粒度試験結果を用いた粒径加積曲線の近似方法に関する一考察

鹿児島大学　学生会員　古川　周平
鹿児島大学院　正会員　酒匂　一成
株式会社大林組　佐藤　伸

1. はじめに

不飽和浸透解析において保水特性を表わす水分特性曲線を描くには複雑な実験が必要であり，時間もかかる。そのため，簡単な土質パラメーターから水分特性曲線を描くことが出来るモデルが必要である。そこで，Sako ら [1]は粒度や間隙比から水分特性曲線を描く数値力学モデルの提案を行っている。そのモデルでは，粒度試験結果をもとに粒径加積曲線を対数正規分布で近似し，間隙径分布を推定している。しかし，このモデルでは砂質土には適用可能であるが，粘土には適用が難しいと言われている。そこで，本論文では，数値力学モデルの妥当性検証の一つとして，粒度試験結果の近似方法（単回帰分析，非線形回帰分析）における精度について述べるとともに，必要なデータ数や適応範囲（土の種類）について考察した。

2. 対数正規分布による粒径加積曲線の近似

粒度は粒度試験から粒径加積曲線として得られる。粒径加積曲線は，横軸が粒径，縦軸が通過質量百分率で表わされ，通過質量百分率は土全体の質量に対して，各ふるいにおいて何%通過したのかを質量比で表わしたものである。既往の研究では土の粒度の多くは，対数正規分布に従うことが知られている [2]。この特性から粒径加積曲線を求める。

対数正規分布は確率変数 X について $\ln X$ が正規分布に従うものであり，X の確率密度関数は次式で表わされる。

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\zeta\cdot x}\exp\left[-\frac{(\ln X-\lambda)^2}{2\zeta^2}\right]\quad(0<x<\infty)\quad(1)$$

ここで，$\lambda:\ln X$ の平均，$\zeta^2:\ln X$ の分散。

3. 計算方法について

本論文では，単回帰分析，非線形回帰分析の 2 つの計算方法により，対数正規分布の平均と標準偏差を粒度試験結果から推定する。

単回帰分析では，対数正規分布の確率変数 $\ln X$ における標準化の式から，回帰分析に用いる構造式を次式のような線形式とした。

$$\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 x\quad\left(\Rightarrow U=\frac{1}{\zeta}\ln X-\frac{\lambda}{\zeta}\right)\qquad(2)$$

$$\hat{\beta}_1=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})/\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\qquad(3)$$

$$\hat{\beta}_0=\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x}\qquad(4)$$

ここで，$\bar{x}:x$ の平均，$\bar{y}:y$ の平均，β_0,β_1 :推定値

非線形回帰分析では，横軸を対数表記にした対数正規分布は標準正規分布と同様な分布になることを利用し，平均 0，標準偏差 1 の標準正規分布との比から，対数正規分布における平均と標準偏差を求めるという簡易計算法により求めた平均と標準偏差を用いて，一定の精度になるまで繰り返し計算を行う。

なお，入力データには，粒度試験から得られた粒径加積曲線における通過質量百分率と，それに対する粒径を用いる。

4. 解析結果と考察

4.1 川内川しらす

川内川しらすでは，Sako ら [1]が用いた粒径加積曲線におけるデータが 17 個あり，これを用いて，入力データ数が 17 個，4 個，3 個の場合における単回帰分析と非線形回帰分析の結果について比較した。単回帰分析の場合，17 個，4 個，3 個で同様の粒径加積曲線を描くが，中央のデータにずれが生じた（図 1）。非線形回帰分析の場合は 4 個までほぼ同じ曲線を描くが，3 個でずれが大きくなった（図 2）。

このことから，全体的にデータ数が多い方が粒径加積曲線は実験値と良い近似を示し，単回帰分析と非線形回帰分析では，データ数が 4 個以上で非線形回帰分析の方が実験値に対して良い近似を示すことがわかる。従って，粒度の近似については非線形回帰分析を利用する方が良いと考えられる。

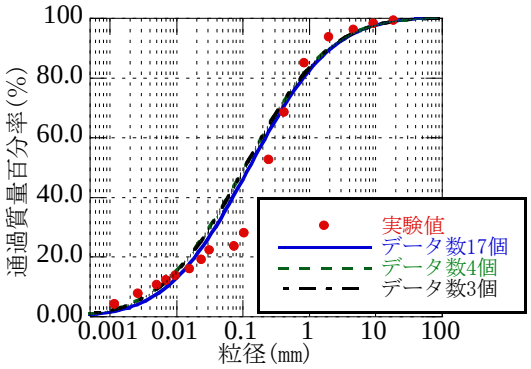

図 1　川内川しらす単回帰分析結果

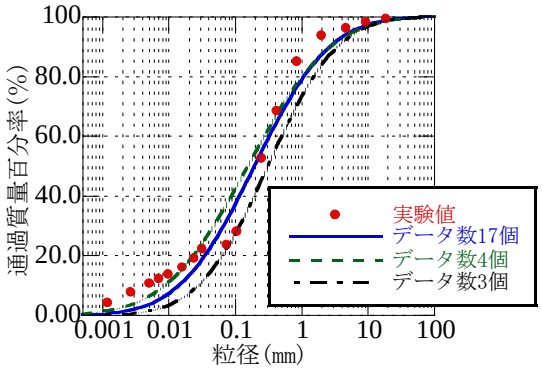

図 2　川内川しらす非線形回帰分析結果

4.2 ベントナイト

次に，非線形回帰分析は粘土のベントナイトでも適用可能か確認を行なった。ベントナイトの粒度試験では，沈降分析での試験結果とレーザー回折/散乱式粒度分布測定装置を使用して求めた粒度とで結果が異なり，現時点でどちらが水分特性曲線を評価するのに妥当な結果なのかわからないため，両方を用いて確認を行った。

沈降分析で得られた粒径加積曲線のデータ数は全部で 7 個あり，入力データ数を 7 個，4 個，3 個と変化させると，非線形回帰分析における粒度はどの入力データ数でも実験値と近い近似を示した（図 3)。

また，レーザー測定では全部で 27 個の粒径加積曲線におけるデータ数を得られ，入力データ数を 27 個，7 個，4 個，3 個と変化させると，いずれも測定値にほぼ一致する近似を示した（図 4)。

この結果から，沈降分析，レーザー測定のどちらの結果も非線形回帰分析による粒度の近似が適用可能であり，非線形回帰分析における粒度の近似は粘土のベントナイトでも適用可能であると考えられる。

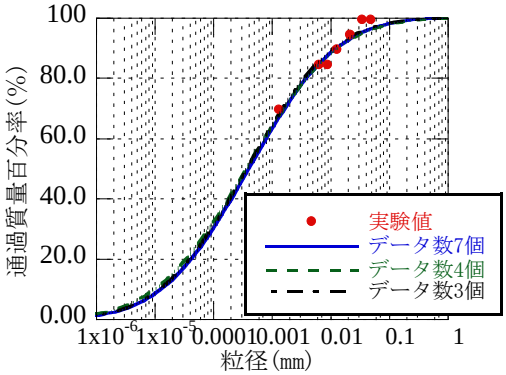

図 3　沈降分析結果に対する非線形回帰分析結果（ベントナイト）

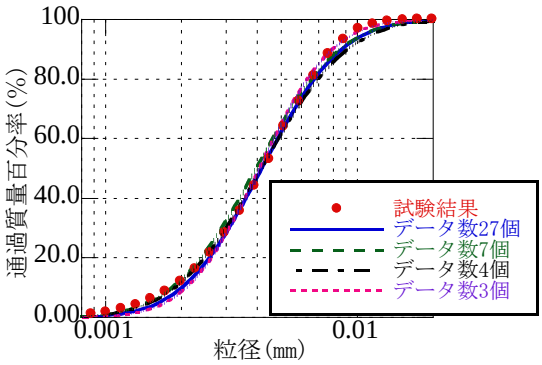

図 4　レーザー解析結果に対する非線形回帰分析結果（ベントナイト）

5.　おわりに

本論文では粒度試験結果の近似方法について考察を行なった。今後は，粒度と間隙比を使って水分特性曲線を描くための数値力学モデルの間隙系分布を求める部分を確認し，モデルの妥当性評価をしたい。

謝辞：本研究は科研究費（若手Ａ）（24686056,酒匂）の支援を受けた。ここに謝意を示す。

参考文献

1) K. Sako and R. Kitamura: A practical numerical model for seepage behavior of unsaturated soil, Soils and Foundations, Vol.46, No.5, pp.595-604, 2006.

2) R. A. Bagnold and O. Barndorff-Nielsen: The pattern of natural size distributions, Sedimentology, Vol.27, pp.199-207,1980.