

動的平衡状態にある砂礫河川の平均スケール

九州工業大学工学部 学生会員 ○ 中上 竜吾
九州工業大学大学院 正 会 員 重枝 未玲

九州工業大学大学院フェロー会員 秋山壽一郎
九州工業大学大学院 学生会員 和田 浩輔

1. はじめに

本研究は、等流理論や安定河道の条件に基づく関係式から、動的平衡条件と河道の平均スケールに関する関係式についての検討を加え、改善法を示したものである。

2. 安定河道の平均スケール

(1) 等流の関係式と福岡の式¹⁾

河岸部を無視した低水路を対象として、抵抗則として流速係数 $\phi(=U/u_*)$ を用いれば、等流理論($Q=AU$, $\tau=\rho ghI$, 抵抗則)より式(1)が得られる。式(1)を変形すれば、 h/d_R , B/d_R に関する関係式がそれぞれ式(2), (3)のように得られる。以下では式(2)と(3)を等流の関係式と呼ぶこととする。

福岡¹⁾は、次元解析とわが国と海外の実河川および実験資料に基づき、式(4), (5)のような関係を得ている。以下、この関係を福岡の式と呼ぶ。

(2) 安定河道の式

等流の関係式に動的平衡条件を付加すれば、 $\tau_{*S}=u_{*S}^2/(sgd_R)$ と $u_{*S}=(ghI)^{1/2}$ より h/d_R の関係が式(6)のように得られ、式(1)と(6)より B/d_R の関係が式(7)のように求められる。以下、式(6)と(7)を安定河道の式 とする。

(2) 安定河道の条件と安定河道の式

安定河道の条件として、動的平衡条件の代わりに、 $B \sim Q^m$ のように決められるレジーム則を満たす条件を考える。ここでは、既往の研究成果²⁾も踏まえ、 $m=0.5$ と仮定する。 $(h/d_R)(B/d_R)^p=\alpha$ と置くと、式(1)より、 $B \sim Q^{1/2}$ となるための必要条件是 $p=-2/3$ となる。これより、レジーム則を満足する関係が式(8)のように得られる。次元解析と実験資料より得られた砂州の領域区分図³⁾では砂州のタイプとは無関係に式(8)の関係が成立している。これより、式(8)は安定した状態にある河道の断面形の条件として妥当なものであることから、式(8)を安定河道の条件と呼ぶこととする。安定河道の条件を用いれば、式(1)と(8)より、河道の平均スケールに関する関係式が式(9)と、(10)のように得られる。以下、式(9)と(10)を安定河道の式 とする。

3. 考察

わが国の河川資料⁴⁾を用いて、安定河道の式 と、動的平衡条件等について検討を加える。なお、資料では、対象水路は低水路、 d_R は 60% 粒径 d_{60} 、 h は等流理論より $h=(Q/(\phi B(gI)^{1/2}))^{3/2}$ のように求められている。

図-1 は、山本の $\tau_{*S} \sim d_R$ の関係について確認したものである。これより、セグメント 2-2 と 3 のデータは $\tau_{*S} \sim d_R$ の関係に沿って分布しているものの、セグメント 1 と 2-1 ではデータに散らばりが大きいことが確認できる。

図-2 は、安定河道の式 の予測値と実測値を比較したものである。なお、予測値を得るためには動的平衡条件が必要なので、ここでは図-1 に赤線で示した $\tau_{*S} \sim d_R$ の関係が成立すると仮定して予測値を求めている。これより、全体的に見れば予測値は実測値を良好に予測している。ここで見られる散らばりは、資料では h が等流理論から求められていることから式(1)は自動的に満たされることを考慮すると、 B/d_R で適合度が悪くなっていることと式(6)と(7)の式形から $\tau_{*S} \sim d_R$ の関係に起因している。なお、 h/d_R については、 $\tau_{*S} \sim d_R$ の関係程度の誤差を有している。

図-3 は α と I の関係について調べたものである。ややばらつきは認められるものの、 $\alpha \sim s/I$ なる関係が成立していることが確認できる。ここでは、 α を式(11)のように表すこととする。これより、各セグメントで K 値は若干

表-1 式まとめ

$(B/d_R)(h/d_R)^{3/2} = \phi^{-1}(Q/\sqrt{gId_R^5})$	(1)
等流の関係式	
$h/d_R = C_1(Q/\sqrt{gId_R^5})^{2/5}$	(2)
$B/d_R = C_2(Q/\sqrt{gId_R^5})^{2/5}$	(3)
$(C_1 = (B/h)^{-2/5}/\phi^{2/5}, C_2 = (B/h)^{3/5}/\phi^{2/5})$ $(\phi = (C_2 C_1^{3/2})^{-1})$	
福岡の式	
$h/d_R = 0.13(Q/\sqrt{gId_R^5})^{0.38}$	(4)
$B/d_R = 4.25(Q/\sqrt{gId_R^5})^{0.40}$	(5)
安定河道の式 I	
$h/d_R = \tau_{*S}^4(s/I)$	(6)
$B/d_R = (\tau_{*S}^4(s/I))^{-3/2} \cdot \phi^{-1}(Q/\sqrt{gId_R^5})$	(7)
安定河道の条件	
$(h/d_R)(B/d_R)^{-2/3} = \alpha$	(8)
安定河道の式 II	
$h/d_R = \alpha^{1/2}(\phi^{-1}Q/\sqrt{gId_R^5})^{1/3}$	(9)
$B/d_R = \alpha^{-3/4}(\phi^{-1}Q/\sqrt{gId_R^5})^{1/2}$	(10)
$\alpha = KI^{-1}$	(11)
$\tau_{*S} = \alpha^{1/2}(s/I)^{-1}(\phi^{-1}Q/\sqrt{gId_R^5})^{1/3}$	(12)
$\alpha^{-3/4}\phi^{1/2} = (\tau_{*S}^4(s/I))^{-3/2}(Q/\sqrt{gId_R^5})^{1/2}$	(13)
動的平衡条件	
$\tau_{*S} \div 0.012(I/\phi) \cdot Q/\sqrt{gId_R^5}^{1/3}$	(14)
ここで、 B/d_R : 川幅粒径比, I : 河床勾配, K : 各セグメントに応じて一定値を取る係数, Q : 河道形成流量, U : 断面平均流速, d_R : 河床材料の代表粒径, g : 重力加速度, h/d_R : 水深粒径比, s : 粒子の水中比重($=\rho_s/\rho-1$), u_* : 摩擦速度($=(\tau/\rho)^{1/2}$), ρ : 水の密度, ρ_s : 粒子の密度, τ : 河床せん断力.	

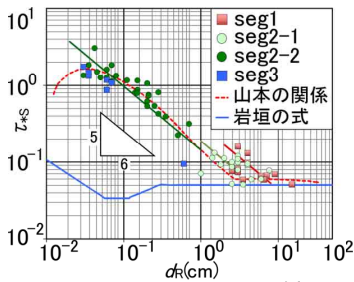


図-1 $\tau_{*s} \sim d_R$ の関係

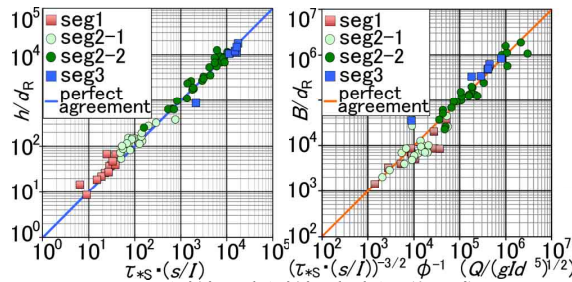


図-2 予測値と実測値(安定河道の式)

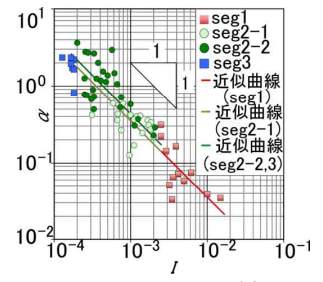


図-3 $\alpha \sim l$ の関係

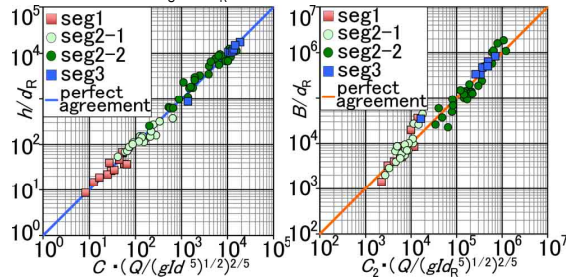


図-4 予測値と実測値(安定河道の式)

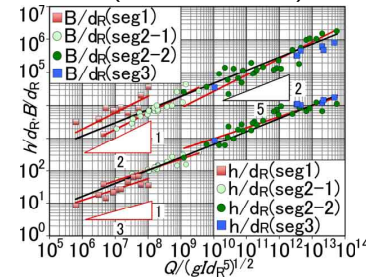


図-5 $(Q/(gld^5)^{1/2})^{2/5}$ の関係

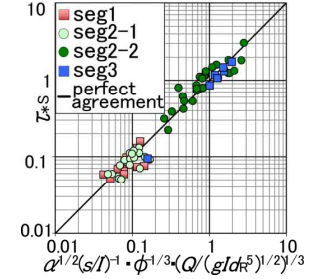


図-6 τ_{*s} の予測値と実測値

異なるが、十分なデータ数はないので、以降では $K=0.0004$ の一定値とする。

図-4 は、安定河道の式より得られた低水路の平均スケールの予測値と実測値を比較したものである。安定河道の式より全体的にやや適合度が高くなっており、特にセグメント 1 と 2-1 ではかなり改善されている。このような適合性が得られるということは、セグメント単位でレジーム則が成立していることを意味するだけではなく、式(8)と(11)が安定河道の条件として妥当なものであることを示している。なお、図-4 に見られるデータの散らばりは、 B/d_R で適合度が悪くなっていることと式(9)と(10)の式形から α に起因している。

ここで、等流の関係式と安定河道の式との関係について、その式形から比較が容易な安定河道の式を用いて検討する。図-5 は、低水路の平均スケールと安定河道の式を構成する $Q/(gld^5)^{1/2}$ との関係について調べたものである。これより、全セグメントに対しては等流の関係式が成立し、 $h \sim Q^{2/5}$ 、 $B \sim Q^{2/5}$ となり、各セグメントに対しては安定河道の式が成立し、 $h \sim Q^{1/3}$ 、 $B \sim Q^{1/2}$ となると考えられる。なお、等流の関係式は、係数値を経験的に定める必要がある。資料に基づけば C_2 は福岡の式の式(4)の係数値とほぼ同じであるが、 C_1 は福岡の式の半分程度となっている。これは $(Q/(gld^5)^{1/2})$ の乗数が若干異なることなどの理由によると考えられる。またこれらの C_1 、 C_2 を用いて ϕ を評価すると、実河川で取り得る粗度係数に対応する妥当な ϕ 値となっている。このことは、低水路、全水路の区別なく、河道の平均スケールを等流の関係式で取り扱えることを示唆している。

安定河道の条件については、多くの資料に基づき式(11)の精度を向上させることによって安定河道の式の予測精度を高められるので、ここでは式(11)を介して動的平衡条件を求めることとする。すなわち、式(2)、(3)と同形になるように安定河道の式を書き換えることで求まる各々の係数 C_1 、 C_2 を等値すると式(12)、(13)が得られる。安定河道の式、のいずれも式(1)に基づいているので、式(12)を式(13)に代入すれば式(13)は自動的に満たされる。したがって、式(12)が τ_{*s} を与え、安定河道の式とレジーム則とを結びつける関係式でもある。

いま α が式(11)で表せると仮定すれば、 $K=0.0004$ として、動的平衡条件の一つの表し方として式(14)が得られる。これより、図-1 に示したように、山本が経験的に得たセグメント 2-2 の関係は、実は式(14)の $\tau_{*s} \sim d_R^{-5/6}$ の関係を表したもので、セグメント 1 と 2-1 の資料の散らばりも $\tau_{*s} \sim d_R^{-5/6}$ の関係を表したものであることがわかる。

図-6 は、式(14)を用いて計算された τ_{*s} と、 τ_{*s} の実測値を比較したものである。これより、図-1 で見られたセグメント 1 と 2-1 の散らばりが小さくなっていることから、 τ_{*s} は ϕ と $Q/(gld^5)^{1/2}$ に規定されていることがわかる。

4. まとめ

低水路の平均スケールの予測式として「安定河道の式」を提案し、その予測精度を検証した上で、動的平衡条件の一つの表し方として式(14)を提示することで、両式の改善の方向性を示した。

参考文献：1) 福岡：土木学会論文集，Vol.66, No.4, pp.471-489, 2010. 2) 渡邊ら：水工学論文集，第 53 巻，pp.739-744, 2009. 3) 村本ら：京大防災研究所年報，第 20 号，B-2, pp.243-258, 1977. 4) 山本：土木研究所資料，第 2662 号，p.260, 1988.