浅水方程式を用いた粒子法による沿岸域流動場の数値解析に関する基礎的検討

九州大学　学生会員　○森本陽介　　正会員　田井明

1. はじめに

数値流体シミュレーションにおいて粒子法は，(1)基礎方程式に対流項が存在しないため数値拡散が生じない，(2)メッシュに依存しないため，大変形を生じる現象や複雑形状を有する問題に有利である，ことなど格子法を用いる有限差分法，有限体積法，有限要素法などが永年抱えてきた問題を著しく改善可能であると考えられている(越塚，2005)．沿岸域の流動場においても，上記の特性を生かすことで，潮汐による干潟の干出・冠水現象，高潮や津波による陸域への浸水現象などに特別なモデルを必要とせずに数値シミュレーションが可能であることが予想される．しかし，その一方で，実際に応用の試みが盛んになってからの歴史が浅く，格子法では多くの蓄積がある経験則が十分に体系化されておらず，粒子法を用いる際のカーネル関数やスキームの選択などは感覚的にまたは試行錯誤により行われているのが実情である(浦川・多田，2013)．そこで，本研究では粒子法を用いた沿岸域流動場の数値シミュレーションの前段階として広範囲での自由表面流れを近似するのに用いられる浅水方程式を基礎方程式とした粒子法の性能・制度の基礎的検討を実施した．

2. SWE - SPH の概要

本研究では，Vacondio ら(2013)により，開発・公開されている浅水方程式を基礎方程式とした SPH 粒子法モデルである SWE-SPHysics を用いて検討を行った．まず，SWE-SPHysics の概要を説明する．基礎方程式を導くために単位面積当たりの流体の質量を ρ と定義すると，ρ は

$$\rho = \rho_w d \tag{1}$$

と示される．ここで，ρ_w:流体密度，d:水深である．この式を浅水方程式に代入することで，ラグラジアン的に表現された連続の式と運動量保存式を式(2)に示す．

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \nabla \cdot v \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{g}{\rho_w}\nabla\rho + g\left(-\nabla b + S_f\right) \end{aligned} \tag{2}$$

ここで，v:流速，b:地盤高，g:重力加速度，S_f:海底摩擦係数である．SWE-SPHysics には，干出領域が浸水する際に粒子数の不足によって生じる解像度の低下を防ぐために 1 つの粒子を 7 つに分割することで解像度を高める手法(Vacondio，2011)や開境界での流量を粒子の流出入により再現可能にするスキームが実装されている(Vacondio，2012)．

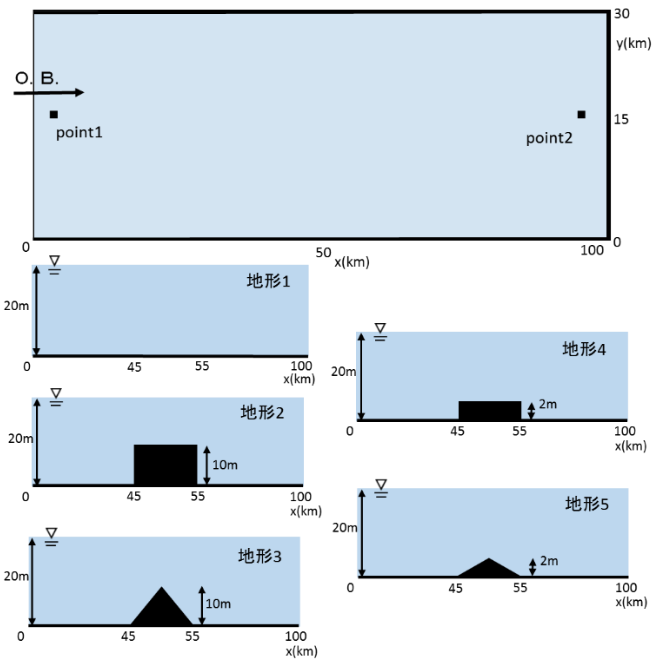

図 1　計算領域

表 1

	Δt	安定化スキーム	粒子数	地形
Case1	5	人工粘性	少	1
Case2	5	Lax-Friedrich flux	少	1
Case3	1	人工粘性	多	1
Case4	1	人工粘性	少	1
Case5	1	Lax-Friedrich flux	少	1
Case6	1	Lax-Friedrich flux	多	1
Case7	1	Lax-Friedrich flux	少	2
Case8	1	Lax-Friedrich flux	少	3
Case9	1	Lax-Friedrich flux	少	4
Case10	1	Lax-Friedrich flux	少	5

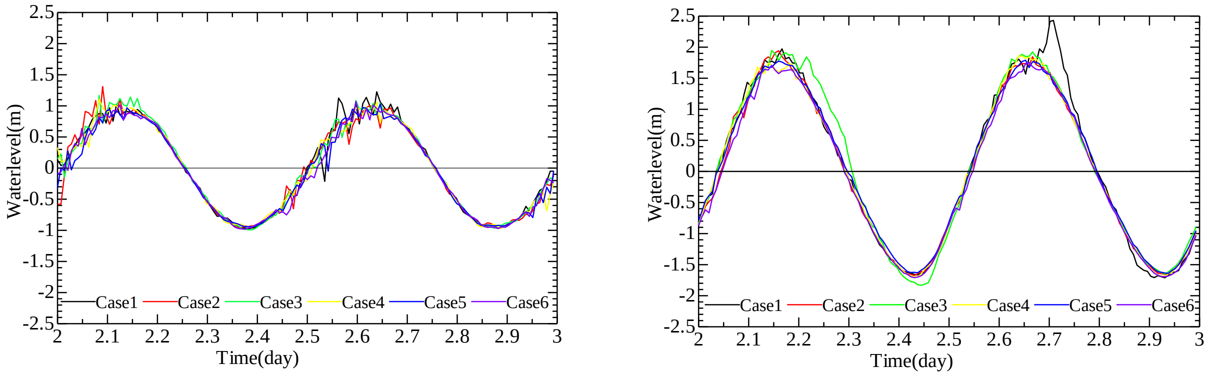

図 2　時間刻み，安定化スキーム，粒子数を変化させた場合の計算結果

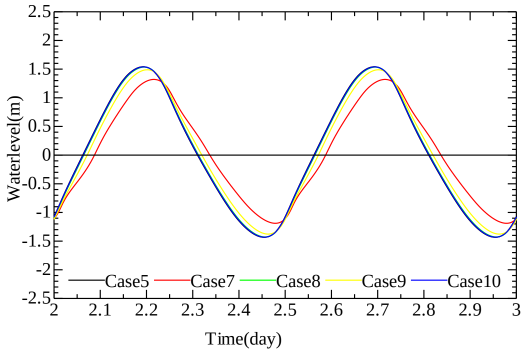

図 3　格子法による計算結果

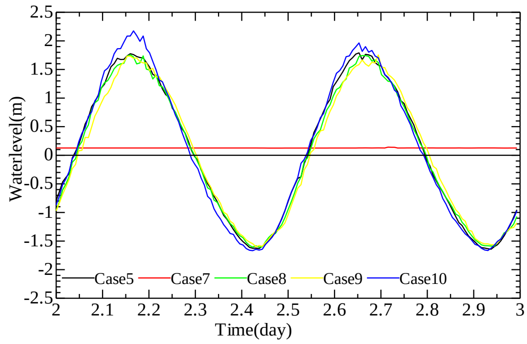

図 4　粒子法による計算結果

3. 性能・精度の検証

本研究では沿岸域の重要な現象のひとつである潮汐の増幅現象を対象に SWE-SPH の性能・精度の検証を行った．検証には図 1 に示す奥行き 100km，幅 30km の領域の左端を開境界，その他を閉境界とした矩形湾を用いた．全ケースで水位(水深)20m の静止状態から計算をスタートし，振幅 1.0m，周期 12 時間の正弦波を左端開境界に与え，平滑化距離や地形の解像度などは同条件とした．

まず，時間幅(1s と 5s)，安定化手法(人工粘性と Lax-Friedrich flux)，計算粒子数による計算結果の違いを検証するために表 1 に示す Case1~Case6 の計算を行った．図 2 に計算開始から 2 日目の湾口と湾奥(図 1 の point1 と point2)の水位の時間変化を示す．結果より，全ての計算ケースで満潮時に不適切な振動が生じていることが分かる．これは，分散誤差によるもの(大上・Cheer，1993)と考えられ，差分法に比べて非線形項の数値誤差がないために粒子法では本質的に生じやすいものである．図 2 より，各ケースを比較すると分散誤差は，時間刻みを小さくし，安定化スキームは Lax-Friedrich flux を用い，粒子数を多くするほど振動が小さくなり安定することが分かる．次に，地形が変化する場合(図 1)の潮汐応答の計算精度を湾奥の水位変動を用いて検証した．比較のために POM の２次元モードで同様の計算を行った結果を図 3，SWE-SPH の結果を図 4 に示す．POM に比べて SWE-SPH では潮汐が大きく振幅し，振動が生じていることが分かる．また，Case 間の相対的な比較を振動の少ない干潮時に行うと定性的には同様の変化傾向を示していることから SWE-SPH の Case8, Case9, Case10 は一定の精度を持って計算されたと考えられる．一方で，地形 2 を用いた Case7 において SWE-SPH は，湾奥まで波が伝播しない結果となった．これは急激な地形変化がある場合に，地形データの扱いに注意を要することを示している．

4. まとめ

本研究では浅水方程式を用いた粒子法による沿岸域流動場の数値解析に関する基礎的検討を実施した．時間刻み，安定化スキーム，粒子数，地形の変化が潮汐現象の再現性に与える影響の検証を行った結果，沿岸域の流動場を計算するための改善点が明らかになった．最後に本研究は，九州大学教育研究プログラム・研究拠点形成プロジェクト（研究代表者：田井明）の援助を受けて行われたことを付記する．