# 需要変動を内生化したインセンティブ報酬モデルの開発とその適用

① 熊本大学 学生員 村野祐太郎 熊本大学 正会員 溝上章志 熊本大学 正会員 藤見俊夫

### 1. はじめに

熊本県荒尾市における路線バスへの補助額は、年々増加しており、平成17年には3,200万円であった補助額が、平成22年には5,600万円に増加している.現在の荒尾市の補助金交付方法は赤字路線の赤字額を全額補填する欠損補助であるため、運行事業者に赤字を減らそうというインセンティブが働きにくい.行政は、バス事業者に赤字を削減させる何らかのインセンティブを与えて赤字補填額を減らしたいと考えており、このインセンティブをうまく与えることで企業努力を促せ、補助金額を削減できるという社会的に望ましい状況を作り出せると考えられる.

これまで成果として、数学的モデルを構築している. それは、現状のサービス水準を維持するという仮定のもとで、最適な赤字削減額と報奨金額を決定するインセンティブ報酬モデルであった. しかし、現実的には運行頻度は社会厚生に影響を与える変数の 1 つであることから、本研究では、運行頻度を変数として需要変動を考慮したインセンティブ報酬モデルに拡張した. さらに提案したモデルを荒尾市のバス路線網に適用し、提案したインセンティブ補助制度の有用性を検討することを目的とする.

## 2. インセンティブ報酬モデル

本研究では、赤字路線 1 本 1 本に対してバス事業者が赤字削減努力をして赤字を削減すれば、その額に応じて報奨金として追加的な補助金が与えられるという仕組みを考える(図 1 参照).

### (1) 設定条件

# 1) バス路線 h の赤字額 C<sub>h</sub>

バス事業者は、赤字削減努力をするという条件の下、ある赤字バス路線 h を運行すると、その時の年間の赤字額  $C_h$ は、経常収支からバス会社の努力により削減される額を引いものとなり、以下のようになる.

$$C_h(d_h, f_h) = P(f_h) - \sum_{i,j} (D_{ij}(f_h) \cdot c_{ij}) - d_h \cdot 365 \cdot 2 \cdot f_h \cdot L_h$$

このとき, $P(f_h)$ は赤字削減努力なしで運行した時の経常支出額, $D_{ij}(f_h)$ はバス停ペアij間で予測される乗客数, $c_{ij}$ はバス停ペアij間の運賃, $d_h$ はキロ当たりの経常支出の削減額, $f_h$ は1往復を1便とカウントした時の運行頻度, $L_h$ は路線長である.

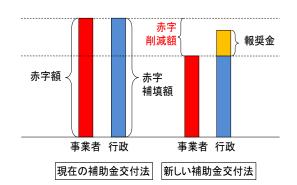


図-1 補助金交付方法

## 2) バス路線 h の運行による運行事業者の超過利潤 U<sub>h</sub>

運行事業者がキロ当たり  $d_h$  削減し、頻度  $f_h$  で路線 h を運行すれば、赤字額は減るが、赤字削減にかかる費用も発生する。その費用を $\psi(d_h,f_h)$ とする。また、行政は実際の赤字額である  $C_h$  は全額補填するが、それと同時に図-2. 1の右のようにバス事業者の赤字削減努力に応じて追加の補助金(報奨金) $t_h$  を与える。この追加の報奨金  $t_h$  によってバス事業者の赤字削減インセンティブを引き出す。

バス事業者の超過利潤  $U_h$  は報奨金と赤字削減費用の 差で表される.

$$U_h = t_h - \psi(d_h, f_h)$$

## 3) 住民の純便益 UB

当該バス路線hの運行による住民の純便益UBは、そのバス路線の運行による利用者便益 $S(f_h)$ から行政が支払う報奨金 $t_h$ と赤字補填額 $C_h$ を引いたもので表されるが、この行政の費用となる $t_h$ と $C_h$ に行政介入による不効率係数 $\lambda$ を与える。これを式で表すと下記のようになる。

$$UB = S(f_h) - (1 + \lambda)(C(d_h, f_h) + t_h)$$

## 4) 当該バス路線 h の運行に伴う社会厚生

バス運行による社会厚生 SB は、前述した 2)運行事業者の超過利潤  $U_h$  と 3)住民の純便益 UB を足し合わせたもので表される.

$$SB = S(f_h) - (1+\lambda)(C(d_h, f_h) + t_h) + U_h$$
  
=  $S(f_h) - (1+\lambda)(C(d_h, f_h) + \psi(d_h, f_h)) - \lambda U_h$   
社会厚生は、バス運行に伴う利用者便益  $S(f_h)$ からバス  
運行に必要な総費用  $C(d_h, f_h) + \psi(d_h, f_h)$ と行政介入によ

表一2 努力関数推定結果

	Case1		Case2		Case3		Case4	
	行政	バス	行政	バス	行政	バス	行政	バス
$t_h$	0		0		0		0	
$d_{\scriptscriptstyle h}$		0		0	0		0	
$f_h$		0	0			0	0	

る不効率係数をかけた運行事業者の利益を引いたもの となる. 行政はこの社会厚生を最大化しようとする.

# (2) 完全情報下での社会厚生最大化

本研究では、報奨金  $t_h$ 、赤字削減額  $d_h$ 、運行頻度  $f_h$ を変数とする社会厚生最大化問題をシュタッケルベルグゲームを仮定して解く. 各変数の決定権は**表**-1のように行政とバス事業者間で分配される. 以下に Case4の一般解を示す.

$$\max_{t,d_h,f_h} S(f_h) - (1+\lambda)(C(d_h,f_h) + \psi(d_h,f_h)) - \lambda U_h$$
s.t.  $t_h - \psi(d_h,f_h) \ge 0$ 

 $U_h$ に関して、社会厚生関数は減少することから、 $t_h^*$ は以下のようになる.

$$t_h^* = \psi(d_h^*, f_h^*)$$

1階の最適性の条件より、 $d_h^* \geq f_h^*$ が決定される.

$$d_h^* = d(f_h)$$

$$\frac{dS(f_h)}{df_h} - (1+\lambda) \cdot (\frac{dC(d(f_h), f_h)}{df_h} + \frac{d\psi(d(f_h), f_h)}{df_h}) = 0$$

## 3. 実証分析

前章で提案した需要変動を内生化したインセンティブ報酬モデルを荒尾市に適用するためには、 $P(f_h)$ 、 $D_{ij}(f_h)$ 、 $\psi(d_h,f_h)$ を推定する必要がある。ここでは、これらの3つの関数の推定結果を示す。

## (1) P(f<sub>b</sub>)の推定

経常支出額の関数  $P(f_h)$ は、荒尾市における 17 系統の実績データを用いて推定した。結果を表-2に示す。説明変数の実車走行キロは、運行頻度  $f_h$  の関数と考え、365\*2\* $f_h$ \* $L_h$ と表現する。 実車走行距離の t 値は十分に大きく、5%有意である。パラメータの符号条件も合理的であり、相関係数も十分に大きな値を示しているこ

表-2 経常支出額関数推定結果

説明変数	パラメータ	t 値		
定数項	362835.9	0.52		
実車走行距離	281.87	12.53		
サンプル数	17			
F値	2.38×10 <sup>-9</sup>			
重相関 R <sup>2</sup>	0.96			

とから、本研究ではこのモデルを用いる.

# (2) *D<sub>ij</sub>*(*f<sub>h</sub>*)の推定

バス停ペアi, j間で予測される乗客数の関数 $D_{ij}(f_h)$ は、以下のように定式化する.

$$D_{ij}(f_h) = D_{ij}^B + \varepsilon \cdot \left(\frac{D_{ij}^B}{g_{ij}^B}\right) \cdot \left(Ch \arg e_{ij} + \omega \cdot (Time + \frac{60 \cdot 13}{2 \cdot f}) - g_{ij}^B\right)$$

このとき,  $\varepsilon$  は一般化費用に対する需要の弾力性値,  $g_{ii}$  はバス停ペア ij 間の一般化費用である.

### (3) $\psi(d_h, f_h)$ の推定

キロ当たり  $d_h$ 削減し、頻度  $f_h$ で路線 h を運行するために必要な努力コスト $\psi(d_h,f_h)$ は、路線維持合理化促進補助金のデータを用いて推定する。推定する関数を以下に示す。

 $\psi(d_h,f_h)=\exp(\alpha_0+\alpha_1\cdot Gap+\alpha_2\cdot d_h+\alpha_3\cdot 365\cdot 2\cdot L_h\cdot f_h)$  ここで、Gap はブロック経常費用と事業者の経常費用の差である。努力コスト関数の推定結果を**表**-3に示す。各変数の t 値は十分に大きな値を示しており、5%有意である。また、Gap、赤字削減額のパラメータの符号は正であり、合理的である。実車走行距離のパラメータについては、正となった。

表一3 努力関数推定結果

説明変数	パラメータ	t 値		
定数項	10.82	73.1		
Gap	7.86×10 <sup>-3</sup>	12.4		
赤字削減額	4.9×10 <sup>-2</sup>	6.7		
実車走行距離	8.71×10 <sub>-6</sub>	15.4		
サンプル数	20			
F 値	2.76×10 <sup>-11</sup>			
重相関 R <sup>2</sup>	0.97			

#### (4) 実証分析

提案した需要変動を内生化したインセンティブ報酬モデルを荒尾市のバス路線網 22 系統に適用した。キロ当たり削減額  $d_h$ ,適用前後での頻度  $f_h$ ,利用者便益  $S(f_h)$  と社会厚生 SB の変化額の変化額などについて分析し,インセンティブ報酬制度の導入可能性について検討を行った。分析・検討結果は発表時に示す。

#### 4. おわりに

本研究により、インセンティブ報酬を取り入れた補助金交付方法に対する数学的モデルを構築することができた。また、実際に運行されているバス路線に対してこれを適用することによりインセンティブ補助制度の有用性やその効果を測ることができた。