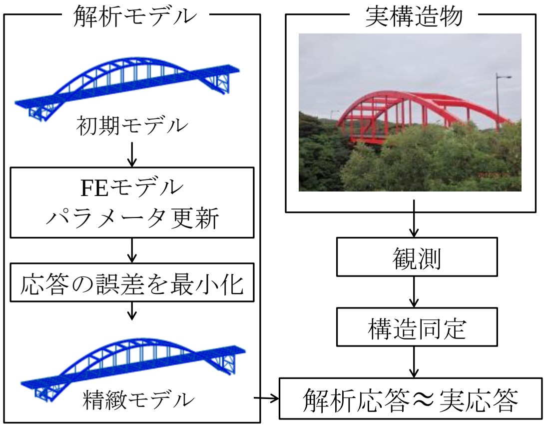
構造同定手法を援用した簡易構造系の有限要素モデル精緻化手法の解析的検討

長崎大学 学生会員 ○田中敦海 長崎大学大学院 正 会 員 西川貴文
長崎大学大学院 正 会 員 中村聖三 長崎大学大学院 正 会 員 奥松俊博

1. はじめに

有限要素法を用いて実構造物の詳細な応答を解析するためには, 実構造物に近い精緻なモデルが必要である. しかし, 有限要素法による応答と実構造物の応答には, モデリング, 計測ノイズ, 減衰等の影響により誤差が生じる. 本研究では, FE モデルパラメータを自動更新し, 実測される振動特性を示すように簡易構造系の FE モデルを精緻化する解析ルーチンを構築する. (**図−1**)



図−1 FE モデルの精緻化イメージ

2. FE モデルの精緻化手法

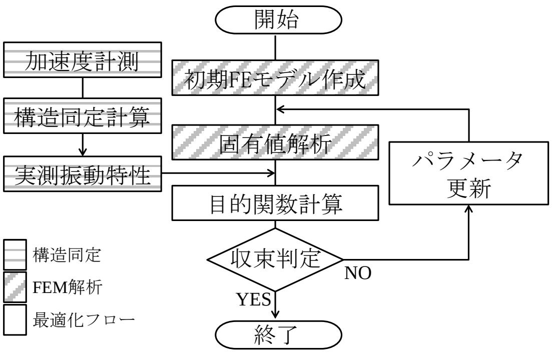
本研究では, モデルアップデートにより精緻化を行う. 解析による振動特性と実測される振動特性の差を最小とする FE モデルパラメータを決定する最適化問題とし, 最小化する目的関数を式(1)に示す [1).]

$$J=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{f_{ai}-f_{mi}}{f_{mi}}\right)^{2}+\sum_{i=1}^{n}(1-diag(MAC(\mathbf{\Phi}_{ai},\mathbf{\Phi}_{mi}))) \quad (1)$$

ここに, fは固有振動数, $\mathbf{\Phi}$は固有モードベクトルであり, 添字のiはモード次数, aは解析値, mは実測値, MACはモード信頼性評価基準 [2)] である. 式(1)より, 構造物に作用する外力に関わらず, 実測される振動特性のみでモデルの精緻化を行う. FE モデルパラメータの推定には準ニュートン法（BFGS 公式）を用い, パラメータに正の範囲制約を課すためにペナルティ関数を用いた.

3. 解析ルーチンの構築

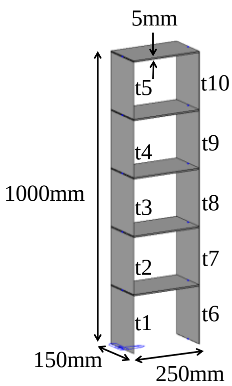
精緻化の流れを**図−2** に示す. まず, 設計値を基に初期 FE モデルを作成し, 固有値解析を行う. 一方で構造同定により加速度応答から振動特性を推定し, それぞれの結果から目的関数を計算する. 準ニュートン法により FE モデルパラメータを更新し, 目的関数の値が収束するまで繰り返し計算を行う. 最適化フローの構築には, 数値解析ソフトウェア MATLAB を利用した.



図−2 精緻化の流れ

4. 構造同定手法の援用

本研究では, 実測される加速度応答より固有振動数と固有モード形を推定するために確率的部分空間法（SSI）を用いる. SSI は, 応答として観測される出力データから数学的演算によって状態変数$\mathbf{x}_k$を推定し, 状態空間モデルを推定するものである.



層間部材の板厚（単位：mm）

	設計値	模擬モデル
t1	1.0000	1.0601
t2	1.0000	0.9455
t3	1.0000	0.9036
t4	1.0000	0.9084
t5	1.0000	1.0534
t6	1.0000	1.0167
t7	1.0000	1.0773
t8	1.0000	1.0686
t9	1.0000	0.9955
t10	1.0000	0.9980

材料：アルミニウム

図−3 5 層ラーメン概要

Δtで離散化した状態方程式を考え$t_k = k \cdot \Delta t$における状態変数を$x_k = x(t_k)$で表すと，離散状態方程式は下式で表される.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{f}_k,\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k \tag{2}$$

係数行列は，$\mathbf{A} = e^{\hat{\mathbf{A}}\Delta t}$，$\mathbf{B} = \left(e^{\hat{\mathbf{A}}\Delta t} - 1\right)\hat{\mathbf{A}}^{-1}\hat{\mathbf{B}}$，$\mathbf{C} = \hat{\mathbf{C}}$であり，$\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{2n\times 2n}$，$\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{2n\times r}$である.

時刻ステップ k および k+1 における状態変数$\mathbf{x}_k$，$\mathbf{x}_{k+1}$の推定値$\hat{\mathbf{x}}_k$，$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$が得られると，前進イノベーションモデルを構成し，最小二乗法により，

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A}\\ \mathbf{C}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\hat{\mathbf{X}}_{k+1}\\ \mathbf{Y}_{k|k}\end{bmatrix}\hat{\mathbf{X}}_k^{\#} \tag{3}$$

のようにシステム行列を得る．ここに，$\hat{\mathbf{X}}_k$，$\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$は推定状態行列であり，$\mathbf{Y}_{k|k}$は観測される応答行列，$(\cdot)^{\#}$は一般逆行列である.

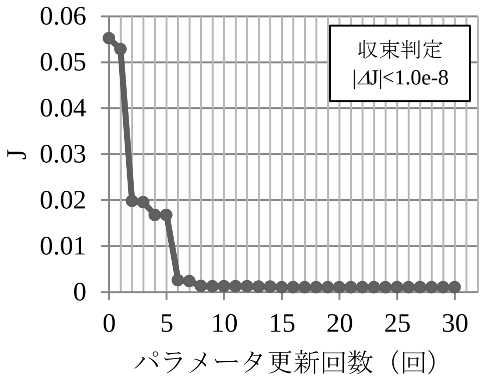
5. 簡易構造系のモデル精緻化試行

実構造物を模擬した 5 層ラーメンの FE モデルを用いて, 構築した解析ルーチンを試行した．**図−3** のように，層間部材の板厚のみにばらつきを与え，梁要素で模擬 FE モデルを作成した．このモデルで時刻歴応答解析を行い，第 1 層から第 5 層の水平方向の加速度応答を基に SSI により 1 次から 5 次までの振動特性を推定した．構築した解析ルーチンを用いて，設計値を基にした初期 FE モデルが，模擬モデルの応答を再現するように精緻化されるか検証した.

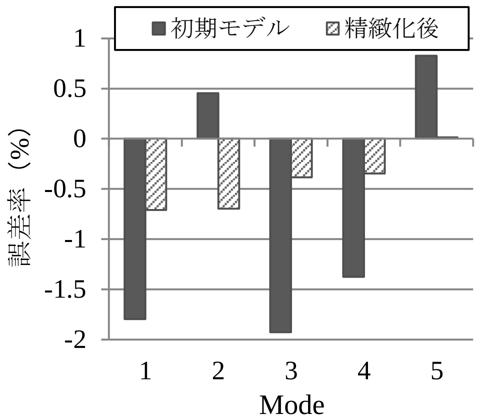
精緻化の過程におけるパラメータの更新回数と目的関数の値を**図−4** に示す．目的関数の値はパラメータの更新とともに減少し，収束判定を満たし計算は終了した．式(4)の誤差率を定義し, 初期モデルと精緻化後のモデルの固有振動数を比較した結果を**図−5** に示す．また，MAC[2)]を用いて固有モード形を比較した結果を**図−6** に示す.

$$\varepsilon_{ri} = \frac{f_{ai} - f_{mi}}{f_{mi}} \times 100 \quad (\%) \tag{4}$$

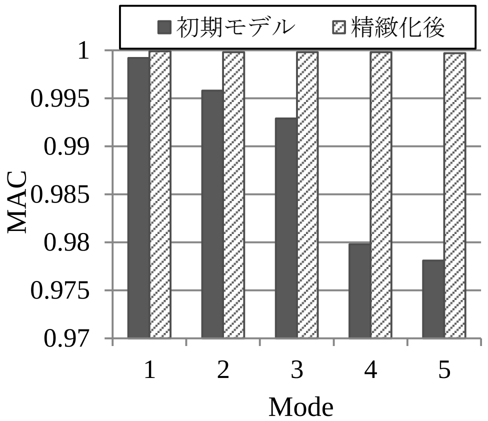
図より，精緻化後のモデルは，初期モデルに比べ，模擬モデルに近い応答を示していることが分かる.



図−4 目的関数の値



図−5 固有振動数の誤差率の比較



図−6 固有モード形の比較

6. まとめ

本研究では, 構造同定手法により得られる振動特性を用いて簡易構造系の FE モデルを精緻化する解析ルーチンを構築した．本研究で構築した解析ルーチンを用いた結果，実構造物に近い応答を示すよう FE モデルが精緻化された.

参考文献

1) Tshilidzi Marwala.: Finite-element-model updating using computational intelligence techniques: Applications to structural dynamics, Springer, London, UK., 2010
2) Allemang RJ, Brown DL.: A Correlation coefficient for modal vector analysis., Proc of the 1st int modal anal conf : 01-08
3) Overschee, P.V., and Moor, B.D.: Subspace identification for linear systems: Theory -Implementation- Applications, Kluwer, Dordrecht, Netherlands., 1996