九州大学	学生会員	\bigcirc	合田	哲朗
九州大学大学院	正会員		浅井	光輝
九州大学大学院	正会員		園田	佳巨

1. はじめに

2011年3月に発生した東北地方太平洋沖地震におい て、津波や漂流物の衝突による土木・建築構造物の破 壊が多く見られた.今後危惧される巨大地震・津波に 対する新たな防災・減災方法を議論するためには、構 造物に作用する津波流体力を定量的に評価し、さらに 構造物の破壊挙動までをシミュレートすることが望ま しい.そこで本研究では、津波を近年流体解析の分野 で注目されている粒子法の一つである SPH 法、構造物 を粒子法と格子法のハイブリッドな解法である GIMPM (Generalized Interpolated Material Point Method)

法を用いて,流体-構造の連成解析を行なうことにした. 今回はその第一段階として, GIMPM 法を用いた構造 解析の精度検証を目的とし,解析手法の妥当性を確認 する.

2. 解析手法の概要

GIMPM 法では図-1 に示すように,連続体を有限個の Lagrange 的な扱いをする点で離散化し,各粒子に解く べき物理量を与える.さらに,Euler 的な扱いをする計 算格子を配置する.このような離散化を行なった後に, 粒子と格子点間での物性値の補間により計算を行なう. 補間には粒子と格子点の距離に応じた重み関数により 一種の重み付き平均を用いる.GIMPM 法の特性として, 重み関数に粒子の代表体積を考慮した特殊な関数を用 いることで,粒子が格子をまたぐ際の急な応力の反転 を抑制することができる.²⁾また,GIMPM 法は粒子と 格子点間での質量,運動量の総和が任意のステップで 常に一致するという性質を持つ.

続いて, 図-2 に示すように, GIMPM 法の計算過程を 説明する.まず,以下より用いられる添字の定義を行 う.下付き添字 p は粒子の物性値を,下付き添字 v は 格子点の物性値を示す.また,上付き添字の k はステ ップ数を意味し, k+1 は k より 1 ステップ進んだ状態を 示す.



図-1

連続体の離散化概念図



図-2 GIMPM 法の解析フロー

まず, STEP1 では粒子の質量, 応力を格子点へ転送 する. 格子点の質量は, 離散化された粒子の質量に重 み関数をかけ, 近傍粒子で和をとることで得られる. また, 格子点内力は, 弱形式化された力のつり合い式 から式が導出される.

$$m_v^{\ k} = \sum_p m_p \,\overline{S}_{vp} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{f}_{v}^{\text{int}} = -\sum_{p} \boldsymbol{\sigma}_{p}^{\ k} \cdot \overline{\nabla S}_{vp} \frac{m_{p}}{\rho_{p}}$$
(2)

ここでの m_v , m_p , \overline{S}_{vp} , f_v^{int} , σ_p , $\overline{\nabla S}_{vp}$, ρ_p は それぞれ格子点質量, 粒子質量, 重み関数, 格子点内

カ,粒子応力,勾配重み関数,粒子密度を示す.

続いて, STEP2 では格子点で支配方程式を解く. 粒子から格子点へ物性値を内挿し,格子点上で弱形式化された力のつり合い式を解くことで格子点加速度と格子点速度を得ることができる.

$$\boldsymbol{a}_{v}^{k} = \frac{1}{m_{v}^{k}} (\boldsymbol{f}_{v}^{\text{int},k} + \boldsymbol{f}_{v}^{\text{ext},k})$$
(3)

 $v_{v}{}^{L} = v_{v}{}^{k} + a_{v}{}^{k} \cdot \Delta t$ (4) ここでの a_{v} , f_{v}^{int} , f_{v}^{ext} , v_{v} , Δt はそれぞれ格子点 加速度,格子点内力,格子点外力,格子点速度,時間 増分を意味する.また,(4)式におけるステップ数Lは, 粒子と格子点間で運動量を一致させるためにおかれた 仮のステップ数である.

STEP3 では粒子の位置,速度の更新,格子点の速度の再内挿を行う.粒子の位置,速度の更新については前進差分法を用いる.格子点の速度は粒子の速度から再内挿して k+1 ステップでの値を得る.

$$\mathbf{v}_{p}^{k+1} = \mathbf{v}_{p}^{k} + \Delta t \sum_{v} \boldsymbol{\alpha}_{v}^{k} \, \overline{S}_{vp} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{x}_{p}^{k+1} = \boldsymbol{x}_{p}^{k} + \Delta t \sum_{v} \boldsymbol{v}_{v}^{L} \overline{\boldsymbol{S}}_{vp}$$
(6)

$$\boldsymbol{v}_{v}^{k+1} = \sum_{p} \frac{m_{p} \boldsymbol{v}_{p}^{k+1}}{m_{v}^{k}} \overline{S}_{vp}$$

$$\tag{7}$$

ここでのxpは粒子の座標を示す.

STEP4 では、粒子の応力の更新を行なう. 粒子の応力は、粒子のひずみ速度に構成則と時間増分をかけ足し込むことで得られる.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{p}^{k+1} = \sum_{v} \frac{1}{2} \left(\overline{\nabla S}_{vp} \otimes \boldsymbol{v}_{v}^{k+1} + (\overline{\nabla S}_{vp} \otimes \boldsymbol{v}_{v}^{k+1})^{t} \right) \quad (8)$$

$$\sigma_p^{k+1} = \sigma_p^k + \Delta t(C: \hat{\varepsilon}_p^{k+1})$$
(9)

ここでの $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$, \boldsymbol{C} はそれぞれ,粒子のひずみ速度,構成 則を意味する.また,本解析における構成則は線形弾 性体を用いることにした.

3. 解析例

解析モデルは、図-3に示し、コンクリートブロック を粒子間隔 0.05mm,格子点間隔 0.1mm として一格子あ たり 8 個の粒子が均等配置されるように離散化した. 上面に線形的に増加する鉛直方向の強制変位 $v = -1.0 \times 10^{-2} \times (ステップ数)$ を加え、水平方向は固定と した.一方,下面は鉛直,水平方向ともに固定とした.

図-4 に解析結果を示す. 汎用有限要素解析ソフトウ ェア MSC.Marc を用いて FEM で同様の問題を解いた際 の鉛直方向の垂直応力分布の比較を行なった. FEM 解析 と比べて,同等の結果を得ることができた.

4.おわりに

構造解析における GIMPM の精度検証として,単純な 一軸圧縮試験をとりあげ, FEM との比較検証を行った. 今後は,塑性解析あるいは損傷解析へと拡張し,固体 の大変形問題へと発展させていく予定である.



図-4 鉛直方向の垂直応力分布

参考文献

1)S.G.Bardenhagen and E.M.Kober: The Generalized Interpolation Material Point Method, 2004 Tech Science Press, cmes, vol5, no.6, pp.477-495, 2004 2)桐山貴俊: GIMPM を用いた三軸圧縮試験の破壊シミ ュレーション, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 69, No. 2(応用力学論文集 Vol. 16), I_321-I_332, 2013