

1. 本研究の目的 坂井ら¹⁾は、鹿児島湾北部海域における海底火山の噴火に伴う津波の伝搬過程や湾岸部での水位変動を数値解析によって求め、閉鎖性海域特有の津波の伝搬・変形特性についての検討をおこなっている。しかし、前述の研究では当該海域の海底地形を実地形で与えているため、閉鎖性海域内で発生し伝搬する津波の普遍的な特性については不明な点があった。そこで本研究では、当該海域を $R=7500\text{m}$, $h=140\text{m}$ の円筒形平床海域としてモデル化し、理論的解析を行うとともに、海底噴火の規模や位置を変化させたときの水面のスロッシングモーションとそのモードを数値解析結果と照合して解明することを試みた。

2. ベッセル関数による理論的解析 図-1 のような円筒座標系 (r, θ, z) において、流体を非粘性、非圧縮とした時の、速度ポテンシャル ϕ についての基礎式および境界条件は以下のように表わせる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \cdots(1) \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad \text{at} \quad r = R \quad \cdots(2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at} \quad z = -h \quad \cdots(3)$$

(1)~(3)より、速度ポテンシャル ϕ の解を次式のように表わす。

$$\phi = \sum_{n=0}^N \sum_{m=1}^M \alpha_m^n(t) H_m^n(r, z) \cos n\theta \quad \cdots(4)$$

ここに、 α_m^n は (m, n) 次のモード座標、 H_m^n は、

$$H_m^n(r, z) = J_n(\varepsilon_m^n r / R) \cosh(\varepsilon_m^n (z + h) / R) \quad \cdots(5)$$

であり、 J_n は n 次の第1種ベッセル関数、 ε_m^n は

$$\frac{d}{dr} J_n(\varepsilon_m^n) = 0 \text{ を満たす正実根である。}$$

また、 (m, n) モードの固有振動数 ω_m^n は、

$$\omega_m^n = \sqrt{(g/R) \varepsilon_m^n \tanh(\varepsilon_m^n h / R)} \quad \cdots(6)$$

で定義され、これを用いると (m, n) モードの固有周期

T_m^n は、表-1 のように計算される。

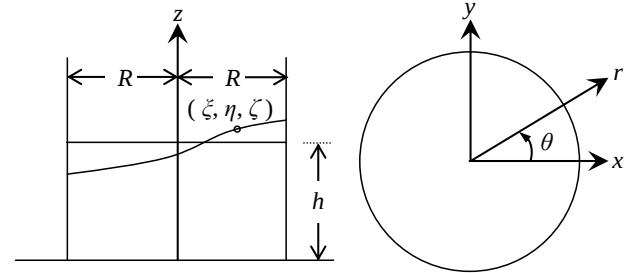


図-1 円筒座標系

表-1 各振動モードに対する固有周期

T_m^n (min)		周方向次数			
		$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
次数	半径方向				
	$m=1$	5.54	11.52	6.95	5.05
	$m=2$	3.03	3.98	3.17	2.66
	$m=3$	2.10	2.49	2.14	1.88

3. 数値解析の概要 数値解析で用いる基礎式は、水平拡散項を含む非線形浅水方程式で、これらを staggered leap-frog スキームで差分化した。また、海底火山の噴火を表現した波源モデルとして円錐形状の海底面変動と同じ初期水位を設定した（円錐形波源モデル）。海底噴火規模による振動の違いを考察するために、この波源モデルの底面半径 r を $r=R, 0.9R, 0.8R, \dots, 0.1R$ に変化させて計算を行った。さらに、海底噴火に伴う津波が発生した際の湾内の振動周期を求めるために、

海域中央部から岸に向かって等間隔に水位モニタリング地点を設置し、得られた水位変動の時系列データから FFT を用いてスペクトル解析を行った。

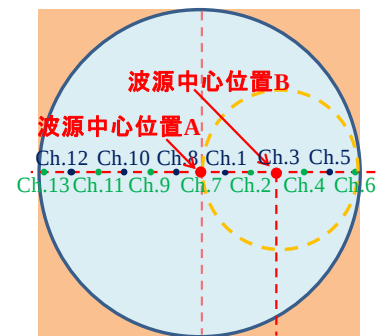


図-2 波源設置位置と水位モニタリング地点

4. 解析結果 まず、波源モデルの中心を海域中央部と一致させた波源中心位置 A の場合で、 $r=R$ のケースでは、海域中央付近の水位の上昇・下降に対応して、沿岸部の水位が下降・上昇するような平面水位分布がみられた。これは、ベッセル関数を用いて表わされる $(m=1, n=0)$ モードの振動と考えられる。このケースでの各 Ch のスペクトル(図-3)をみても、表-1 で示した $(m=1, n=0)$ モードの固有周期である 5.54min 付近にピークがあることがわかる。また、Ch.4 のみが他の Ch より 1~2 オーダー小さくなっており、この付近が節となって振動していると考えられる。また、ここでは示していないが、 $r=0.9R \sim 0.6R$ のケースではスペクトルのピークが $r=R$ のケースと同様であり、 $r=0.5R$ 以下のケースは、 r が小さくなるにつれて、ピークが低周期側 (3 分, 2 分付近) へずれており、これらはそれぞれ $(m=2, n=0)$ モード、 $(m=3, n=0)$ モードの固有周期と一致する。

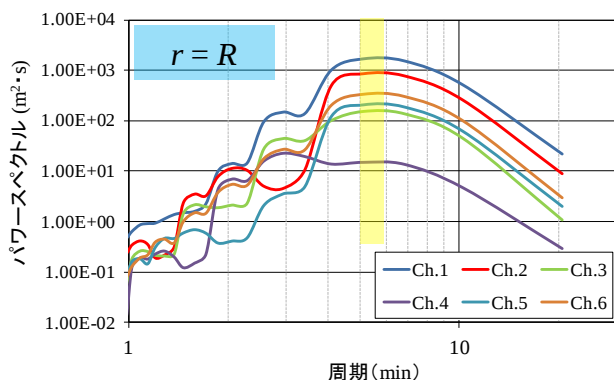


図-3 $r=R$ のときの各 Ch でのスペクトル

ベッセル関数で理論的に表現される半径方向の腹・節の位置 (図-4) と $r=0.6R$ のときのスペクトル (図-5) から振動モードを考察する。各ピーク周期においてスペクトルの値が小さい Ch 位置を節と考えると、いずれのモードにおいてもベッセル関数の節と一致していることが分かる。

次に、波源モデルの底面半径 r を $r=0.5R$ とし、海域中央からずらして設置する。波源中心位置 B の場合 (図-2 破線円) のスペクトルは、同半径の波源モデルを海域中央に設置したときのスペクトルと大きく異なる結果となった。また、海域中央からずらして波源を設置したにもかかわらず、海域中央からの距離が等しい地点同士 (例えば Ch.3 と Ch.10) のスペクトルに大きな違いはみられなかった。

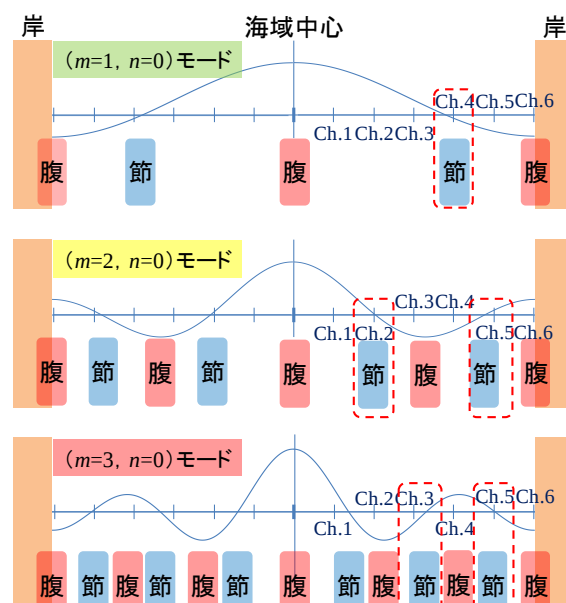


図-4 ベッセル関数で表現される振動の腹と節

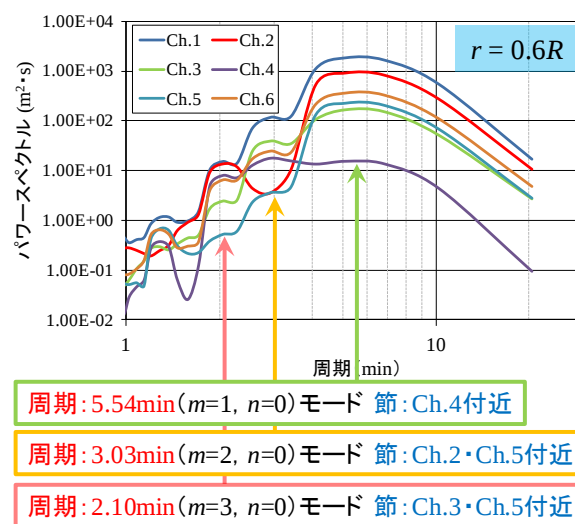


図-5 $r=0.6R$ のときのスペクトル

5. まとめ ベッセル関数を用いて理論的に求められる固有周期をもつような振動を数値解析により再現することができた。また、海底噴火の規模によって閉鎖性海域内の振動モードが異なる事が明らかになった。さらに、同じ規模の波源であっても、波源の場所が変わると全く異なる振動モードを示すことが分かった。

波源モデルの形状や位置によっては、半径方向だけでなく円周方向にも振動する可能性があり、同心円状に設置したモニタリング地点間のフェイズを解析することによってその可能性を検討することが今後の課題である。

参考文献: 1) 坂井良輔・浅野敏之・尾山浩太郎, 桜島の海底噴火に伴って発生する津波の数値解析, 日本自然災害学会学術講演会講演概要集, pp.131-132, 2013.