高性能要素を用いた免震橋梁の地震応答解析とその高速化

九州大学大学院　学生会員　〇飯田　浩貴
九州大学大学院　　正会員　　浅井　光輝
九州大学大学院　　正会員　　園田　佳巨

1. 序論

免震構造物の合理的な設計には，免震支承の影響を正確に考慮したうえで，橋脚のねじりなどを含んだ現象を総合的に議論するためにも，可能であれば 3 次元有限要素法による全体解析を通した照査を行うことが望ましい．しかし，物性値や入力地震動などの不確実性を考慮した複数の解析が求められるため，解析に時間を要する詳細な FEM 解析は敬遠され，通常ははり要素を用いた形状の簡約化により計算効率の向上が図られている．本稿では，全体系の 3 次元有限要素解析の実現に向け，ある種のモード分解法に相当する Krylov 部分空間を用いた縮約法（KS-MOR）による計算時間の短縮を図った．同時に，積層ゴム支承部の FEM 解析では非圧縮性材料であるゴム領域で体積･せん断ロッキングが生じやすいことから，高性能要素の一種である Wilson-Taylor 要素を導入することで積層ゴム支承部の近似精度の向上を検討した．

2. Krylov 部分空間によるモデル縮約化法

材料は線形弾性体とし，動的問題を通常の FEM により空間離散化を行うことで，以下に示す方程式が得られる．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t)+\mathbf{D}\dot{\mathbf{u}}(t)+\mathbf{K}\mathbf{u}(t)=\alpha(t)\mathbf{F}$$

ここで，$\mathbf{M}$：質量行列，$\mathbf{D}$：減衰行列，$\mathbf{K}$：剛性行列であり，各行列，ベクトルの自由度は N である．Krylov 部分空間を定義する直交基底ベクトル $\mathbf{q}_\mathrm{i}$ は，本研究では Block 型 SOAR 法にて生成した．指定する n 個の直交基底ベクトルのみを用いて座標変換を行えば，離散化方程式は以下の小規模な方程式へと縮約できる．

$$\mathbf{M}_n\ddot{\mathbf{u}}_n(t)+\mathbf{D}_n\dot{\mathbf{u}}_n(t)+\mathbf{K}_n\mathbf{u}_n(t)=\alpha(t)\mathbf{F}_n$$

$\mathbf{M}_n$，$\mathbf{D}_n$，$\mathbf{K}_n$ は $n\times n$ の小行列であり，その定義を次式に示す．

$$\mathbf{M}_n=\mathbf{Q}_n^T\mathbf{M}\mathbf{Q}_n,\quad \mathbf{D}_n=\mathbf{Q}_n^T\mathbf{D}\mathbf{Q}_n,\quad \mathbf{K}_n=\mathbf{Q}_n^T\mathbf{K}\mathbf{Q}_n$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_n(t)=\mathbf{Q}_n^T\ddot{\mathbf{u}}(t),\quad \dot{\mathbf{u}}_n(t)=\mathbf{Q}_n^T\dot{\mathbf{u}}(t),\quad \mathbf{u}_n(t)=\mathbf{Q}_n^T\mathbf{u}(t),\quad \mathbf{F}_n=\mathbf{Q}_n^T\mathbf{F}$$

$\mathbf{Q}$ は n 本の直交基底ベクトル $\mathbf{q}_\mathrm{i}$ を保存した $N\times n$ の行列である．

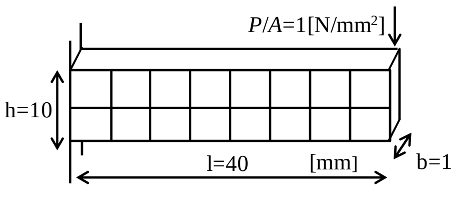
$$\mathbf{Q}_n=\left[\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_3,\cdots,\mathbf{q}_n\right]\in R^{N\times n}$$

3. Wilson-Taylor 要素と要素性能検証

Wilson-Taylor 要素による変位近似式は，六面体双一次要素の変位近似式に内部自由度として高次関数を付加した次の式で表わされる．

$$\begin{Bmatrix}\mathbf{u}\\ \mathbf{v}\\ \mathbf{w}\end{Bmatrix}=\sum_{e=1}^{8}\mathbf{N}_e(\xi,\eta,\zeta)\begin{Bmatrix}\mathbf{u}_e\\ \mathbf{v}_e\\ \mathbf{w}_e\end{Bmatrix}+\sum_{e=1}^{3}\overline{\mathbf{G}}_e(\xi,\eta,\zeta)\begin{Bmatrix}\overline{\boldsymbol{\alpha}}_e\\ \overline{\boldsymbol{\beta}}_e\\ \overline{\boldsymbol{\gamma}}_e\end{Bmatrix}$$

ここで $\overline{\mathbf{G}}_e=\left\{1-\xi^2,1-\eta^2,1-\zeta^2\right\}$ と定義され，右辺第二項が付加項に相当する．



$E:0.3\times10^5$[MPa]，$\rho:910$[kg/m^3]

図-1　片持ち梁の構造緒言

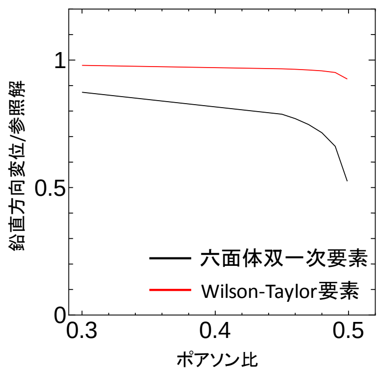


図-2　先端部の鉛直変位結果

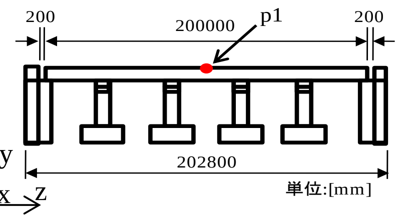


図-3　箱桁橋全体の寸法

表-1　箱桁橋の材料物性値

	ヤング率 [Gpa]	ポアソン比 [-]	密度 [kg/m³]
steel	210	0.3	7874
concrete	30	0.17	2300
rubber	0.15	0.499	910

$\mathbf{d}_e=\{\mathbf{u}_e^{\mathrm{T}},\mathbf{v}_e^{\mathrm{T}},\mathbf{w}_e^{\mathrm{T}}\}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_e=\{\bar{\boldsymbol{\alpha}}_e^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{\beta}}_e^{\mathrm{T}},\bar{\boldsymbol{\gamma}}_e^{\mathrm{T}}\}^{\mathrm{T}}$ とし，節点変位，内部自由度に対応した要素剛性行列を $\mathbf{K}_{dd}^e,\mathbf{K}_{d\alpha}^e,\mathbf{K}_{\alpha d}^e,\mathbf{K}_{\alpha\alpha}^e$，荷重ベクトルを $\mathbf{f}^e$，$\mathbf{s}^e$ とすると，節点変位による要素剛性は次式で表せる．

$$\left[\mathbf{K}_{dd}^e-\mathbf{K}_{d\alpha}^e(\mathbf{K}_{\alpha\alpha}^e)^{-1}\mathbf{K}_{\alpha d}^e\right]\mathbf{d}_e=\mathbf{f}^e-\mathbf{K}_{d\alpha}^e(\mathbf{K}_{\alpha\alpha}^e)^{-1}\mathbf{s}^e$$

高性能要素の性能照査としては，平面ひずみを仮定した片持はりを取り上げ，理論解と比較検証を行なった．解析モデル，先端集中荷重，材料物性値を**図-1** に示す．六面体双一次要素と Wilson-Taylor 要素による先端鉛直変位応答結果を**図-2** に示す．これより，非圧縮性材料に対する Wilson-Taylor 要素の近似精度の高さが確認できた．

3. 解析例

解析対象とする連続箱桁橋の寸法を**図-3**，**図-4** に，各支承構造の寸法と要素分割図を**図-5**，**図-6** に示す．また，**表-1** に使用した材料物性値を示す．ゴムの弾性係数，粘性係数は微小振幅載荷実験[1]を参考にフォークト型粘弾性モデルを用いて FEM 解析を行い決定した．モデルの総自由度数と要素数は各支承共に約 154 万個，約 39 万個である．入力地震動として兵庫県南部地震（JR 西日本鷹取駅構内地盤上）の観測加速度 3 成分を変位データに変換したものを橋脚下部に強制変位として与えた．時間積分として Newmark-β 法を使用し，時間増分は 0.01sec である．なお，縮約に要する直交基底ベクトル（有効自由度）の数は入力地震動の特性を基に周波数応答解析を行なうことで概算しており，本例題では 60 個程度で十分な解の近似が行える結果を得た．

地震応答解析による桁上部 p1 点の変位応答結果を**図-7** に示す．縮約化を行わない通常の FEM 解析結果と比較すると KS-MOR の妥当性が確認できる．また，橋桁と橋脚の振動は積層ゴムを介してアイソレートしていることも確認することができ，この結果，**図-8** に示すような応力低減効果が表れたと考える．

最後に解析時間であるが，通常の FEM 解析では本例題に 2 カ月程度を要するのに対して，KS-MOR では縮約離散化方程式の算出に 1 週間程度要するが，一度縮約した離散化方程式を算出すれば入力地震動を変更するだけで異なる地震動に対しても約 1 日で地震応答解析を行えるため効率的な解析が行える．

4. 結論

本研究では，高性能要素の性能照査の後に具体的な 3 次元橋梁モデルにより KS-MOR の精度，高速化を確認したと同時に，支承が与える橋梁全体系の挙動の差異を解析により示した．

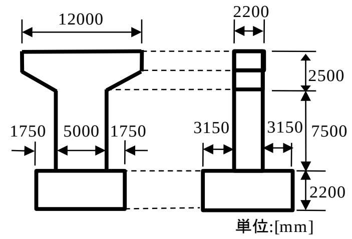
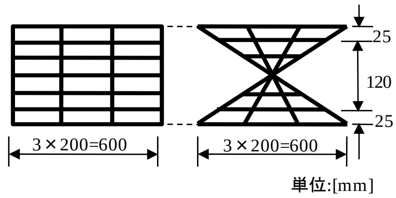
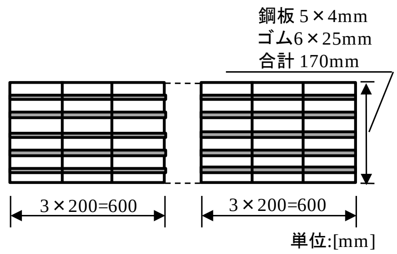


図-4　橋脚の寸法



(a) 橋軸方向　(b) 橋軸直角方向

図-5　鋼製ヒンジ支承の緒言



(a) 橋軸方向　(b) 橋軸直角方向

図-6　積層ゴム支承の緒言

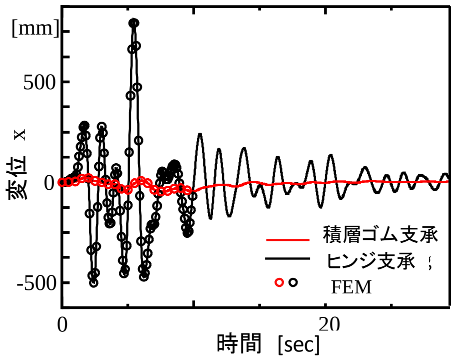
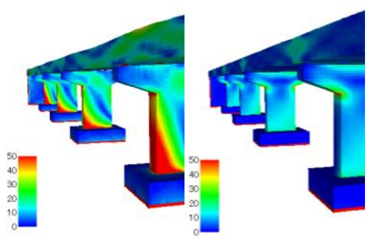


図-7　橋軸方向変位応答結果



(a) 鋼製ヒンジ　(b) 積層ゴム

図-8 同時刻の応力分布の差異

参考文献

1) 阿部雅人，吉田純司，藤野陽三：免震用積層ゴム支章の水平 2 方向を含む復元力特性とそのモデル化，土木工学論文集，No.696/I-58，pp125-144，2002