

孤立波の分裂過程の数値解析

鹿児島大学大学院理工学研究科 学生会員 吉本明日妃
鹿児島大学大学院理工学研究科 学生会員 山下 啓
鹿児島大学大学院理工学研究科 正会員 柿沼太郎

1. 研究の目的

孤立波は、静水深の異なる水域に伝播すると、条件によって分裂する。これに類似した現象として、津波のソリトン分裂が挙げられる。ところで、こうした波の分裂現象は、観測や実験で確かめられているものの、どのような条件で発生するのかといった詳細に関しては、未解明な点が多い。そこで、孤立波の1次元伝播の非線形数値解析を行ない、様々な底面形状を有する水域における、孤立波の分裂に関して調べる。

2. 基礎方程式系

非粘性かつ非圧縮性である流体の非回転運動を対象とする。流体の密度 ρ は、流体内で一様、時間的に一定であるとする。速度ポテンシャルを $\phi(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) \cdot z^{\alpha}\} \equiv f_{\alpha} z^{\alpha}$ のように、 N 個のべき関数の重み付き級数に展開する。変分法を適用すると、次式のような非線形方程式系（柿沼ら, 2011）が得られる。

$$\zeta^{\alpha} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \cdot \{ (\zeta^{\alpha + \beta + 1} - b^{\alpha + \beta + 1}) \nabla f_{\beta} \} - \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta - 1} (\zeta^{\alpha + \beta - 1} - b^{\alpha + \beta - 1}) f_{\beta} = 0 \quad (1)$$

$$\zeta^{\beta} \frac{\partial f_{\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \zeta^{\beta + \gamma} \nabla f_{\beta} \nabla f_{\gamma} + \frac{1}{2} \beta \gamma \zeta^{\beta + \gamma - 2} f_{\beta} f_{\gamma} + g \zeta = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\zeta(\mathbf{x}, t)$ 及び $b(\mathbf{x})$ は、それぞれ、水面変動及び底面形であり、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は、水平方向の微分演算子である。重力加速度 g は、 9.8 m/s^2 とする。また、速度ポテンシャルの展開項数は、 $N=3$ とする。

3. 静水深の変化に伴う孤立波の分裂過程の数値解析

入射波は、山下・柿沼（2013）の手法により得られる、本方程式系に対する孤立波の数値解とする。波高水深比は、 $a_0/h = 0.1$ とする。

一様静水深 h の水域におけるこの波の伝播の数値解析結果を図1に示す。ここで、柿沼ら（2011）で適用された差分法を用いて時間発展を解析している。これより、波形がほぼ保存されたまま入射波が伝播することがわかる。

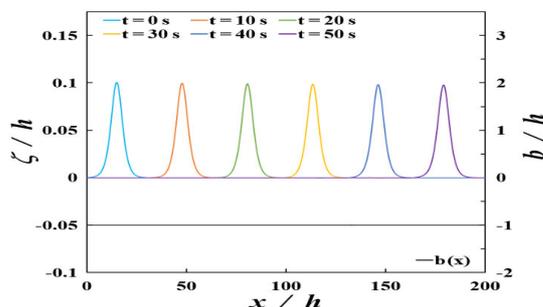


図1 一様静水深域を伝播する孤立波の波形

底面形 $z=b(x)$ が異なる水域に、この入射波を与えた場合の、各時刻の水面形の数値解析結果を図2~4に示す。ここで、図2-1及び2-2のステップの高さは、それぞれ、0.3 m及び0.5 mであり、図3-1及び3-2の段落ちの深さは、それぞれ、0.5 m及び1.0 mである。また、図4-1~4-3の潜堤は、天端長が30.0 mで、天端高が、それぞれ、0.1 m、0.3 m及び0.5 mであり、図4-4の潜堤は、天端長が60.0 mで、天端高が0.3 mである。静水深の変化が大きいくほど、波高の変化及び水面の変形が大きい。図2のステップ地形上では、法面通過後、一様静水深域において、波の分裂が進展している。図3の段落ち上では、法面上及び法面通過後、波の分裂が進展し、対象領域内では、伝播するにつれて第1波の波高が減衰している。図4では、潜堤の天端上で波の変形が始まり、図4-1では、岸側法面通過後に、また、図4-2~4-4では、岸側法面通過時及び通過後に、分裂が生じている。また、潜堤天端高が大きいくほど、潜堤通過後の一様静水深域における分裂の進展が激しくなっている。更に、天端長が長い図4-4では、図4-2よりも天端上での分裂が進行し、潜堤通過後の第2波の波高が大きくなっている。なお、反射波は、段差を上る際に同位相、下る際に逆位相となる。

参考文献

- 柿沼太郎・山下 啓・帖佐繁明・藤間功司・中山恵介：津波の生成や伝播に対する流速分布及び密度成層の影響，土木学会論文集 B3（海洋開発），Vol. 67, No. 2, pp. 553-558, 2011.
- 山下 啓・柿沼太郎：非線形波動方程式系に基づく表面孤立波及び内部孤立波の数値解，土木学会論文集 B2（海岸工学），Vol. 69, No. 2, pp. 6-10, 2013.

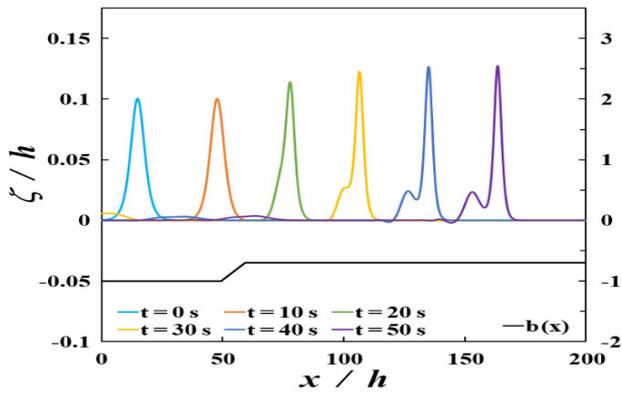


図 2-1 低いステップに伝播する孤立波の変形

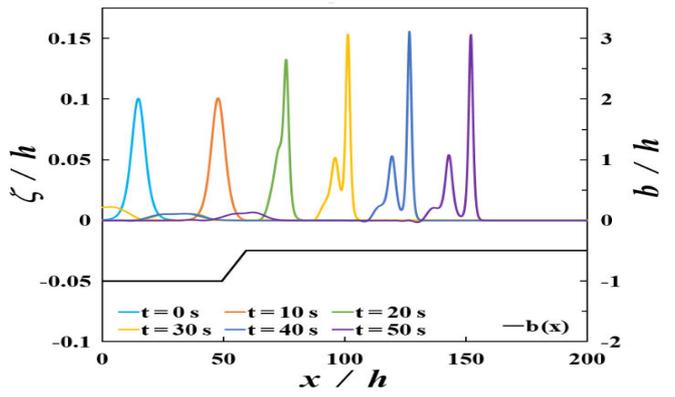


図 2-2 高いステップに伝播する孤立波の変形

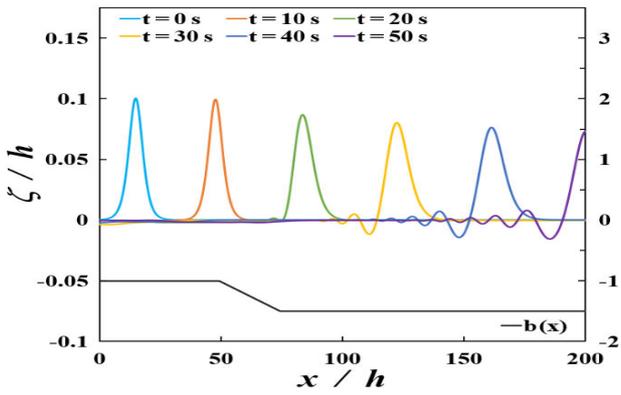


図 3-1 浅い段落ちに伝播する孤立波の変形

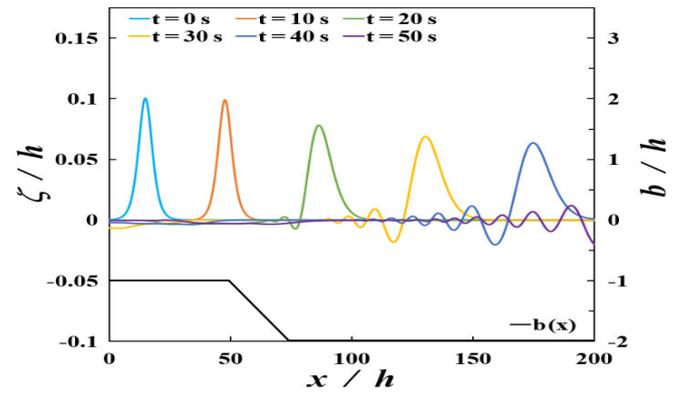


図 3-2 深い段落ちに伝播する孤立波の変形

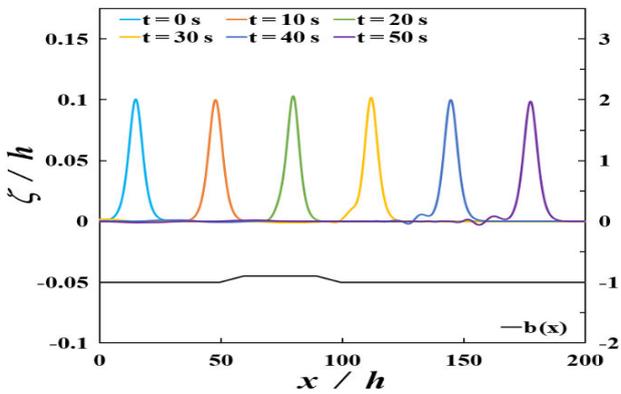


図 4-1 低い潜堤に伝播する孤立波の変形

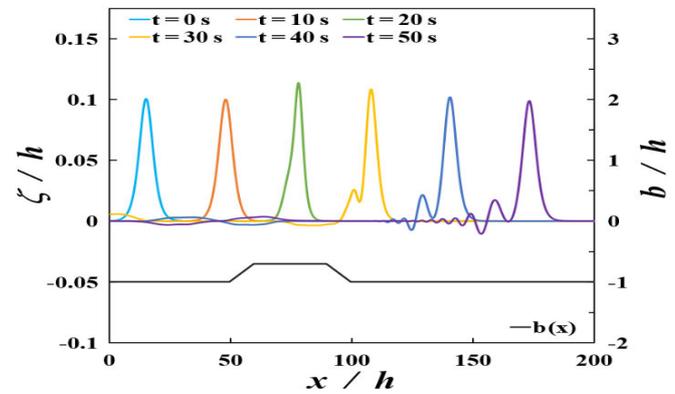


図 4-2 中程度の高さの潜堤に伝播する孤立波の変形

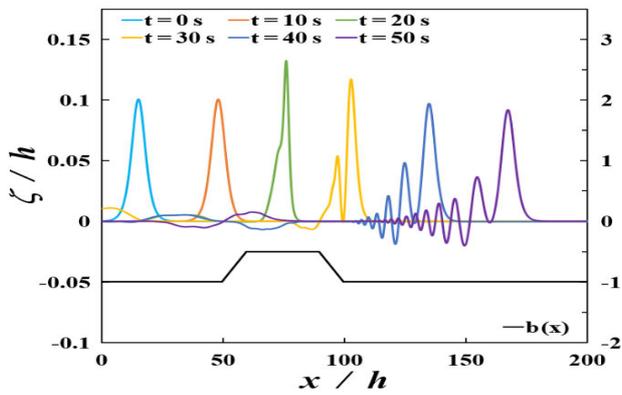


図 4-3 高い潜堤に伝播する孤立波の変形

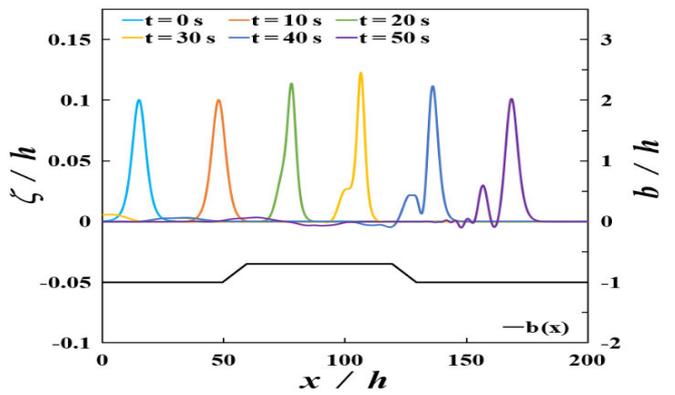


図 4-4 中程度の高さの長い天端の潜堤に伝播する孤立波の変形