

多点水位観測値を用いた矩形一様断面水路における流量の推定法

九州工業大学工学部 学生会員 ○田口 英司 九州工業大学大学院 正会員 重枝 未玲
九州工業大学大学院 フェロー会員 秋山壽一郎 九州工業大学大学院 学生会員 阿部 琢哉

1. はじめに

近年、安全・安心が持続可能な河川管理が求められている。河川の維持管理は本格的な計画型管理へと移行しており、平成23年には河川砂防技術基準維持管理編¹⁾が策定されている。河川維持管理を行う上で、洪水時の水位、流量、抵抗特性の時空間変化等を総合的に把握することが重要となる²⁾。近年、水位については、多点での連続観測が行われるようになってきているが、一方で、流量や抵抗特性に関する観測結果は、水位程データは整備されていない。本研究は以上のような背景を踏まえ、観測した水面形の経時変化に基づき、流量と粗度係数の時空間推定法を新たに提案するとともに、その予測精度について検討したものである。

2. 多点水位観測値を用いた流量と粗度係数の推定法の概要

本推定法は、水面形状の経時変化と境界での粗度係数を与条件として、1次元浅水方程式に基づき、特性速度により洪水波の伝播を考慮し、①流量と②境界を除く粗度係数の時空間分布を推定する手法である。

基礎方程式は、式(1)の1次元浅水方程式である。この式を、流束差分法を用いて離散化し、連続の式を単位幅流量 q_i に関する連立2次方程式として整理すると、式(2)が得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{S} &= \mathbf{0}; \mathbf{U} = (h \quad q)^T; \mathbf{E} = \left(q \quad q^2/h + gh^2/2 \right)^T; \mathbf{S} = \left(0 \quad -ghS_0 + ghS_f \right)^T \dots (1) \\ (q_{i+1} - q_{i-1}) - (D_{i+1/2} - D_{i-1/2}) &= -2\Delta x (h_i^{n+1} - h_i) / \Delta t \dots (2) \\ D_{i+1/2} &= -A_{i+1/2} (q_{i+1}/\sqrt{h_{i+1}} + q_i/\sqrt{h_i})^2 + B_{i+1/2} \{ (q_{i+1}^2 - q_{i+1}q_i)/\sqrt{h_{i+1}} + (q_{i+1}q_i - q_i^2)/\sqrt{h_i} \} + \tilde{c}_{i+1/2} (h_{i+1} - h_i) + \tilde{c}_{i+1/2} (z_{bi+1} - z_{bi}) \\ A_{i+1/2} &= \{ (h_{i+1} - h_i) - \text{sgn}(\tilde{u}_{i+1/2}) \tilde{c}_{i+1/2}^2 n_{i+1/2}^2 \Delta x / \tilde{R}_{i+1/2}^{4/3} \} / \tilde{c}_{i+1/2} (\sqrt{h_{i+1}} + \sqrt{h_i})^2; B_{i+1/2} = 1 / (\tilde{c}_{i+1/2} \sqrt{h_{i+1}} + \sqrt{h_i}); \text{sgn}(a) = \begin{cases} 1 & a > 0 \\ -1 & a \leq 0 \end{cases} \\ q_i^t &= q_i^{t+\Delta t} = q_i^t + \Delta q_i^t \dots (3) \quad n_i^{t+\Delta t} = \sqrt{(q_i^{t+\Delta t} - q_i^t) R_i^{4/3} / g q_i^t} \dots (4) \end{aligned}$$

$\mathbf{U}$ =保存量ベクトル, $\mathbf{E}$ =流束ベクトル, $\mathbf{S}$ =発生項・消滅項ベクトル, h =水深, q =単位幅流量, g =重力加速度, S_0 =水路床勾配, z_b =水路床高, S_f =摩擦勾配, n =マンニングの粗度係数, u =流速, R =径深, c =波速

られる。単位幅流量 q_i^t を、偏差成分 Δq_i^t を用いて式(3)のように表し、式(3)を式(2)に代入した後、微小な値となる Δq_i^t に関する二乗の項について無視することで、式(2)は偏差成分 Δq_i^t に関する連立1次方程式に整理される。この連立1次方程式を解くことで偏差成分 Δq_i^t を求め、式(3)で単位幅流量 $q_i^{t+\Delta t}$ を更新し、 $\Delta q_i^t \leq EPS$ となるまで計算を続けることで、式(2)を解き、単位幅流量 q_i^t を求める。ここに、 EPS は非常に小さな値であり、ここでは $EPS=1.0 \times 10^{-10}$ とした。

粗度係数は、摩擦勾配の影響を無視した運動方程式から求めた単位幅流量 q' と摩擦勾配を0とし式(2)を解くことで得られる単位幅流量 q'' を用いて式(4)より推定した。摩擦勾配を0とし式(2)を解くことは、式(1)の離散化の際に、摩擦勾配を風上化するのではなく、格子の中心点で離散化したことになる。従って、単位幅流量 q'' は、格子の中心点で離散化した時の摩擦勾配の影響を含んだ流量となる。摩擦勾配の影響を考慮した場合、粗度係数を求めるには連立方程式を解く必要があり、計算の簡略化のためにこのような処理をした。また、推定された粗度は、時刻 $t-\Delta t$ のものであるが、この粗度を時刻 t のものとして取り扱った。

3. 不等流・不定流の実験結果への適用

本手法を等流と不等流解析結果に適用した結果、流量および粗度係数の解析条件との相対誤差の最大値は、流量で0.87%、粗度係数で1.6%であった。なお、粗度係数を推定せずに解析条件の値を用いた場合には、流量の相対誤差は最大で0.8%であることが確認された。以下では理想的でない状況下での不等流と不定流への適用性について検討した。

(1) 実験の概要

実験装置は、図-1に示す長さ8m、幅0.4m、水路床勾配は1/1,000、粗度係数 $n=0.010(\text{m}^{-1/3}\text{s})$ の水路である。流れは不等流(CaseS)および不定流(CaseU)とし、CaseSについては、上流から一定流量 $Q=0.00104(\text{m}^3/\text{s})$ を供給し、水面形が堰上げ背水と低下背水となるように下流端の堰高を設定した。CaseUでは上流から一定流量 $Q=0.0059(\text{m}^3/\text{s})$ を供給し定常状態とした後、計測開始時間から30秒後に2台目のポンプを $Q=0.012(\text{m}^3/\text{s})$ で稼働させ、60秒後に停止さ

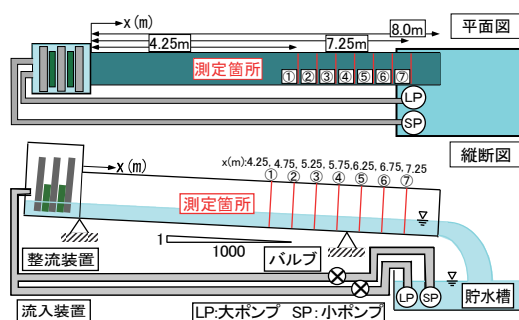


図-1 実験装置の概要

せた。測定項目は、水位 $H(m)$ 、単位幅流量 $q(m^2/s)$ である。CaseU-M1では測定点①, ③, ⑦, CaseU-M2では測定点②, ④, ⑦で観測を行った。

(2) 解析の概要

解析では、測定位置と同様な位置に格子点を設け、各観測地点での水位の経時変化と上下流端の粗度係数を与えた。なお、CaseU-M1については、水位の空間変化が明確になるように格子間隔をCaseU-M2の2倍とした。

(3) 不等流実験結果に基づく検証

図-2は、CaseSの流量と粗度係数の空間分布の実験結果と推定値を比較したものである。これより、本推定法は(1)いずれのCaseについても流量には若干の差があり、(2)粗度係数についてはいずれのCaseも中流で誤差が大きくなることなどが確認できる。一方、粗度を一定として流量を推定した場合、その相対誤差は推定粗度の場合と同程度であった。従って、この誤差は水位の測定誤差に起因すると考えられる。

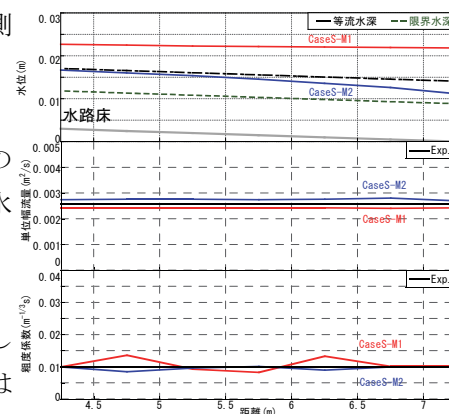


図-2 不等流実験に基づく検証

水位の測定結果と不等流解析より得られた水位とを比較したところ、その差は0.10～1.01%程度であり、水面形測定誤差は単位幅流量にシビアにレスポンスすると考えられる。特に堰上げ背水の場合に、そのような傾向にあった。

(4) 不定流実験結果に基づく検証

図-3は、CaseUについての比較を行ったものである。これより、水面形の経時変化から、(1)CaseU-M1では増水時には水面勾配は順勾配となるが、減水時には逆勾配となること、(2)CaseU-M2では増水、減水時のいずれも概ね順勾配であること、などが確認できる。流量ハイドログラフおよび粗度係数の比較から、本推定法は、(1)流量ハイドログラフの波形、(2)ピーク流量などの実験結果を再現しているが、一方で、(3)CaseU-M1

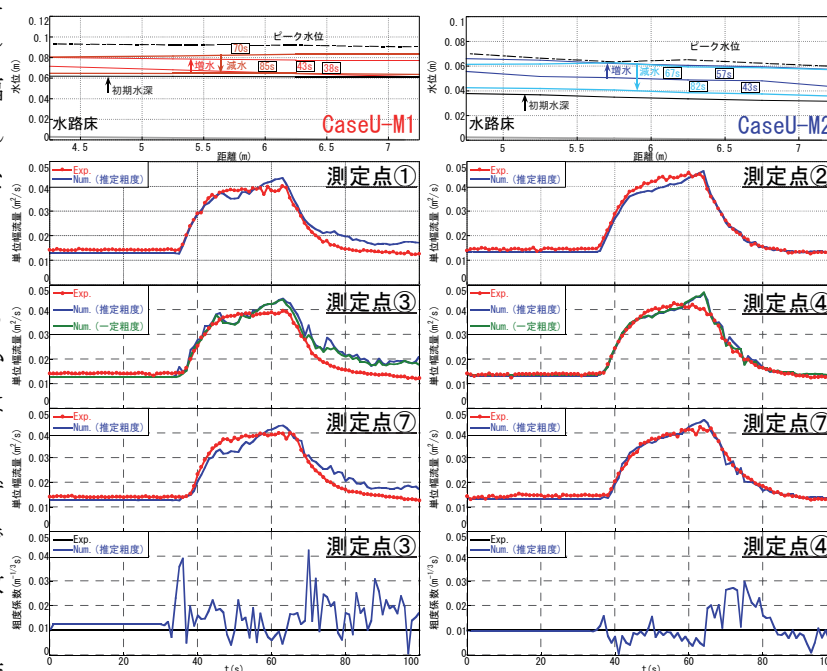


図-3 不定流実験に基づく検証 (左:CaseU-M1, 右:CaseU-M2)

のように水面勾配が逆勾配となる減水時には予測精度が下がる。また、CaseU-M1の測定点③やCaseU-M2の測定点④では、流量が振動するなど、精度が十分ではないこと、などが確認できる。これは、同図に示す粗度を一定とした場合の推定ではこのような振動が生じていないことから、図-3に示す粗度係数の経時変化の振動が要因であり、このような振動は、水位の3次スプライン補間の際に振動が生じた区間で起こっていた。このことを踏まえると、水位の補間方法や粗度係数の推定方法について、振動を防ぐための有理関数スプライン補間や連立方程式を解く粗度推定法の導入など、さらなる改善が必要であると考えられる。

このように、本推定法は、不等流・不定流の実験結果に対して、粗度係数の推定には誤差があるものの、流量を十分な精度で推定できることが確認された。これは、流量推定は、連続の式に基づいており、上述したように、粗度係数の変化に対する流量のレスポンスは、さほどシビアではないためだと考えられる。

4. おわりに

本研究から、本推定方法は(1)粗度係数の推定精度には問題が残るものの、(2)不等流および不定流の流量について十分な精度で推定可能であることなどが確認された。今後は、水位の補間や粗度係数の推定方法について改善するとともに、複雑な縦横断面形状や河床変動下での流れ、実河道への適用性について検討したいと考えている。

謝辞：本研究は、科学研究費補助金若手研究B(課題番号：25820225)の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献：1)国土交通省：河川砂防技術基準維持管理編，2011，2)国土交通省：河川砂防技術基準調査編，2012