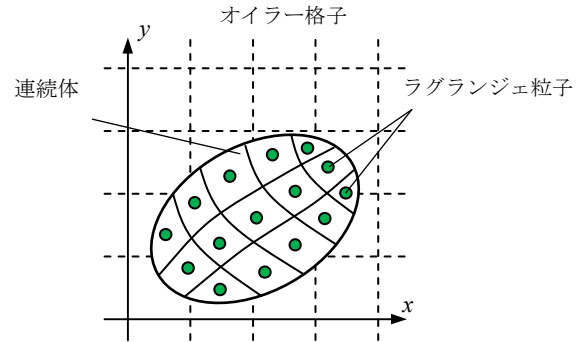


Fig.1 MPM の概念図

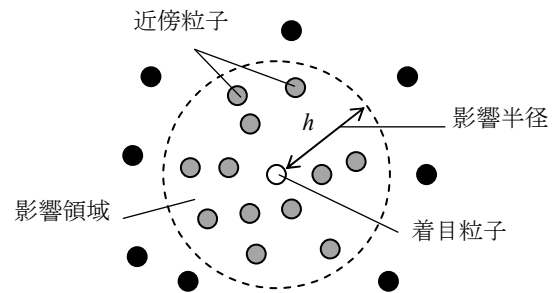


Fig.2 影響領域（半径）の概念図

て補完することで、連続体のエネルギー変動の修正を行った。具体的には、近傍粒子のひずみ増分値を用いて次式の重み付き自乗和を最小にすることで、着目粒子の修正ひずみ増分値 $\Delta \epsilon_{\text{modified}}$ は求められる。

$$J = \sum_{p=1}^n w(r_{ij}, h) (\Delta \epsilon_{\text{modified}} - \Delta \epsilon_p)^2 \quad (2)$$

ここで、 J : 残差の自乗和、 n : 近傍粒子数、 $w(r_{ij}, h)$: 重み関数、 r_{ij} : 粒子 p との距離、 h : 影響半径 (Fig.2 参照)、 $\Delta \epsilon_p$: 粒子 p のひずみ増分値である。本研究において、式(2)の停留条件より得られる修正ひずみ増分値を用いた手法を MLS-MPM と呼ぶ。また、本研究では、MPM の高精度化手法である GIMP^{2), 3)}との比較検証も同時に行う。

4. 数値解析結果

ここでは、Fig.3 に示す試験体の平行移動問題を

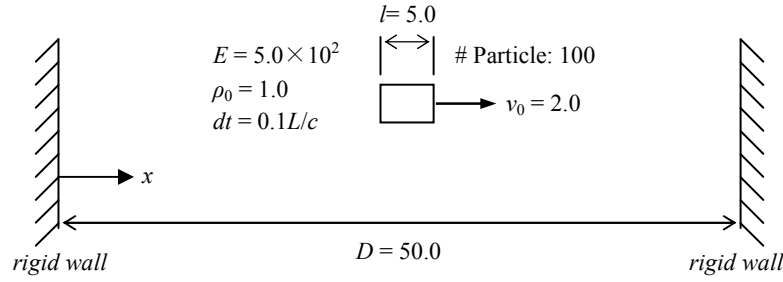


Fig.3 物体の平行移動問題

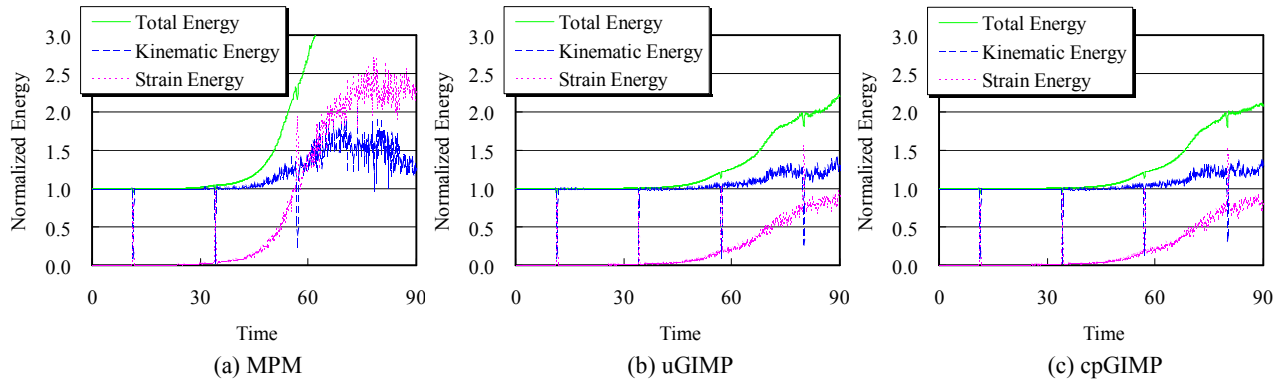


Fig.4 正規化エネルギーの推移（移動最小自乗法の適用なし）

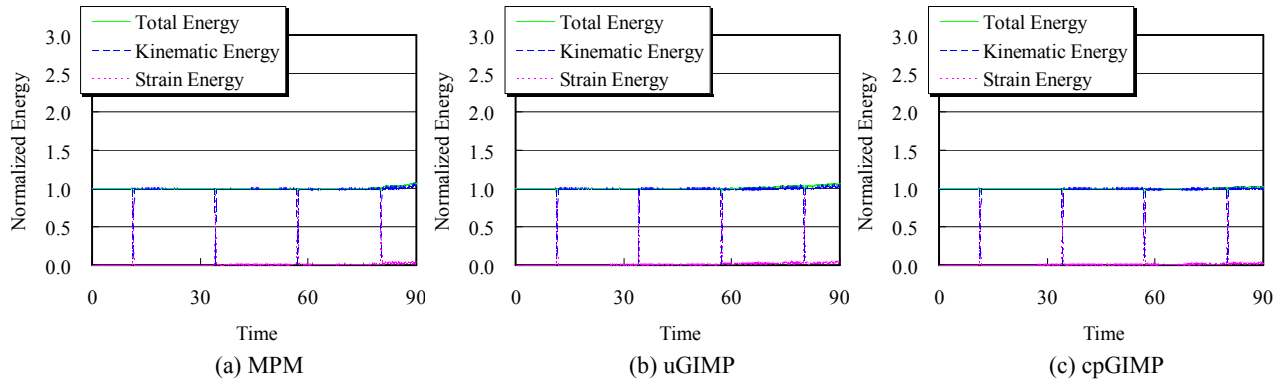


Fig.5 正規化エネルギーの推移（移動最小自乗法の適用あり）

対象として、弾性エネルギーの変動について検討する。試験体の初期位置を空間の中心とし、初期条件として初期速度 $v_0 = 2.0$ を与えた。本問題における、格子サイズは 0.5 としており、時間増分値に関して、クーラン係数を 0.1 として決定した。

Fig.4 に、時間と初期のエネルギーで正規化した正規化エネルギーとの関係を示す。Fig.4 より、MPM は時間経過にともないエネルギーが増加する結果となった。GIMP においては、MPM に比べ安定した解を得ているが、MPM 同様にひずみエネルギーが増加する結果となった。Fig.5 に MLS-MPM の結果を示す。MPM ならびに GIMP とともに、ひずみエネルギーが安定しており、エネルギー保存則が成り立つ結果となった。

5. おわりに

本研究では、Material Point Method (MPM) のエネル

ギーに関する修正法の提案を行った。その結果、従来手法 (MPM, GIMP) に比べ、エネルギーの変動を抑えることが可能となった。今後は、MLS-MPM を斜面崩壊問題に適用したいと考える。

参考文献

- 1) Sulsky, D., Zhou, S. J. and Schreyer, H.L.: Application of a particle-in-cell method to solid mechanics, *Computer Physics Communications*, Vol.87, pp.236-252, 1995.
- 2) Bardenhagen, S. G. and Kober, E. M.: The generalized interpolation material point method, *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol.5, pp.477-495, 2004.
- 3) Wallstedt, P. C. and Guilkey, J. E.: An evaluation of explicit time integration schemes for use with the generalized interpolation material point method, *Journal of Computational Physics*, Vol.277, pp.9628-9642, 2008.